

RC 偏心受压构件截面承载能力的计算^{*}

张 惠 华

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

摘要 采用弯矩-轴力-曲率法, 探讨普遍适用钢筋混凝土(RC) 偏心受压构件截面承载能力的计算方法. 把钢筋混凝土偏心受压构件截面大、小偏心的计算统一起来, 使其截面极限承载能力的计算更为简便.

关键词 偏心受压, 极限状态, 曲率

分类号 TU 375. 01

通常在进行钢筋混凝土偏心受压构件截面承载力验算或配筋计算时, 必须先判断截面偏心的大小, 然后才能计算^[1]. 在截面配筋不对称时, 计算很繁琐. 本文采用弯矩-轴力-曲率法^[2], 将大小偏心的计算统一起来, 使计算更简捷. 文中以混凝土受压边缘的应变达到极限应变 ϵ_u 时作为截面的极限状态, 根据力的平衡原理, 建立其平衡方程, 求截面的极限承载能力. 若考虑二阶效应及稳定的影响, 对构件的计算长度进行修正, 该方法可用于编制钢筋混凝土偏心受压构件承载力的计算表.

1 基本假定与截面参数

基本假定条件: (1) 杆件截面在受力前后, 变形符合平截面假定; (2) 不考虑受拉区混凝土的作用; (3) 钢筋为理想的弹塑性材料; (4) 混凝土的应力-应变关系取用规范 GBJ 10-89 的理论曲线^[3].

钢筋混凝土偏心受压构件的截面尺寸如图 1 所示. h, b 为截面的高度和宽度; h_0 为受拉钢

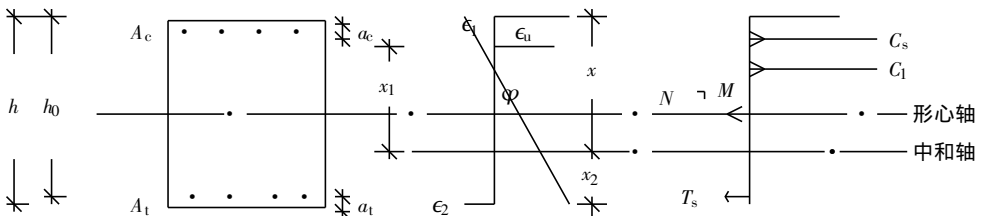


图1 钢筋混凝土截面的尺寸及应变和内力

筋的合力点至受压边缘的距离; a_t 为受拉钢筋的形心至受拉边缘的距离; a_c 为受压钢筋的形心至受压边缘的距离; A_c, A_t 为受压和受拉钢筋的面积; x 为截面的受压区高度; x_1 为受压钢筋的合力点至中和轴的距离($x_1 = x - a_c$); x_2 为受拉钢筋的合力点至中和轴的距离($x_2 = h_0 - x$);

ϵ_1, ϵ_2 为钢筋的压应变和拉应变; C_1 为受压区混凝土的合力, C_s 为受压钢筋的合力; T_s 为受拉钢筋的合力; Φ 为截面的曲率; N 为截面所承受的轴力; M 为截面所承受的弯矩.

2 分析过程中计算方法的讨论

本文以混凝土受压边缘的应变达到 ϵ_u 时作为截面承载能力极限, 此时构件已破坏, 不能再继续承担荷载. 下面根据截面中和轴位置的不同, 分两种情况进行分析讨论. 钢筋混凝土的配筋率一般较小, 因此忽略了钢筋面积对混凝土受力的影响.

2.1 中和轴在截面内($x < h$)

(1) 由基本假定(4)可知, 受压区混凝土的合力(C_1)和受压区混凝土的压力对中和轴的力矩(M_{c1})分别为

$$C_1 = \int_0^{\epsilon_0/\varphi} f_c [2\varphi/\epsilon_0 - (\varphi/\epsilon_0)^2] b dy + (x - \epsilon_0/\varphi) b f_c, \quad (1)$$

$$M_{c1} = \int_0^{\epsilon_0/\varphi} f_c [2\varphi/\epsilon_0 - (\varphi/\epsilon_0)^2] b y dy + \frac{1}{2} [x^2 - (\epsilon_0/\varphi)^2] b f_c, \quad (2)$$

式中 f_c 为混凝土的弯曲抗压强度; $\epsilon_u = 0.0033$ 为其极限压应变; $\epsilon_0 = 0.002$.

(2) 由基本假定(3)可知, 受压区钢筋的压力为 C_s . 当 $\epsilon_1 = \varphi x_1 > f_s/E_s$ 时, $C_s = f_s A_{s1}$, 对应的力矩 $M_{cs} = f_s A_{s1} x_1$ (对中和轴). 当 $\epsilon_1 = \varphi x_1 < f_s/E_s$ 时, $C_s = E_s \varphi x_1 A_{s1}$, $M_{cs} = E_s \varphi x_1^2 A_{s1}$. 其中 f_s 为钢筋的屈服强度; E_s 为其弹性模量; ϵ_y 为其屈服应变 ($\epsilon_y = f_s/E_s$).

(3) 由基本假定(3)可知, 受拉区钢筋的拉力为 T_s . 当 $\epsilon_2 = \varphi x_2 > f_s/E_s$ 时, $T_s = f_s A_{s2}$, 对应的力矩 $M_{ts} = f_s A_{s2} x_2$ (对中和轴). 当 $\epsilon_2 = \varphi x_2 < f_s/E_s$ 时, $T_s = E_s \varphi x_2 A_{s2}$, $M_{ts} = E_s \varphi x_2^2 A_{s2}$.

(4) 根据力的平衡原理, 建立平衡方程为

$$\sum N_i = C_1 + C_s - T_s, \quad (3)$$

$$M = M_{c1} + M_{cs} + M_{ts} + N(h/2 - x). \quad (4)$$

2.2 中和轴在截面外($x > h$)

(1) 与节 2.1 的(1)相同, 截面的混凝土内力(C_1)和力矩(M_{c1})分别为

$$C_1 = \int_{x-h}^{\epsilon_0/\varphi} f_c [2\varphi/\epsilon_0 - (\varphi/\epsilon_0)^2] b dy + (x - \epsilon_0/\varphi) b f_c, \quad (5)$$

$$M_{c1} = \int_{x-h}^{\epsilon_0/\varphi} f_c [2\varphi/\epsilon_0 - (\varphi/\epsilon_0)^2] b y dy + \frac{1}{2} [x^2 - (\epsilon_0/\varphi)^2] b f_c. \quad (6)$$

(2) 钢筋 A_{s1} 的压力(C_s)有: 当 $\epsilon_1 = \varphi x_1 > f_s/E_s$ 时, $C_s = f_s A_{s1}$, $M_{cs} = f_s A_{s1} x_1$; 当 $\epsilon_1 = \varphi x_1 < f_s/E_s$ 时, $C_s = E_s \varphi x_1 A_{s1}$, $M_{cs} = E_s \varphi x_1^2 A_{s1}$.

(3) 钢筋 A_{s2} 的压力(C_{ts})有: 当 $\epsilon_3 = \varphi(x - h_0) > f_s/E_s$ 时, $C_{ts} = f_s A_{s2}$, $M_{ds} = f_s A_{s2}(x - h_0)$; 当 $\epsilon_3 = \varphi(x - h_0) < f_s/E_s$ 时, $C_{ts} = E_s \varphi(x - h_0) A_{s2}$, $M_{ds} = E_s \varphi(x - h_0)^2 A_{s2}$.

(4) 与节 2.1 的(4)相同, 其平衡方程为

$$\sum N_i = C_1 + C_s + C_{ts}, \quad (7)$$

$$M = M_{c1} + M_{cs} + M_{ds} - N(x - h/2), \quad (8)$$

2.3 求解过程

(1) 给定 $x, \Delta x$ 的初值.

- (2) 判断 $x \leq h$ 是否成立, 然后分别计算 C_1, M_{c1} .
- (3) 判断 $\epsilon_1 > f_s / E_s$ 是否成立, 分别计算 C_s, M_{cs} .
- (4) 判断 $\epsilon_2 > f_s / E_s$ (或 $\epsilon_3 > f_s / E_s$) 是否成立, 分别计算 $T_s(C_{ts}), M_{ts}(M_{cts})$.
- (5) 求合力 N, M . 当 $N \leq 0, M \leq 0$ 时, 输出 x, M, N , 进入下一循环; 当 $N > 0$ 时, 进入下一循环, M, N 不是所求的解; 当 $N \leq 0, M \leq 0$ 时, 结束.

3 计算实例与计算结果分析

3.1 算例

编制钢筋混凝土强度计算表. 截面参数为 $b=400\text{ mm}, h=500\text{ mm}, a_c=a_t=35\text{ mm}$, 混凝土强度等级为 C25, $f_c=18.5\text{ MPa}$; 钢筋 $f_s=335\text{ MPa}, E_s=2.0 \times 10^4\text{ Pa}$. 分别计算 (1) $A_t^1=1\,256\text{ mm}^2, A_c^1=1\,256\text{ mm}^2$; (2) $A_t^2=1\,256\text{ mm}^2, A_c^2=804\text{ mm}^2$ 两组截面的极限承载能力. 本方法和现行规范方法的计算结果分别见表 1、2, 误差分析见表 3.

表 1 截面的极限承载力表(本方法的计算结果)

A_c^1			A_t^1			A_c^2			A_t^2		
x/mm	N/kN	$M/\text{kN}\cdot\text{m}$	x/mm	N/kN	$M/\text{kN}\cdot\text{m}$	x/mm	N/kN	$M/\text{kN}\cdot\text{m}$	x/mm	N/kN	$M/\text{kN}\cdot\text{m}$
50	123	212	750	4 334	43	50	34	192	750	4 182	11
150	886	348	850	4 454	18	150	734	315	47.54	0	185
250	1 476	398	950	4 527	3	350	1 325	366	787.15	4 234	0
350	2 215	368	1 050	4 536	0.9	350	2 064	335			
450	3 050	268	1 150	4 541	0.1	450	2 899	236			
550	3 744	153	43.59	0	185	550	3 593	121			
650	4 124	83	1 250	4 542	0	650	3 975	51			
500	3 451	208.2				500	3 280	175.7			

表 2 截面的极限承载力表(现行规范方法的计算结果)

A_c^1			A_t^1			A_c^2			A_t^2		
x/mm	N/kN	$M/\text{kN}\cdot\text{m}$	x/mm	N/kN	$M/\text{kN}\cdot\text{m}$	x/mm	N/kN	$M/\text{kN}\cdot\text{m}$	x/mm	N/kN	$M/\text{kN}\cdot\text{m}$
50	296	249	150	888	349.6	50	144.6	216.5	150	736.6	377.1
250	1 480	402.9	350	2 220	380.1	250	1 329	370.4	350	2 069	352
450	3 057	263.3	500	3 287	157.3	450	2 906	229.2	500	3 439	191.4

表 3 误差分析表

A_c^1			A_t^1			A_c^2			A_t^2		
x/mm	$\eta_N/(%)$	$\eta_M/(%)$	x/mm	$\eta_N/(%)$	$\eta_M/(%)$	x/mm	$\eta_N/(%)$	$\eta_M/(%)$	x/mm	$\eta_N/(%)$	$\eta_M/(%)$
50	57.77	14.86	150	0.23	0.46	50	76.49	88.52	150	2.36	16.48
250	0.27	1.22	350	0.23	3.18	250	0.30	1.19	350	0.24	4.83
450	0.23	1.79	500	0.35	8.78	450	0.24	2.97	500	4.62	8.2

3.2 计算结果分析

从表 3 的误差分析可知: 对于大偏心, 当受压与受拉钢筋都屈服时, 两者的计算结果很接近. 如第 (1) 组, x 为 150 mm, 250 mm 时, 两者的计算误差很小, 分别为 0.23%, 0.46% 和 0.

27%, 1.22%。但当受压或受拉钢筋未屈服时, 两者的计算结果相差较大, 如 x 为 50 mm 时, 两组的计算误差分别为 57.77%, 14.86% 和 76.49%, 88.52%。这是因为, 规范的计算是建立在假定受压与受拉钢筋都屈服的基础上, 因此对钢筋未屈服的情况, 计算误差较大。小偏心时, 当中和轴在截面内(即 $x < h$) 时, 两者的计算误差不大; 当中和轴在截面外(即 $x > h$) 时, 规范的计算方法都按 $x = h$ 近似计算, 因此规范的计算方法误差较大。

4 结论

从上面的分析结果表明: 本计算方法克服了规范方法中、大偏心只适用于受压与受拉钢筋都屈服, 小偏心只适用于中和轴在截面内的局限性。它比现行规范的计算方法更符合实际, 更适用于钢筋应力为任意值的混凝土偏心受压构件的截面计算。

参 考 文 献

- 1 车宏亚. 钢筋混凝土结构原理. 天津: 天津大学出版社, 1990. 164 ~ 168
- 2 方德平, 林雨生. 部分预应力砼连续的弯矩-曲率分析法. 华侨大学学报(自然科学版), 1996, 17(3): 260 ~ 265
- 2 中国建筑科学研究院编. GBJ 10-89 混凝土结构设计规范. 北京: 中国工业出版社, 1989

A Method for Calculating Sectional Bearing Capacity of an Eccentric Compressed Member Made of Reinforced Concrete

Zhang Huihua

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A bending moment-axial force-curvature method is adopted as an universal suitable method for calculating sectional bearing capacity of an eccentric compressed member made up of reinforced concrete. The method unifies large and small eccentric calculation of the section of eccentric compressed RC member. It makes the calculation of sectional ultimate bearing capacity all the more handy.

Keywords eccentric compressed, ultimate state, curvature