

论 PID 调节的系统鲁棒性*

王 启 志

(华侨大学机电工程系, 泉州 362011)

摘要 根据过程对象特性 $\hat{G}(S) = K_0 e^{-\tau S} / (TS + 1)$ 及系统的鲁棒性, 得出 PID 具有很高的鲁棒性和本优化控制的重要结果, 同时揭示 PID 最优参数同对象参数的关系.

关键词 系统鲁棒性, PID 调节, 参数优化, 过程控制

分类号 TP 273

PID 调节规律是一种历史悠久的系统控制方法, 至今仍然是单环回路最优的一种选择. 在自动化领域内, 至今找不到一种象 PID 调节这样经久不衰的调节方式. 70 年代末兴起的模糊控制, 80 年代中期兴起的自整定与自校正控制, 可以说均保持 PID 调节的基本框架. 90 年代以 H_∞ 理论为基础的鲁棒调节器, 引起学术界广泛重视. 人们发现 PID 调节具有很高的鲁棒性. 在一系列的智能控制与专家系统中, PID 仍然是一个研究的热点.

1 PID 调节的本质鲁棒性

随着系统设计研究的深入, 人们发现 PID 具有很高的人工智能特性. 在输入误差信号作用下, PID 调节器的输出如图 1 所示. P(比例)、I(积分)和 D(微分)的作用时间区域如图 1 所标记的, 这 3 个作用非常类似于人工操作方式中的粗调节、超前调节与精细调节^[1].

鲁棒性问题是在对象模型描述具有不确定性的场合下提出的, 对象设计模型 $\hat{G}(\omega)$ 与实际模型 $G(\omega)$ 用函数集 \mathbf{P} 表示, 即

$$\mathbf{P} = \left\{ G: \frac{|G(\omega) - \hat{G}(\omega)|}{|\hat{G}(\omega)|} \leq l(\omega) \right\}, \quad (1)$$

$l(\omega)$ 为模型不确定的上界, 即

$$l(\omega) = \sup |l(\omega)|, \quad \forall \omega \quad (2)$$

$G(\omega)$ 模型实际上由设计模型 $\hat{G}(\omega)$ 与不确

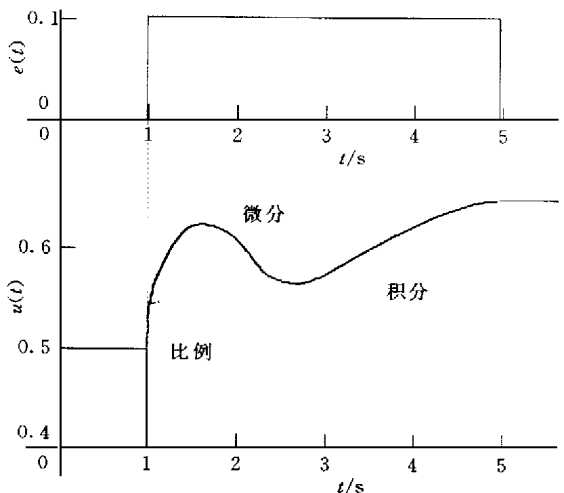


图 1 PID 调节器的典型脉冲响应

定模型 $l(\omega)$ 构成, 表示为 $G(\omega) = \hat{G}(\omega)(1 + l(\omega))$. 因此, 不确定性模型是设计模型与实际模型的相对误差, 且有

$$\sup |l(\omega)| = \max |l(\omega)| < 1, \forall \omega \quad (3)$$

由文献 [2] 给出的系统鲁棒稳定性条件式为

$$\bar{G}_k(\omega) < 1, \forall \omega \quad k = p, o, i, \quad (4)$$

则

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}_p(S) &= D(S)[1 + D(S)\hat{G}(S)]^{-1}\bar{T}_p, \\ \bar{G}_i(S) &= D(S)\hat{G}(S)[1 + D(S)\hat{G}(S)]^{-1}\bar{T}_i, \\ \bar{G}_o(S) &= D(S)\hat{G}(S)[1 + D(S)\hat{G}(S)]^{-1}\bar{T}_o, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$D(S)$ 与 $\hat{G}(S)$ 分别表示系统控制器的传递函数和设计对象的理论传递函数.

根据如下事实.

(1) 过程控制系统一般操作频率 ω 都较低, 因此对象建模均在低频段拟合. 所以, $\hat{G}(S)$ 仅在低频段符合 $G(S)$, 即

$$\hat{G}(\omega) = G(\omega) \quad \omega < \omega_c,$$

随着 ω 增大, $[G(\omega) - \hat{G}(\omega)] = l(\omega)$ 会越来越显著.

(2) 由式(5)中的 $\bar{G}_i(S)$, \bar{G}_o 可得

$$\hat{G}_k = \omega(S)\bar{T}_k \quad k = i, o, \quad (6)$$

$$\omega(S) = \frac{D(S)\hat{G}(S)}{1 + D(S)\hat{G}(S)}, \quad (7)$$

$\omega(S)$ 为以控制器 $D(S)$ 与对象串联构成单位负反馈的闭环传递函数(图2). 理想的 $\omega(S)$ 应为

$$\omega(S) = 1, \quad (8)$$

且系统误差

$$E_k(S) = 0. \quad (9)$$

系统设计要在所有频率下均满足式(8), (9)的条件, 这是不可能, 也是没有必要的. 其必须在低频段满足式(8), (9), 而在高频段满足式(5)的条件. PID 调节器可满足此要求.

(1) PID 调节器模型(不完全微分形式)为

$$D(S) = K_P(1 + \frac{1}{T_I S})(\frac{T_D S + 1}{T_D S/r + 1}), \quad (10)$$

式中 K_P , T_I 与 T_D 分别为比例增益、积分时间与微分时间, r 为微分增益.

(2) 典型过程被控制对象模型为

$$\hat{G}(S) = \frac{K_o e^{-\tau S}}{T S + 1}, \quad (11)$$

式中 K_o , τ 与 T 分别为对象静态增益、纯滞后时间与时间常数.

将式(10), (11)代入式(7), 可得

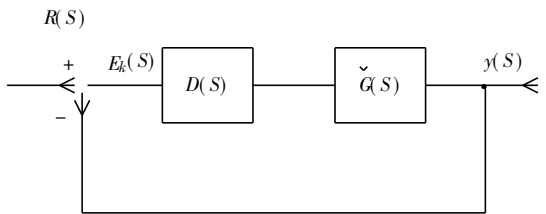


图2 $D(S)G(S)$ 单位反馈系统

$$\omega(S) = \frac{K_P(1 + \frac{1}{T_I S})(\frac{T_D S + 1}{T_D S/r + 1})(K_o \frac{e^{-\tau s}}{T S + 1})}{1 + K_P(1 + \frac{1}{T_I S})(\frac{T_D S + 1}{T_D S/r + 1})(K_o \frac{e^{-\tau s}}{T S + 1})}. \quad (12)$$

在低频段($\omega \rightarrow 0$), 即

$$|\omega(0)| = \lim_{\omega \rightarrow 0} |\omega(S)|_{s=j\omega} = 1;$$

在高频段($\omega \rightarrow \infty$), 即

$$|\omega(\infty)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} |\omega(S)|_{s=j\omega} = 0.$$

根据上述的分析可以得出, PID 调节对过程控制系统具有很高的鲁棒性, 或者说 PID 调节对 $\hat{G}(S) = \frac{K_o e^{-\tau s}}{T S + 1}$ 对象有本质的鲁棒性.

2 PID 调节系统的运行鲁棒性分析

在频率两个极端情况下, PID 调节系统的鲁棒性不一定等同于运行状况下的系统鲁棒性. 为了分析其鲁棒性及其参数选择, 将式(12)重新写成

$$\omega(S) = \frac{H_k(S) e^{-\tau s}}{1 + H_k(S) e^{-\tau s}}, \quad (13)$$

式中 $H_k(S) = \frac{K(1 + T_I S)(T_D S + 1)}{S(T_D S/r + 1)(T S + 1)}$. 根据不完全微分 PID 调节器的优化参数整定规律, T_I T_D . 因此 $H_k(S) = \frac{|1 + jT_I \omega|^2}{|j\omega| |1 + jTD\omega/r| |1 + jT\omega|}$, $H_k(\omega)$ 如图 3 所示的 abcde 曲线. 图中 OAB 折

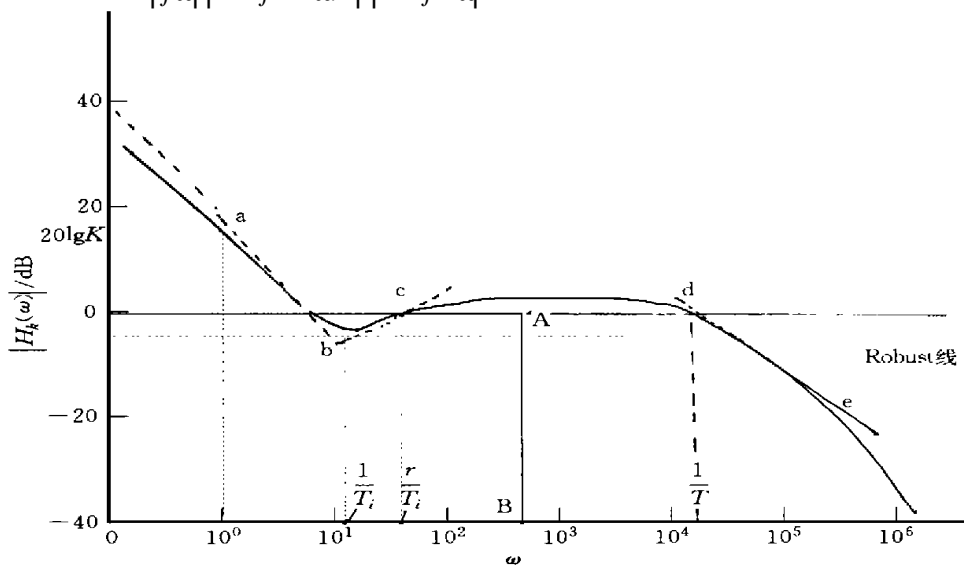


图3 $H_k(\omega)$ 的 Bode 图

线为保持有鲁棒性所要求的 $H_k(\omega)$ 理想特性. $H_k(\omega)$ 曲线有 a, b, c, d 共 4 个与 PID 参数有关的特征点: a 点($\omega=1, 20 \lg K$); b 点在 $\omega=1/T_D$ 处曲线向上变换走向(约 10 倍频程增加 20

dB); c 点在 $\omega = r/T_1$ 处开始时, 曲线形状接近水平线; d 点($\omega = \frac{1}{T}$) 开始时, 曲线趋于下降, 直至 $|H_k(\omega)|$ 减少到零.

$H_k(S)$ 为闭环系统的重要组成部分. 由式(13) 得出

$$\omega(S) = \frac{M_k(S)}{1 + M_k(S)}, \quad (14)$$

其中 $M_k(S) = H_k(S)e^{-\tau s}$, 纯滞后各环节 $e^{-\tau s}$ 的存在与否, 不影响 $|M_k(\omega)|$, 即 $|M_k(\omega)| = |H_k(\omega)|$, $\forall \omega$ 但是 $e^{-\tau s}$ 的存在会影响 $M_k(S)$ 的相位, 如图 4 所示. 图中的曲线 (1) 为 $\tau = 0$, 即

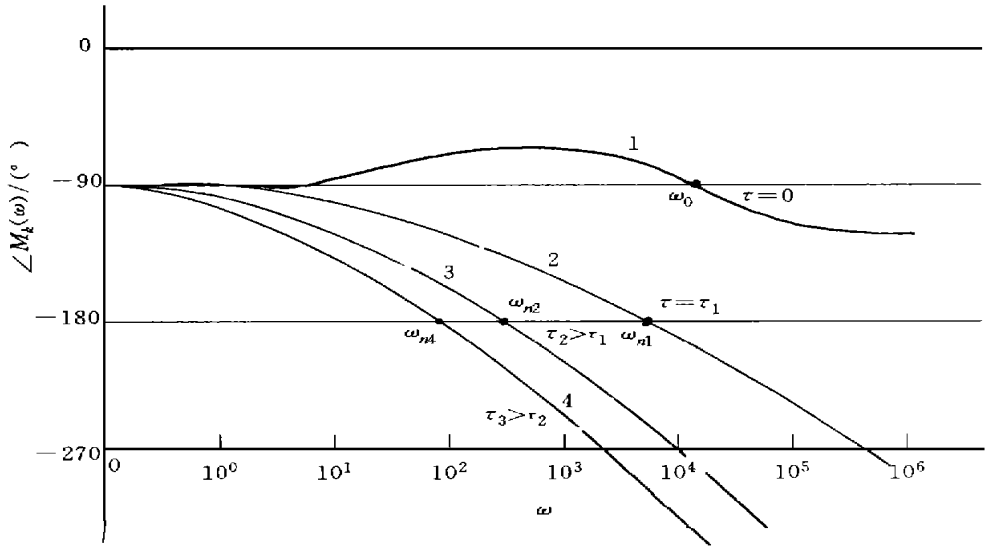


图 4 $e^{-\tau s}$ 对 $M_k(\omega)$ 的影响示意图

$M_k(\omega) = H_k(\omega)$. 随着 τ 的增大, $M_k(\omega)$ 同 -180 轴的交点频率 ω_n 不断向左边移动. 即 $\omega_{n0} < \omega_{n1} < \dots < \omega_n < \omega_{n+1}$, ω_{nk} , $k = 0, 1, 2, \dots$, 代表一个系统的操作频率(或工作频率), τ 越大, ω_n 值越小, 系统的响应速越慢. 显然, 纯滞后 $e^{-\tau s}$ 的存在降低控制系统的品质, 而且会大大降低系统的鲁棒性^[6].

3 鲁棒 PID 系统参数范围

根据振幅裕度的定义: $\Delta |M_k(\omega)| = -20 \lg |M_k(\omega)|$. 为达到一定鲁棒性 $\Delta |M_k(\omega)|$ 至少应在 -8 dB 以下(或按要求规定其 Rodust 线), 如图 3 所示. 显然为达到某种鲁棒性要求, 整个图 3 的 $|H_k(\omega)|$ 曲线应向下平移, 即 a 点沿着 $\omega = 1$ 的垂直线平移. 因此 $|H_k(\omega)|_{\omega=1} = 20 \lg(\frac{K_o K_P}{T_1})$ (或 $\frac{K_P}{T_1} = \frac{1}{K_o} 10^{\frac{|H_k(\omega)|_{\omega=1}}{20}}$). 这说明 PID 调节器比例增益 K_P 及积分时间 T_1 的选择受 K_o 与鲁棒线的限制.

由图 3 的 $|H_k(\omega)|$ Bode 图, 还可以发现存在一个对系统鲁棒不利的特性, 即 b 点以后特性曲线向上变化, 使得鲁棒稳定性降低. 因此应将 $1/T$ 移到 $1/T_1$ 前面(即 $1/T_c$ 的选择应满足 $1/T_1 > 1/T$), 得到新的 $|H_k(\omega)|$ Bode 图, 如图 5 所示. 因此, 可以将式(2)及 $T_1 < T$ 作为系统鲁棒性的两个条件, 这无疑对 PID 调节器的参数鲁棒性选择是有意义的.

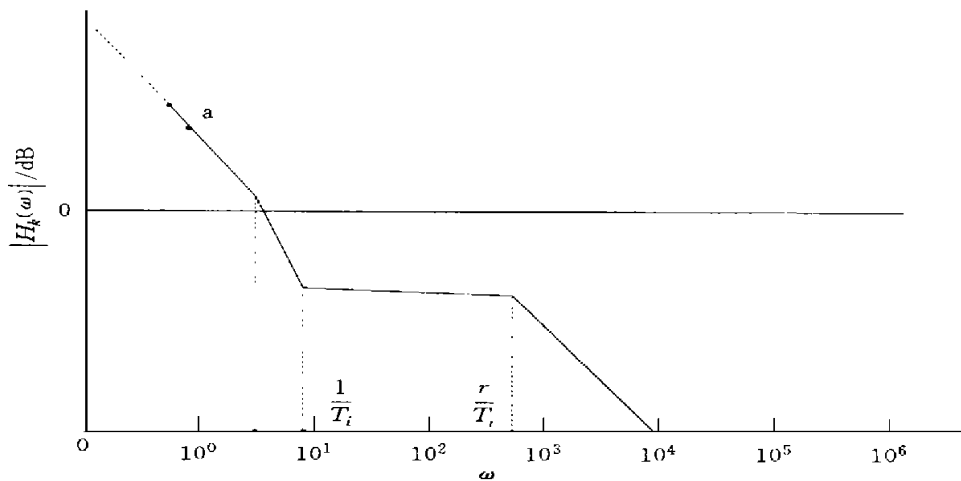


图5 PID 参数的鲁棒性选择说明

参 考 文 献

- 1 Morari M. Robust process control. New York: Prentice Hall, 1992. 203 ~ 225
- 2 任秀珍, 王永初. 节能控制系统. 北京: 中国石化出版社, 1994. 324 ~ 356
- 3 王晓霞, 王永初. IMC 离散自适应系统. 华侨大学学报(自然科学版), 1998, 19(2): 211 ~ 215

On the System Robustness of Proportional-Plusintegral- Plusderivative Regulation

Wang Qizhi

(Dept. of Mech. & Electr. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract Proportional-plusintegral-plusderivative (PID) regulation has been a traditional regulating rule for process control so far. In the light of target characteristic of process $\hat{G}(S) = K_0 e^{-\tau S} / (TS + 1)$ and system robustness, important results showing very high robustness and optimum control in essence of PID are obtained; and the relation between optimum parameter and object parameter of PID is revealed.

Keywords system robustness, PID regulation, parameter optimization, process control