

结构分析的 Hopfield 神经网络解法^{*}

韦 鹏 生

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

摘要 根据最小势能原理与 Hopfield 神经网络运作机制的相似形, 构造一个适当的 Hopfield 神经网络. 以结构总势能作为神经网络的能量函数, 用神经元状态变量代表结构的各自由度在总坐标系中的位移分量, 用神经网络的连接权值代表结构的总刚矩阵, 用神经元的阈值代表结构在总坐标系中的等效节点荷载. 用这一神经网络求解已引入支承条件的结构位移方程. 数值模拟表明, 这种解题方法的收敛速度优于传统的 Gauss-Seidel 迭代法. 它不包含“除权”算法, 故可处理结构分析中棘手的病态问题.

关键词 结构分析, 位移方程, Hopfield 网络, 病态问题

分类号 TU 312; TP 18

人工神经网络技术在 90 年代有了飞速的发展, 在各个领域均可见到其应用. 目前, 神经网络模型已发展到不下 40 种之多, 但技术上较成熟且应用得最为广泛的模型, 应首推带反馈机制的 Hopfield 网络模型^[1,2]和倒转递型的 BP 网络模型^[3]. Hopfield 网络是由美国加州理工学院的生物物理学家 Hopfield 于 1982 年首次提出的, 它是一个基于二进制系统的神经网络模型. 由于它对用其它方法无法或很难解决的所谓“组合爆炸”(Combinatorial Explosive)的离散优化问题(如旅行商问题)具有极强的解适应性, 故一提出便受到广泛的关注. 许多学者已成功地应用它解决了不少工程问题^[4]. 应用 Hopfield 网络来解决实际问题, 最关键的技术步骤就是提出一个能反映研究对象演变规律的能量函数, 然后运用 Hopfield 网络特有的演算机理, 使这个能量函数的值逐渐趋近于零. 于是, 网络中众多的神经元的状态变量便反映了问题的解(或近似解). 本文是在 Hopfield 网络的基本概念的基础上, 用结构总势能作为神经网络的能量函数, 用神经元状态变量代表结构各自由度在总坐标系中的位移分量, 用神经元连接权值代表结构总刚度矩阵, 用神经元的阈值代表结构在总坐标系中的节点等效荷载, 建立一个带反馈机制的神经网络. 这个网络具有 Hopfield 网络模型的基本结构和运作机理, 但神经元状态变量不再取二进制值, 而取连续的实型数据. 能量函数的收敛算法, 仍符合非线性规划中的最快下降法. 经数值模拟, 用这一神经网络模型来解题, 不仅其收敛速度优于传统的 Gauss-Seidel 迭代法, 而且对于结构分析中棘手的病态问题^[5], 具有相当高的解适应性.

1 标准 Hopfield 网络模型^[6]

图 1 所示为一个标准的 Hopfield 神经网络模型(实际上它是由 Hopfield^[1]首次提出的).

其中, 每一个神经元都与其它所有的神经元相连, 每一个神经元的输出都成为其它所有神经元的输入. 对于每一个神经元, 其输出 S_i (或称状态变量), 由以下式(1), (2) 决定

$$U_i = \sum_{j=1}^n W_{ij} S_j - \theta_i, \quad (1)$$

$$S_i = f(U_i), \quad (2)$$

其中 n 为神经网络的神经元个数, S_j 为第 j 神经元 ($n = 1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, n$) 的输出, W_{ij} 为第 j 神经元到第 i 神经元的连接权值, θ 为第 i 神经元的

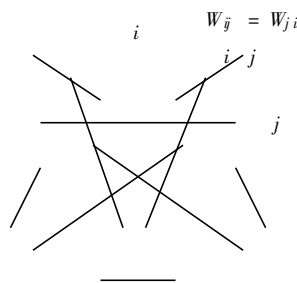


图1 标准的Hopfield网络模型

阈值, U_i 为第 i 神经元的扣除阈值的总输入, f 为神经元的转换函数. 当 $U_i > 0$ 时, $S_i = 1$; 当 U_i

$$0 \text{ 时, } S_i = 0. \text{ Hopfield 并证明了, 对于上述网络, 形如} \quad (3)$$

的能量函数能在网络的循环运算中不断趋近于最小值.

2 基于 Hopfield 网络概念的结构位移方程求解^[7]

设 K, Δ, F 分别为已引入支承条件的结构总刚度矩阵、结构在总坐标系中的节点位移向量和总坐标系中的等效节点荷载向量, 则

$$K\Delta = F \quad (4)$$

为已引入支承条件的结构位移方程. 同时, 可用上述 3 个物理量表示结构的总势能为

$$E = (\sum_{i,j} \Delta_i K_{ij} \Delta_j) / 2 - \sum_i \Delta_i F_i. \quad (5)$$

比较式(3)和式(5)可知, 结构总势能与 Hopfield 网络的能量函数具有完全一致的表达式. 因此, 在网络的迭代运算中, 可通过取

$$\Delta(t+1) = \Delta(t) + \delta(\Delta(t)) \quad (6)$$

来不断地修正神经元状态质量, 使神经网络的能量函数 E 趋近于零. 在式(6)中, $\Delta_i(t)$ 为第 i 神经元的 t 时刻的状态变量, $\Delta_i(t+1)$ 为第 i 神经元的 t 的下一时刻的状态变量, $\delta(\Delta_i(t))$ 为 $\Delta_i(t)$ 的增量, 其中 i 为序列 $(1, 2, \dots, n)$ 中的随机数. 根据非线性规划理论的最快下降法, 有

$$\delta(\Delta(t)) = \delta(E_i),$$

故

$$\delta(\Delta_i(t)) = \gamma \delta(E_i),$$

其中 γ 为一正系数, $\delta(E_i)$ 为第 i 神经元的能量增量并由下式决定:

$$\delta(E_i) = E(\Delta_i = 0) - E(\Delta_i = 1) = - \sum_j K_{ij} \Delta_j + F_i. \quad (7)$$

当网络中所有神经元的能量增量的均方差达到足够小时, 神经元状态变量便成为方程(4)的近似解.

3 算例

是一个由横梁和吊杆所构成的组合结构, 它承受局部均布荷载. 解题的关键步骤之一是求解如下线性方程组, 即

$$\begin{bmatrix} -0.0192 & 0.0744 & 0 & 0 & -0.03 \\ -0.3 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0.3 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 4.0256 & 0.0192 & 0 & 0 & -0.03 \\ 0.3 & 0.0192 & 0.0744 & 0 & 0 \\ -0.3 & 2 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \theta_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 333 \\ 0 \\ -100 \\ -333 \end{bmatrix}.$$

通过测试, 当取系数 $\gamma=0.04$ 时, 网络能以更快速度收敛. 现将本文的计算结果与采用传统的 Gauss-Seidel 迭代计算所得结果作一比较(表 1).

表 1 Hopfield 网络和高斯-赛德尔迭代法的解题比较

迭代 次数	节 点 位 移					
	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6
Hopfield 网络法						
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	- 7.40	- 2338.09	172.04	7.50	- 2357.45	- 171.85
20	- 9.55	- 3005.86	205.58	9.61	- 3017.33	- 205.46
30	- 12.00	- 3767.87	243.85	12.01	- 3770.33	- 243.82
40	- 12.25	- 3846.47	247.79	12.26	- 3348.00	- 247.78
50	- 12.45	- 3909.27	250.95	12.46	- 3910.05	- 250.94
Gauss-Seidel 迭代法						
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	- 5.43	- 1716.27	138.22	5.30	- 1681.34	- 139.38
20	- 8.61	- 2708.28	189.18	8.53	- 2688.68	- 189.83
30	- 9.88	- 3104.27	209.52	9.83	- 3090.80	- 209.97
40	- 10.86	- 3409.78	225.21	10.82	- 3401.03	- 225.51
50	- 11.47	- 3600.29	235.00	11.44	- 3594.48	- 235.19
正解	- 12.67	- 3976.00	254.30	12.67	- 3976.00	- 254.30

4 结束语

由表 1 可以看出, 用本文构造的 Hopfield 神经网络求解结构位移法方程, 其收敛速度优于传统的 Gauss-Seidel 迭代法. 从原理上看, 神经网络法与 Gauss-Seidel 迭代法具有截然不同的运作机理. 我们认为, 神经网络法之所以具有更高的收敛速度和精度, 主要有两个原因. (1) 它具有并行特性, 即神经元在第 k 次迭代时的状态变量值, 只跟第 $k-1$ 次迭代时网络的其它所有神经元的状态变量值有关, 而跟第 k 次迭代时其它神经元的状态变量值无关. 因此, 在第一次迭代中神经元之间不存在依赖性, 故能提高收敛速度. (2) 每一神经元在第 k 次迭代时的状态变量是网络第 $k-1$ 次迭代所用, 故能提高网络的收敛速度和精度. 另外, 从 Hopfield 网络的运作机理上看, 它不存在所谓“除权”的问题. 因此, 用它可轻松地处理结构分析中令人头疼的病态问题, 而 Gauss-Seidel 迭代法、Gauss 消元法、Gauss-Jordan 消元法等就无法做到这一点.

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

参 考 文 献

- 1 Hopfield J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. Proc. Nat. Acad. Sci. U. S., 1982, 79: 2 554 ~ 2 558
- 2 Hopfield J J, Tank D. Neural computation of decisions in optimization problems. Biological Cybernetics, 1985, 51: 141 ~ 152
- 3 Rumelhart D E, Hinton G E, Williams R J. Learning internal representation by error propagation. Parallel Distributed Processing, MA: MIT Press, 1986. 318 ~ 362
- 4 陆金柱. 基于神经网络的结构分析与优化技术研究进展. 江苏力学, 1996, (11): 41 ~ 45
- 5 王全凤. 结构分析中的病态矩阵. 华侨大学学报(自然科学版), 1989, 10(2): 151 ~ 156
- 6 庄镇泉, 王煦法, 王东生. 神经网络与神经计算机. 北京: 科学出版社, 1992. 41 ~ 475
- 7 Yeh Y C, Kuo Y H, Hsu D S. Building a KBES for diagnosing PC pile with artificial neural network. J. of Computing in Civil Engineering(ASCE), 1993, (2): 37 ~ 53
- 8 韦鹏生. 用结构可控神经网络作结构分析. 华侨大学学报(自然科学版), 1998, 19(3): 275 ~ 279

Structural Analysis by Using Hopfield Neural Network

Wei Pengsheng

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract For the use of structural analysis, an appropriate Hopfield neural network is constructed on the basis of the similarity between the principle of minimal potential energy and mechanism of Hopfield neural network. It is constructed by taking general potential energy of the structure as energy function of neural network; and by using state variable of neurons to represent displacement component of each freedom degree of the structure in general coordinate system; and by using the connection weights of neural network to represent general rigidity matrix of the structure; and by using the threshold value of neurons to represent equivalent nodal loads of the structure in general coordinate system. It has been applied to the solution of structural displacement equations into which the supporting conditions are introduced. As indicated by numerical simulation, this method excels the traditional Gauss-Seidel's iteration method in convergence speed, moreover, it is able to treat the knotty morbid problem in structural analysis due to no 'weight-eliminating' algorithm is contained.

Keywords structural analysis, displacement equation, Hopfield neural network, morbid problem