第20卷 第1期 华侨大学学报(自然科学版) Vol.20 No.1
1999年1月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Jan.1999

M-N-Φ法用于SRC偏压构件截面的计算*

张 惠 华

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

摘要 以混凝土受压边缘的应变达到其极限应变作为截面的极限状态, 利用截面的 M-N-Φ 关系, 建立其平衡方程, 求解 SRC(劲性钢筋混凝土)偏心受压构件截面的极限承载能力. 将劲性钢筋混凝土与普通筋混凝土偏心受压构件截面承载能力的计算统一起来, 避免了普通混凝土偏心受压构件截面大小偏心的判断, 使计算更为简便统一. 该法可用于编制劲性钢筋混凝土和普通钢筋混凝土偏心受压构件截面的承载力计算表.

关键词 劲性钢筋混凝土, 极限状态, 曲率

分类号 TU 375.01

劲性钢筋混凝土结构(SRC)是将钢骨埋入钢筋混凝土的一种结构形式, 与钢结构相比其稳定性、耐火性和耐久性均更好. 在抗震地区的高层或大跨度建筑中使用具有明显的优越性, 是现代工程结构的一种重要形式. 目前, 我国尚未颁布有关的设计规范. 本文采用弯矩-轴力-曲率(M-N-Φ)法, 求解截面的极限承载能力, 将劲性钢筋混凝土与普通钢筋混凝土结构偏心受压构件截面承载能力的计算统一起来, 使计算更为简便统一. 文中以混凝土受压边缘的应变达到极限时, 作为截面的极限状态[1], 根据力的平衡原理, 建立其平衡方程, 求解截面的极限承载能力. 该方法可用于编制偏心受压构件截面的承载力计算表.

1 基本假定与截面参数

基本假定与截面参数参见文献[2], 其中 x_6 为腹板受压区屈服的高度, $x_6 = x_4 - \frac{f_{sy}}{E_{sy}\Phi}$; f_{sy} 为钢骨的屈服强度, E_{sy} 为钢骨的弹性模量, ϵ_1, ϵ_2 分别为钢筋的压应变和拉应变, ϵ_3, ϵ_4 分别为钢骨受拉钢筋和受压翼缘的应变; C 为受压区混凝土的合力.

2 计算方法

本文以混凝土受压边缘的应变达到极限应变(ϵ_u)时, 作为截面的承载能力极限. 根据截面 M-N-Φ之间的关系, 建立平衡方程, 求解截面的极限承载能力. 文中考虑钢骨面积对混凝土受力的影响, 忽略了钢筋面积对其影响. 下面根据中和轴在钢骨腹板内($x \le (\frac{h}{2} + \frac{h_w}{2})$、截

* 本文 1998-09-02 收到

面内的钢骨腹板外($\frac{h}{2}+\frac{h_w}{2}<x<h$)及截面外($x\geq h$)的 3 种情况进行分析讨论.

2.1　中和轴在钢骨腹板内

2.1.1　混凝土的内力　(1) 受压区矩形面积混凝土的合力(C_1)及其对中和轴的矩(M_{c1})分别参见文献[2].(2) 受压区钢骨面积混凝土的合力(C_2)及其对中和轴的矩(M_{c2})分别为:(a) 当 $\varepsilon_4=\varphi x_4>\varepsilon_0$ 时, $C_2=f_cA_{fc}+f_cx_7t_w+\int_0^{\varepsilon_0/\varphi}f_c[2\varphi y/\varepsilon_0-(\varphi y/\varepsilon_0)^2]t_w\mathrm{d}y$, $M_{c2}=f_cA_{fc}x_4+f_cx_7t_w(x_4-x_7/2)+\int_0^{\varepsilon_0/\varphi}f_c[2\varphi y/\varepsilon_0-(\varphi y/\varepsilon_0)^2]t_wy\mathrm{d}y$,式中 $x_7=x_4-\varepsilon_0/\varphi$;(b) 当 $\varepsilon_4\leq\varepsilon_0$ 时, $C_2=f_c[2\varphi x_4/\varepsilon_0-(\varphi x_4/\varepsilon_0)^2]A_{fc}+\int_0^{x_4}f_c[2\varphi y/\varepsilon_0-(\varphi y/\varepsilon_0)^2]t_w\mathrm{d}y$, $M_{c2}=f_c[2\varphi x_4/\varepsilon_0-(\varphi x_4/\varepsilon_0)^2]A_{fc}x_4+\int_0^{x_4}f_c[2\varphi y/\varepsilon_0-(\varphi y/\varepsilon_0)^2]t_wy\mathrm{d}y$.

2.1.2　钢筋的内力　受压、受拉钢筋的合力(C_s , T_s)及其对中和轴的矩(M_{cs} , M_{ts})分别参见文献[3].

2.1.3　钢骨的内力　(1) 受压钢骨的合力(C_{ss})及其对中和轴的矩(M_{css})分别为:(a) 当 $\varepsilon_4>f_{sy}/E_{sy}$ 时, $C_{ss}=f_{sy}A_{fc}+f_{sy}x_6t_w+\int_0^{x_4-x_6}E_{sy}\varphi yt_w\mathrm{d}y$, $M_{css}=f_{sy}A_{fc}x_4+f_{sy}x_6t_w(x_4-x_6/2)+\int_0^{x_4-x_6}E_{sy}\varphi t_wy^2\mathrm{d}y$;(b) 当 $\varepsilon_4\leq f_{sy}/E_{sy}$ 时, $C_{ss}=E_{sy}x_4\varphi A_{fc}+\int_0^{x_4}E_{sy}\varphi yt_w\mathrm{d}y$, $M_{css}=E_{sy}\varphi A_{fc}x_4^2+\int_0^{x_4}E_{sy}\varphi t_wy^2\mathrm{d}y$.(2) 受拉钢骨的合力(T_{ss})及其对中和轴的矩(M_{tss})分别为:(a) 当 $\varepsilon_3=\varphi x_3>f_{sy}/E_{sy}$ 时, $T_{ss}=f_{sy}A_{ft}+f_{sy}x_5t_w+\int_0^{x_4-x_5}E_{sy}\varphi yt_w\mathrm{d}y$; $M_{tss}=f_{sy}A_{ft}x_3+f_{sy}x_5t_w(x_3-x_5/2)+\int_0^{x_4-x_6}E_{sy}\varphi t_wy^2\mathrm{d}y$;(b) 当 $\varepsilon_3\leq f_{sy}/E_{sy}$ 时, $T_{ss}=E_{sy}x_3\varphi A_{ft}+\int_0^{x_3}E_{sy}\varphi yt_w\mathrm{d}y$, $M_{tss}=E_{sy}\varphi A_{ft}x_3^2+\int_0^{x_3}E_{sy}\varphi t_wy^2\mathrm{d}y$.

2.1.4　平衡方程　截面的合力为 N (下同), $N=C_1-C_2+C_s+C_{ss}-T_s-T_{ss}$;截面的内力对形心轴的合力矩为 M (下同), $M=M_{c1}-M_{c2}+M_{cs}+M_{ts}+M_{css}+M_{tss}+N(\frac{h}{2}-x)$.

2.2　中和轴在截面内钢骨腹板外

2.2.1　混凝土的内力　(1) C_1 , M_{c1} 分别与钢骨腹板外的 C_1 , M_{c1} 相同.(2) 钢骨上翼缘及腹板面积对应的混凝土合力(C_2)及其对中和轴的矩(M_{c2})分别为:(a) 当 $\varepsilon_4>\varepsilon_0$ 时, $C_2=f_cA_{fc}+f_cx_7t_w+\int_{x_4-h_w}^{\varepsilon_0/\varphi}f_c[2\varphi y/\varepsilon_0-(\varphi y/\varepsilon_0)^2]t_w\mathrm{d}y$, $M_{c2}=f_cA_{fc}x_4+f_cx_7t_w(x_4-x_7/2)+\int_{x_4-h_w}^{\varepsilon_0/\varphi}f_c[2\varphi y/\varepsilon_0-(\varphi y/\varepsilon_0)^2]t_wy\mathrm{d}y$;(b) 当 $\varepsilon_4\leq\varepsilon_0$ 时, $C_2=f_c[2\varphi x_4/\varepsilon_0-(\varphi x_4/\varepsilon_0)^2]A_{fc}+\int_{x_4-h_w}^{x_4}f_c[2\varphi y/\varepsilon_0-(\varphi y/\varepsilon_0)^2]t_w\mathrm{d}y$, $M_{c2}=f_c[2\varphi x_4/\varepsilon_0-(\varphi x_4/\varepsilon_0)^2]A_{fc}x_4+\int_{x_4-h_w}^{x_4}f_c[2\varphi y/\varepsilon_0-(\varphi y/\varepsilon_0)^2]t_wy\mathrm{d}y$.(3) 钢骨下翼缘面积对应的混凝土合力(C_3)及其对中和轴的矩(M_{c3})分别为:(a) 当 $\varepsilon_3>\varepsilon_0$ 时, $C_3=f_cA_{ft}$, $M_{c3}=f_cA_{ft}(-x_3)$;b) 当 $\varepsilon_3\leq\varepsilon_0$ 时, $C_3=f_c\{2\varphi(-x_3)/\varepsilon_0-[\varphi(-x_3)/\varepsilon_0]^2\}A_{fc}$, $M_{c3}=f_c\{2\varphi(-x_3)/\varepsilon_0-[\varphi(-x_3)/\varepsilon_0]^2\}A_{ft}(-x_3)$.

2.2.2　钢筋的内力　C_s, M_{cs}, T_s 和 M_{ts} 分别与钢骨腹板内的情况相同.

2.2.3　钢骨的内力　(1) 受压钢骨上翼缘的合力(C_{ss1})及其对中和轴的矩(M_{css1})分别为: (a) 当 $\epsilon_4 > f_{sy}/E_{sy}$ 时, $C_{ss} = f_{sy}A_{fc} + f_{sy}x_6 t_w + \int_{w-x_4}^{4-x_6} E_{sy}\varphi y t_w \mathrm{d}y$, $M_{css1} = f_{sy}A_{fc}x_4 + f_{sy}x_6 t_w(x_4 - x_6/2) + \int_{w-x_4}^{4-x_6} E_{sy}\varphi t_w y^2 \mathrm{d}y$; (b) 当 $\epsilon_4 \le f_{sy}/E_{sy}$ 时, $C_{ss} = E_{sy}x_4\varphi A_{fc} + \int_{w-x_4}^{4} E_{sy}\varphi y t_w \mathrm{d}y$, $M_{css} = E_{sy}\varphi A_{fc}x_4^2 + \int_{w-x_4}^{4} E_{sy}\varphi t_w y^2 \mathrm{d}y$. (2) 钢骨受压下翼缘的合力($M_{ss2}$)及其对中和轴的矩($M_{css2}$)分别为: (a) 当 $\epsilon_3 > f_{sy}/E_{sy}$ 时, $C_{ss2} = f_{sy}A_{fc}$, $M_{css2} = f_{sy}A_{ft}(-x_3)$; (b) 当 $\epsilon_3 > f_{sy}/E_{sy}$ 时, $C_{ss2} = E_{sy}(-x_3)\varphi A_{ft}$, $M_{css2} = E_{sy}\varphi A_{ft}(-x_3)^2$.

2.2.4　平衡方程　$N = C_1 - C_2 - C_3 + C_s + C_{ss1} + C_{ss2} - T_s$, $M = M_{c1} - M_{c2} - M_{c3} + M_{cs} + M_{ts} + M_{css1} + M_{css2} + N(h/2 - x)$.

2.3　中和轴在截面外

2.3.1　混凝土的内力　(1) 受压区矩形面积混凝土的合力(C_1)及其对中和轴的矩(M_{c1})分别为: $C_1 = \int_{-h}^{\epsilon_0/\varphi} f_c[2\varphi y/\epsilon_0 - (\varphi y/\epsilon_0)^2]b\mathrm{d}y + (x - \epsilon_0/\varphi)bf_c$; $M_{c1} = \int_{-h}^{\epsilon_0/\varphi} f_c[2\varphi y/\epsilon_0 - (\varphi y/\epsilon_0)^2]by\mathrm{d}y + \frac{1}{2}[x^2 - (\epsilon_0/\varphi)^2]bf_c$. (2) 钢骨上翼缘及腹板面积对应的混凝土合力(C_2)及其对中和轴的矩(M_{c2})分别为: (a) 当 $\epsilon_4 > \epsilon_0$ 时, $C_2 = f_cA_{fc} + f_cx_7t_w + \int_{x_3}^{\epsilon_0/\varphi} f_c[2\varphi y/\epsilon_0 - (\varphi y/\epsilon_0)^2]t_w\mathrm{d}y$, $M_{c2} = f_cA_{fc}x_4 + f_cx_7t_w(x_4 - x_7/2) + \int_{x_3}^{\epsilon_0/\varphi} f_c[2\varphi y/\epsilon_0 - (\varphi y/\epsilon_0)^2]t_wy\mathrm{d}y$; (b) 当 $\epsilon_4 \le \epsilon_0$ 时, $C_2 = f_c[2\varphi x_4/\epsilon_0 - (\varphi x_4/\epsilon_0)^2]A_{fc} + \int_{x_3}^{4} f_c[2\varphi y/\epsilon_0 - (\varphi y/\epsilon_0)^2]t_w\mathrm{d}y$, $M_{c2} = f_c[2\varphi x_4/\epsilon_0 - (\varphi x_4/\epsilon_0)^2]A_{fc}x_4 + \int_{x_3}^{4} f_c[2\varphi y/\epsilon_0 - (\varphi y/\epsilon_0)^2]t_wy\mathrm{d}y$. (3) C_3, M_{c3} 分别与截面内钢骨腹板外情况相同.

2.3.2　钢筋的内力　(1) C_{s1}, M_{cs1} 分别与截面内钢骨腹板内情况相同. (2) 下部受压钢筋的合力(C_{s2})及其对中和轴的矩(M_{cs2})分别为: (a) 当 $\epsilon_2 > f_y/E_y$ 时, $C_{s2} = f_yA_t$, $M_{cs2} = f_yA_t(-x_2)$; (b) 当 $\epsilon_2 \le f_y/E_y$ 时, $C_{s2} = E_y\varphi(-x_2)A_t$, $M_{cs2} = E_y\varphi(-x_2)^2A_t$.

2.3.3　钢骨的内力　(1) 钢骨受压上翼缘的合力(C_{ss1})及其对中和轴的矩(M_{css1})分别为: (a) 当 $\epsilon_4 > f_{sy}/E_{sy}$ 时, $C_{ss1} = f_{sy}A_{fc} + f_{sy}x_6t_w + \int_{x_3}^{4-x_6} E_{sy}\varphi y t_w\mathrm{d}y$, $M_{css1} = f_{sy}A_{fc}x_4 + f_{sy}x_6t_w(x_4 - x_6/2) + \int_{x_3}^{4-x_6} E_{sy}\varphi y^2 t_w\mathrm{d}y$; (b) 当 $\epsilon_4 \le f_{sy}/E_{sy}$ 时, $C_{ss1} = E_{sy}x_4\varphi A_{fc} + \int_{x_3}^{4} E_{sy}\varphi y t_w\mathrm{d}y$, $M_{css1} = E_{sy}\varphi A_{fc}x_4^2 + \int_{x_3}^{4} E_{sy}\varphi t_w y^2\mathrm{d}y$. (2) C_{ss2}, M_{css2} 分别与截面内钢骨腹板外情况相同.

2.3.4　平衡方程　$N = C_1 - C_2 - C_3 + C_{s1} + C_{s2} + C_{ss1} + C_{ss2}$, $M = M_{c1} - M_{c2} - M_{c3} + M_{cs1} + M_{cs2} + M_{css1} + M_{css2} + N(h/2 - x)$.

2.4　计算过程

计算过程参见文献[3].

3 计算实例与计算结果分析

3.1 计算实例

混凝土强度等级截面参数为: C 30, $a_c = a_t = 35$ mm, $f_c = 22$ MPa, $\epsilon_0 = 0.002$, $\epsilon_u = 0.003\,3$; $f_{sy} = 235$ MPa, $E_{sy} = 206$ GPa; $f_y = 335$ MPa, $E_y = 200$ GPa. 分别计算(1) $b = 600$ mm, $h = 700$ mm, $A_t = A_c = 1\,964$ mm^2, $h_w = 500$ mm, $t_w = 16$ mm, $A_{fc} = A_{ft} = 2\,950$ mm^2; (2) $b = 400$ mm, $h = 400$ mm, $A_t = A_c = 1\,256$ mm^2, $h_w = 200$ mm, $t_w = 9$ mm, $A_{fc} = A_{ft} = 1\,075$ mm^2 两组数据截面的极限承载能力, 计算结果见表 1.

表 1 截面的极限承载力表

算例 1						算例 2					
x/m	N/GN	M/kN·m	x/m	N/GN	M/kN·m	x/m	N/GN	M/kN·m	x/m	N/GN	M/kN·m
0.2	0.90	1 449	0.9	12.58	262.8	0.1	0.06	278.9	0.1	0	277.2
0.3	2.67	1 664	1.0	12.97	156.9	0.2	1.38	369.3	0.8	5.19	0
0.4	4.45	1 717	1.1	13.20	88.6	0.3	2.86	289.6			
0.5	6.69	1 477	1.2	13.36	40.4	0.4	4.07	164.9			
0.6	8.82	1 123	1.3	13.46	5.7	0.5	4.74	72.2			
0.7	10.53	4 456	0.2	0	1 279	0.6	5.01	30.2			
0.8	11.80	462.7	1.3	13.48	0	0.7	5.15	7.2			

3.2 与实验结果[4]比较

试件的截面参数为 $a_c = a_t = 20$ mm, 混凝土强度等级 f_{cu}, $f_c = 0.76 \times f_{cu}$, $\epsilon_0 = 0.002$, 钢骨 $f_{sy} = 312.5$ MPa, $E_{sy} = 206$ GPa; 钢筋 $f_y = 300.2$ MPa, $E_y = 200$ GPa. 试件宽度 b、高度 h、长度 l 和偏心距 e_0 等主要参数及实测值(N_u, M_u)、计算值(N_u^c, M_u^c) 分别如表 2 所示. 混凝土的极限应变值取其破坏时的实测值 ϵ_u, f 为跨中侧移, $M_u = N_u(e_0 + f)$.

表 2 试件主要参数、实测值、计算值和误差(η)分析表①

试件	b/mm	h/mm	l/m	e_0/mm	f_{cu}/MPa	N_u/kN	M_u/kN·m	f/mm	$\epsilon_u \times 10^{-3}$	N_u^c/kN	M_u^c/kN·m	η/(%)
1-1	161	160	1.5	320	43.84	100	33.36	13.62	3.130	100.4	32.96	1.21
1-2	160	160	2.0	110	43.84	290	36.46	15.73	2.930	290.1	37.24	2.09
2-1	159	160	1.5	30	53.57	900	27.63	4.47	2.674	889.9	27.63	12.28
2-2	160	160	2.0	30	53.57	838	29.72	8.24	2.653	837.7	29.72	7.82
3-1	159	154	1.5	110	48.78	320	37.85	8.29	2.619	320.1	37.00	2.30
3-2	156	159	2.0	110	48.78	309	39.45	17.68	2.871	309.4	38.11	3.52
3-3	160	160	2.5	110	48.78	295	39.01	22.23	2.081	295.4	34.91	11.74
3-4	160	162	3.0	110	48.78	275	38.26	29.13	1.948	275.1	33.91	12.83

① 第 4 组构件的计算误差均在 5% 以内

4.3 计算结果分析

表 2 的计算结果与误差分析表明: 本方法的计算结果与实验结果较接近, 只有试件 2-1, 2-2 和 3-3 和 3-4 的计算误差较大, 分别为 12.28%, 7.82%, 11.74% 和 12.85%. 这主要是由于试件 2-1, 2-2 属小偏心受压, 但计算时仍采用混凝土的弯曲抗压强度而引起的. 试件 3-3, 3-4 的误差, 是由于混凝土实际的极限应变小, 其应力-应变关系曲线与假定的应力-应变关系有出

入而引起的.

4 结论

从上面的计算表明,本方法可用于编制劲性钢筋混凝土和钢筋混凝土截面强度的计算表. 它将劲性钢筋混凝土和普通钢筋钢筋混凝土截面强度的计算统一起来,使计算更简便统一. 但本方法在截面受压高度较大时,混凝土抗压强度如何取值更符合实际的问题还有待于进一步的实验研究.

本文为校科研基金资助项目.

参　考　文　献

1 林雨生,方德平. 部分预应力砼受弯构件的延性分析. 华侨大学学报(自然科学版),1996,17(1):28～34

2 张惠华. 不同的配钢对 SRC 受弯构件延性的影响. 华侨大学学报(自然科学版),1998,19(1):44～49

3 张惠华. RC 偏心受压构件截面承载能力的计算. 华侨大学学报(自然科学版),1998,19(4):387～390

4 叶列平. 劲性钢筋混凝土偏心受压中长柱的试验研究. 建筑结构学报,1990,12:46～48

Application of M-N-Φ Method to the Calculation of a Section of Steel Rein-forced Concrete Member Submitting to Eccentric Compression

Zhang Huihua

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract　The ultimate bearing capacity of a section of eccentrically compressed member made of steel reinforced concrete (RSC) is solved by avoiding to judge the degree of eccentricity of a section of eccentrically compressed member made of common concrete. The author takes the strain of concrete at compressed margin approaching ultimate strain as the ultimate state of a section; and makes use of bending moment-axial force curvature of a section; and makes use of bending moment- axial force-curvature (M-N-Φ) relation of a section to establish its balance equation. With the purpose of unifying and simplifying the calcuation of sectional bearing capacity of eccentrically compressed members made of both SRC and RC, the methed can be used in preparing relevant calculation list.

Keywords　steel reinforced concrete, ultimate state, curvature