

MIMO 系统的分散控制研究^{*}

王启志^① 王晓霞^②

(^① 华侨大学机电工程系, ^② 华侨大学计算机科学系, 泉州 362011)

摘要 DCS 已广泛应用于工业生产过程,但其许多功能还没有充分发挥. 分散控制的基础是解耦,根据耦合度的概念,提出分离最大耦合度的配对控制支路,使 MIMO 系统的整体耦合度弱化. 采用这种方法,可以方便地将一个 $n \times n$ 的 MIMO 系统分散成 n 个 SISO 系统. 仿真试验证实本方法有良好的效果,这种分散 MIMO 成为 SISO 系统的方法在集散系统中有广泛应用.

关键词 MIMO 系统, SISO 系统, 解耦控制, 分散控制

分类号 TP

集散系统的原本设计意图是集中控制而危险分散. 一个诺大的系统,只有分散或分解成若干有机联系的子系统,才能保证局部失控或故障时,其整体系统仍能正常运转. 因此,研究最简单易行的 MIMO(多输入-多输出)系统分散成若干 SISO(单输入-单输出)系统,或若干更低维的 MIMO 系统,对集散系统装置功能的发挥,其作用与意义都是很大的.

1 MIMO 系统的分散形式

MIMO 系统分散成 SISO 系统的结构如图 1 所示. 一个 $n \times n$ 的 MIMO 系统经多层局部解耦可以分散成 n 个相对独立的 SISO

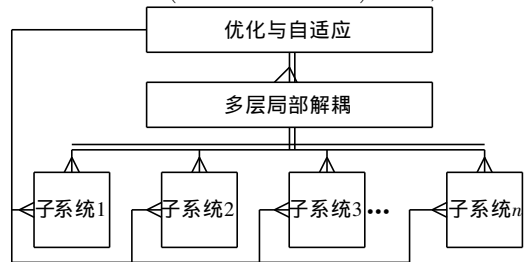


图1 MIMO分散的一种形式图

系统. 在此基础上加以整体优化决策,可以按 SPC(设定点控制)方式设定各 SISO 的给定值,并按自适应决策在线优化各 SISO 系统的控制器参数,使整体优化决策控制彻底分散.

2 分离最大耦合度的支路

一个 MIMO 对象,可用如下传递函数矩阵方程式表示

$$X(S) = G(S)U(S), \quad (1)$$

其中 输入向量 $U(S)$ 与输出向量(被控制变量向量) $X(S)$ 分别为

$$X^T(S) = [x_1(S), x_2(S), \dots, x_n(S)], \quad U^T(S) = [u_1(S), u_2(S), \dots, u_n(S)].$$

$G(S)$ 为对象传递函数矩阵,即

$$G(S) = \begin{bmatrix} g_{11}(S) & g_{12}(S) & \dots & g_{1n}(S) \\ g_{21}(S) & g_{22}(S) & \dots & g_{2n}(S) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(S) & g_{n2}(S) & \dots & g_{nn}(S) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

在过程系统中, SISO 系统设计方法已相当成熟, x_i 与 u_j 的配对选择许多是由工艺确定的, 并以 $G(S)$ 主对角上的支路 $g_{ii}(S)$ 作为 SISO 的主控通道. 因此, x_i 与 u_j 的配对为主对角线控制, 即 $i = j$. 在这种情况下, Rosenbrock 采用主对角优势的程度来描述主控制通道的耦合程度, 即

$$\lim_{S \rightarrow 0} g_{ii}(S) > \lim_{S \rightarrow 0} \sum_{j=1, j \neq i}^n g_{ij}(S) \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3a)$$

或

$$\lim_{S \rightarrow 0} g_{jj}(S) > \lim_{S \rightarrow 0} \sum_{i=1, i \neq j}^n g_{ij}(S) \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3b)$$

满足式(3a)条件为行优势, 满足式(3b)条件为列优势. 假如, 定义 (x_i, u_i) 主控支路耦合度为

$$P_{ii} \triangleq \xi_{ii} / \lim_{S \rightarrow 0} g_{ii}(S), \quad (4)$$

其中 $\xi_{ii} \triangleq \max[\lim_{S \rightarrow 0} \sum_{j=1}^n g_{ij}(S), \lim_{S \rightarrow 0} \sum_{j=1}^n g_{ji}(S)]$. 但是, 式(4)定义的耦合度没有考虑各已分离的 SISO 闭环控制作用的影响. 考虑到 MIMO 分散成若干配对的 SISO 系统的特点, 重新对 (x_i, u_i) 配对的 SISO 系统定义耦合度, 即由 (x_i, u_i) 的 SISO 控制器发出一个控制信号 Δu_i , 到达 x_i 的影响量由两个部分构成. (1) 经 $g_{ii}(S)$ 控制通道的影响量为

$$\Delta x_i(S)^{(1)} = g_{ii}(S) \Delta u_i(S). \quad (5a)$$

(2) 经其他 SISO 系统耦合作用后的综合影响量为

$$\Delta x_i(S)^{(2)} = \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{g_{ji}(S) P_j(S) g_{ij}(S)}{1 + P_j(S) g_{jj}(S)}, \quad (5b)$$

其中 P_j 为 (x_j, u_j) 的 SISO 系统的控制器传递函数. 以 $\Delta x_i(S)^{(2)}$ 同 $\Delta x_i(S)^{(1)}$ 之比作为 MIMO 分散成 SISO 的动态耦合度函数, 即

$$\eta_{ii}(S) \triangleq \frac{\Delta x_i(S)^{(2)}}{\Delta x_i(S)^{(1)}} = \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{g_{ji}(S) P_j(S) g_{ij}(S)}{g_{ii}(S) [1 + P_j(S) g_{jj}(S)]} = \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{g_{ji}(S) g_{ij}(S)}{g_{ii}(S) g_{jj}(S)} H_j(S), \quad (6)$$

其中 $H_j(S) = [g_j(S) g_{jj}(S) / (1 + P_j(S) g_{jj}(S))]$. 若记 $H_j(S)$ 闭环系统的操作频率为 ω_j , 并取 $\omega_{l \max} = \max(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$, $\omega_{l \min} = \min(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$. 对一个 SISO 系统, 若无输入跟踪误差 $\epsilon_j(S)$, 即

$$\epsilon_j(S) = 1 / [1 + P_j(S) g_{jj}(S)] = 0,$$

或

$$\epsilon_j(S) = 1 / [1 + P_j(S) g_{jj}(S)] = 1 - H_j(S) = 0,$$

则称该 SISO 系统为理想输入系统^[6]. 显然, 在优化设计的情况下, 只要闭环系统的传递函数具有理想的低通滤波器特性, 如

$$H_j(\omega) \begin{cases} 1 & \omega < \omega_{\max}, \\ 0 & \omega > \omega_{\max}. \end{cases}$$

则由式(6)可得

$$\eta_{ii}(\omega) = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{g_{ji}(\omega)g_{ij}(\omega)}{g_{ii}(\omega)g_{jj}(S)}}{1}, \quad \omega < \omega_{\max}, \quad (7)$$

$$\sup \eta_{ii}(\omega) = \sum_{j=1}^n \frac{\max \frac{g_{ji}(\omega)}{g_{ii}(\omega)}}{\min \frac{g_{ij}(\omega)}{g_{jj}(S)}}, \quad (8)$$

对于过程控制系统, $G(S)$ 各元素一般均以 $Ke^{-\tau s}/TS+1$ (或 $Ke^{-\tau s}/(T_1S+1)(T_2S+1)$ 及其他稳定环节) 的函数形式出现, 故有

$$\max g_{ji}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} g_{ji}(S) = K_{ji}, \quad \forall \omega$$

$$\max g_{ij}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} g_{ij}(S) = K_{ij}, \quad \forall \omega$$

$$\min g_{ii}(\omega) = g_{ii}(\omega_i), \quad \omega = \omega_i,$$

$$\min g_{jj}(\omega) = g_{jj}(\omega_j), \quad \omega = \omega_j,$$

通常有 $g_{jj}(\omega_j) = \alpha_j K_{jj}$, $\alpha_j < 1, j = 1, 2, \dots, n$. 于是由式(8)可得

$$\sup \eta_{ii}(\omega) = \left| \frac{\sum_{j=1}^n (K_{ji}K_{ij})/\alpha_j K_{jj}}{\alpha_j K_{jj}} \right|, \quad (9)$$

由于 $\alpha_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 是常数, 即 $\alpha_j(\omega_j) = \text{const}$, 而 $\alpha_j(\omega)$ 是个变量, 且在 $3T_{nj}$ 时间内将趋于 1 ($T_{nj} = \frac{2\pi}{\omega_j}$). 因此, 支路的耦合度可重新定义为

$$\eta_{ii} = \left| \frac{\sum_{j=1}^n (K_{ji}K_{ij})/K_{ii}}{K_{jj}} \right|, \quad (10)$$

在一个 $n \times n$ 的配对中, η_{ii} 的总数为 n 个, 其中最大的一个称为最大支路耦合度, 即 $\max \eta_{ii} = \max \{\eta_{11}, \eta_{22}, \dots, \eta_{nn}\}$, 而称 $P = \sum_{j=1}^n \eta_{ii}$ 为系统的耦合度.

采用逐一支路分离方法, 首先将最大耦合度的支路从 MIMO 系统分离出来, 成为一个独立的 SISO 子系统, 使整个 MIMO 系统的耦合度弱化.

例如, 某火电厂球磨机三变量系统, 其 MIMO 对象为

$$X(S) = G(S)U(S), \quad (11)$$

$$X(S)^T = [x_1(S), x_2(S), x_3(S)],$$

$$U(S)^T = [u_1(S), u_2(S), u_3(S)]$$

其中 $x_1(S), x_2(S)$ 与 $x_3(S)$ 分别为磨球机出口温度, 进出口两侧的差压与机内的负压; $u_1(S), u_2(S)$ 与 $u_3(S)$ 分别为调节热风量、给煤机刮板开度和引风量.

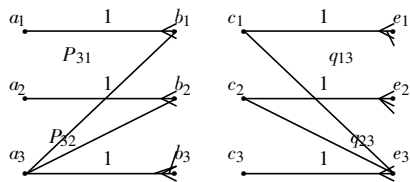
$$G(S) = \begin{bmatrix} g_{11}(S) & g_{12}(S) & g_{13}(S) \\ g_{21}(S) & g_{22}(S) & g_{23}(S) \\ g_{31}(S) & g_{32}(S) & g_{33}(S) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中 $g_{11}(S) = 0.77/(80S+1)^3$, $g_{12}(S) = -1.03/(80S+1)^3(11S+1)$, $g_{13}(S) = 0.17/(60S+1)(8S+1)^2$, $g_{21}(S) = 0.02$, $g_{22}(S) = 1/(80S+1)(60S+1)^2$, $g_{23}(S) = 0.44/(11S+1)(8S+1)$, $g_{31}(S) = -0.08/(8S+1)$, $g_{32}(S) = -0.12/(60S+1)^3$, $g_{33}(S) = 0.54/(11S+1)$.

根据式(10)的耦合度公式, 求得 $\eta_{11} = 0.0595$, $\eta_{22} = 0.1248$, $\eta_{33} = 0.1306$, η_{33} 为系统的最大支路耦合度. 利用图 2(a) 与图 2(b) 的行与列支路解耦, 可以将 $x_3(S)$ 与 $u_3(S)$ 构成的 SISO

系统从 MIMO 系统中剥离出来. Q 网络放置在对象 $G(S)$ 前面, 而 P 网络则放置在 Q 网络的前面, 其中支路 q_{13}, q_{23}, P_{31} 与 P_{32} 满足如下条件为

$$\left. \begin{aligned} G(S)Q(S) &= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 \\ g_{21} & g_{22} & \hat{0} \\ g_{31} & g_{32} & \hat{G}_{33} \end{bmatrix}, \\ G(S)Q(S)P(S) &= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 \\ g_{21} & g_{22} & \hat{0} \\ 0 & 0 & \hat{G}_{33} \end{bmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$



(a) P 网络 (b) Q 网络
图2 (x_3, u_3) 分离的 Q, P 网络

即 $q_{13} = \frac{g_{22}g_{13} - g_{12}g_{23}}{g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}}$, $q_{23} = \frac{g_{11}g_{23} - g_{21}g_{13}}{g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}}$, $P_{31} = -g_{31}/\hat{G}_{33}$, $P_{32} = -g_{32}/\hat{G}_{33}$, $\hat{G}_{33} = g_{33} + g_{31}q_{13} + g_{32}q_{23}$. (x_3, u_3) SISO 子系统从 3×3 的 MIMO 系统分离以后, 得到一个 2×2 的 MIMO 系统和 1 个 SISO 系统. 此时, 系统的耦合度 $\eta_{11} = \eta_{22} = 0.027$, $\eta_{33} = 0$. 因此, 加入图 2 的 P, Q 网络后, 系统最大支路耦合度降低了近 5 倍.

尚未分散的 2×2 的 MIMO 系统, 在 P 网络前再置入如下一个 N 网络, 使 2×2 的 MIMO 系统继续分离成 2 个独立的 SISO 子系统

$$N(S) = \begin{bmatrix} 1 & N_{12}(S) & 0 \\ N_{21}(S) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中 $N_{12}(S) = -\frac{g_{12}(S)}{g_{11}(S)}$, $N_{21}(S) = -\frac{g_{21}(S)}{g_{22}(S)}$.

采用如下控制器构成闭环系统为

$$D(S) = \begin{bmatrix} D_{11}(S) & & 0 \\ & D_{22}(S) & \\ 0 & & D_{33}(S) \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$D_{kk}(S) = \frac{K_{P_k}(T_{ik}S + 1)}{T_{ik}S} \left(\frac{T_{dk}S + 1}{\frac{T_{dk}S}{r_k} + 1} \right) \quad k = 1, 2, 3, \quad (16)$$

各个有关参数如表 1 所示. 式(2)的控制器形式上是 MIMO, 而实质上是 3 个 SISO 控制器. 在两次局部解耦后, 式(12)的对象实质上也是分别由 $D_{kk}(S)$, ($k = 1, 2, 3$) 构成的 3 个独立 SISO 子系统. 它们分别在不同时刻, 对 3 个被控制输出变量的给定值 x_1^* , x_2^* 与 x_3^* 在系统信号 50% 的稳态上各跃变 30%, 得到的响应过程曲线如图 3(a), (b), (c) 的实曲线所示.

当 N 网络去掉, 重复上述试验得出对 x_3 几乎没有影响, 仅仅是 x_1 与 x_2 的振荡倾向略为增加. 说明一次弱化耦合度后, 已得到一个弱耦合的系统, 在这种场合下 3×3 的 MIMO 系统, 完全可按 3 个 SISO 系统进行单独设计.

表 1 $D_{kk}(S)$ 的参数表

K	K_{pk}	T_{ik}	T_{dk}	r_k
1	9.23	80	80	10
2	7.53	80	60	8
3	2.11	11	60	10

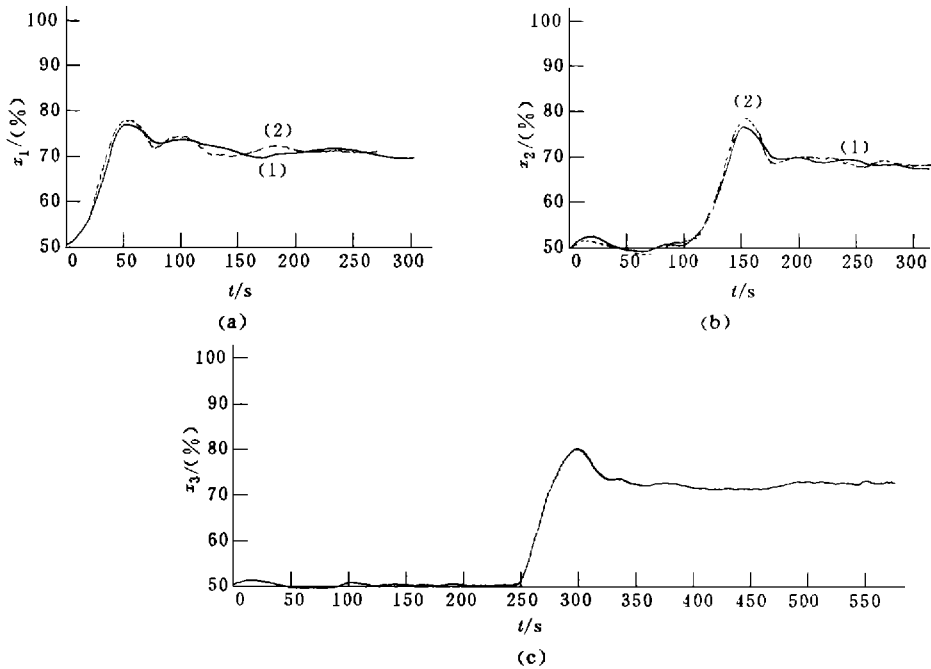


图 3 系统输出的跃变响应曲线

参 考 文 献

- 1 王永初. 解耦控制系统. 成都: 四川科技出版社, 1986. 102 ~ 146
- 2 任秀珍, 王永初. 节能控制系统. 北京: 中国石化出版社, 1994. 302 ~ 323
- 3 王永初. 系统的分散与集中决策(). 华侨大学学报(自然科学版), 1995, 16(1): 72 ~ 78

Decentralized Control of Multiple Input Multiple Output System

Wang Qizhi^①Wang Xiaoxia^②

(① Dept. of Electro. Mech. Eng., Huaqiao Univ., ② Dept. of Comp. Sci., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract Basing on the degree of coupling as a new concept, the authors advance the pairing control shunt to separate maximal degree of coupling. This will weaken the degree of the global coupling of multiple input multiple output (MIMO) system. By adopting this method, a $n \times n$ MIMO system can easily be decentralized into n single input single output (SISO) systems. As a method confirmed by simulation experiment to have good effect, this method has been widely applied to centralized and decentralized systems.

Keywords MIMO system, SISO system, decoupling control, decentralized control