

# 含断层剪力墙的框架-剪力墙地震特性<sup>\*</sup>

王全凤<sup>①</sup> 王凌云<sup>①</sup> 刘强生<sup>②</sup>

(① 华侨大学土木工程系, ② 华侨大学电子工程系, 泉州 362011)

**摘要** 首先用墙单元将框架-剪力墙结构离散, 然后利用传递矩阵技术探讨变刚度框架-剪力墙结构的地震反应. 把得到此结构的固有频率和最大的位移反应与振动台的试验结果进行比较, 结果相吻合, 说明本数值方法是正确的、有效的. 最后详细讨论剪力墙高度不同对框架-剪力墙结构地震反应的影响, 得出了不是对所有的框架-剪力墙结构都需把其剪力墙延伸到整个结构高度的结论.

**关键词** 框架-剪力墙结构, 传递矩阵技术, 墙单元, 地震反应

**分类号** TU 973. 16

高层建筑的框架-剪力墙体系比纯框架体系能更有效地提供侧向刚度, 以抵抗风荷载和水平地震作用. 目前, 连续化法<sup>[1]</sup>是最常用的框架-剪力墙体系的分析方法, 它用一种等效平面结构来代替原结构, 但不适用于变刚度的框架-剪力墙结构体系. 对于双肢剪力墙体系, 由于剪力墙厚度(或宽度)沿着结构高度的变化引起侧向刚度的变化, 也作了一些研究<sup>[2,3]</sup>. 据我们所知, 目前尚无一种简单的数值方法能用来模拟变断面的框架-剪力墙结构的地震反应. 至于有限单元法, 要得到收敛的解需大量的计算单元和解的时间, 因此在实际设计中的应用受到限制. 本文用一种墙单元离散框架-剪力墙结构体系, 使计算单元大幅度减少, 传递矩阵法已被证明是分析框架-剪力墙体系最简单的数值方法之一<sup>[4,5]</sup>. 建立在连续法基础上的传递矩阵法, 用来分析刚度沿着高度方向突然变化的框架-剪力墙结构. 本文取3种小尺寸、9层的钢筋砼框架-剪力墙结构模型进行动力分析. 此模型模拟框架-剪力墙结构侧向刚度沿着高度有规则分布和不规则分布, 分析的地震反应和振动台的结果进行了比较, 得出相应的可参考的结论.

## 1 地震分析的墙单元计算模型

当假定楼板在其自身平面内的刚度为无穷大(并可忽略结构的扭转变形)时, 框架-剪力墙结构在水平荷载作用下可按平面等效的框架-剪力墙结构来分析. 研究的对象是每个楼层可能拥有不同的抗侧移刚度, 所以墙单元沿着此结构高度方向划分, 以保证每个墙单元的抗侧移刚度是常数. 图1表示由 $n$ 个墙单元组成的阶梯型截面的框架-剪力墙结构, 墙单元的编号是自下而上,  $H$ 是房屋的总高度.

取图2所示的任一计算的墙单元 $i$ , 相应单元的高度为 $H_i$ . 对第 $i$ 个墙单元进行单元分析<sup>[6]</sup>, 可求得单元 $i$ 底部与顶部变形及内力关系. 即

$$\begin{bmatrix} y \\ \varphi \\ M_{\omega} \\ 1 \end{bmatrix}_s = \begin{bmatrix} 1 & \frac{H \operatorname{sh} \lambda}{\lambda} & \frac{\operatorname{ch} \lambda - 1}{\Gamma} & \frac{PH}{\Gamma} \left(1 - \frac{\operatorname{sh} \lambda}{\lambda}\right) \\ 0 & \operatorname{ch} \lambda & \frac{\lambda \operatorname{sh} \lambda}{\Gamma H} & \frac{P}{\Gamma} (1 - \operatorname{ch} \lambda) \\ 0 & \Gamma H \frac{\operatorname{sh} \lambda}{\lambda} & \operatorname{ch} \lambda & - PH \frac{\operatorname{sh} \lambda}{\lambda} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} y \\ \varphi \\ M_{\omega} \\ 1 \end{bmatrix}_d,$$

简写为

$$y_i^s = A_i y_i^d, \quad (1)$$

其中  $A_i$  为墙单元  $i$  的单元矩阵,  $\lambda_i = H_i \sqrt{\alpha \Gamma_i / K_{\omega i}}$  为墙单元  $i$  的刚度特征值,  $\alpha = \frac{GF_i / \mu}{GF_i / \mu + \Gamma_i}$  为

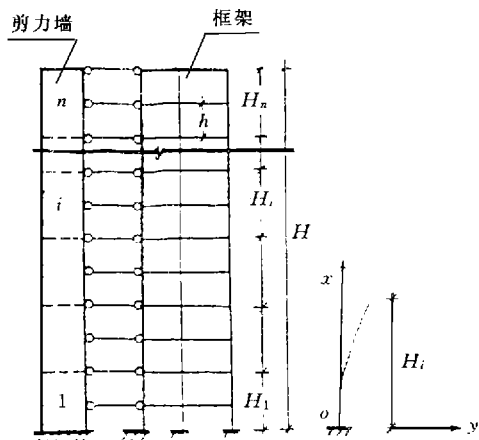


图1 计算模型

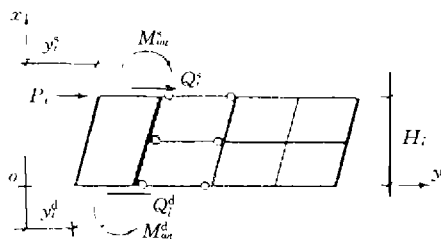


图2 计算的墙单元

剪力墙的剪切变形影响系数,  $\Gamma_i$  为框架平均剪切刚度,  $K_{\omega i}$  为墙单元  $i$  的剪力墙抗弯总刚度,  $F_i$  为墙单元  $i$  的剪力墙截面积,  $\mu$  为考虑剪力在剪力墙截面上分布不均匀系数,  $G$  为砼剪切弹性模量,  $P_i$  为墙单元  $i$  顶部水平地震作用,  $y_i^s, y_i^d$  分别为墙单元  $i$  顶部和底部的位移,  $M_{\omega i}^s, M_{\omega i}^d$  分别为墙单元  $i$  顶部和底部剪力墙承受的弯矩,  $\varphi_i^s, \varphi_i^d$  分别为墙单元  $i$  顶部和底部的转角。

## 2 传递矩阵

根据墙单元  $i$  与墙单元  $i+1$  相邻截面变形及内力的协调关系, 得  $y_{i+1}^d = y_i^s, \varphi_{i+1} = \varphi_i, M_{\omega i+1}^d = M_{\omega i}^s$ , 其矩阵形式为

$$\bar{y}_{i+1}^d = I_i \bar{y}_i^s, \quad (2)$$

式中  $I$  为单位矩阵,  $I_i$  为墙单元  $i$  的传递矩阵。把式(1)代进式(2)并展开, 得

$$\bar{y}_{i+1}^d = I_i A_i \bar{y}_i^d = T_i \bar{y}_i^d = T_i T_{i-1} \dots T_2 T_1 \bar{y}_1^d, \quad (3)$$

## 3 边界条件

假设框架-剪力墙结构底部固接, 其底部边界条件为  $y_1 = 0, \varphi_1 = 0$ , 其中  $\varphi_1$  为墙单元 1 由

于弯矩引起剪力墙的转角. 根据叠加原理, 剪力墙的转角  $\varphi$  应等于弯矩产生转角  $\varphi_m$  与剪力产生转角  $\varphi_s$  之和, 即

$$\varphi = \varphi_m + \varphi_s, \quad (4)$$

又因为由剪力引起剪力墙转角  $\varphi_s$ , 即

$$\varphi_s = Q\omega(x) / (GF_i / \mu). \quad (5)$$

从文献 [5] 可知

$$Q\omega(x) = [Q_i(x) - \Gamma_i \varphi_m(x)] \frac{GF_i / \mu}{GF_i / \mu + \Gamma_i}, \quad (6)$$

代入式 (5), 得

$$\varphi(x) = [Q_i(x) - \Gamma_i \varphi_m(x)] / (GF_i / \mu + \Gamma_i). \quad (7)$$

对结构底部,  $\varphi_m = 0$ . 将  $\varphi_m = 0$  和式 (7) 代进式 (4) 得  $\varphi = Q_0 / (GF_i / \mu + \Gamma_i)$ , 其中  $Q_0$  为结构底部剪力.  $\bar{y}_1^d, \bar{y}_{n+1}^d$  为结构底部和结构顶部的边界条件, 其矩阵形式分别为

$$\bar{y}_1^d = \begin{bmatrix} 0 \\ Q_0 / GF_i / \mu + \Gamma_i \\ M_{\omega i} \\ 1 \end{bmatrix}_1^d, \quad \bar{y}_{n+1}^d = \begin{bmatrix} y \\ \varphi \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{n+1}^d.$$

## 4 动力方程的数值表达式和它的求解

考虑一个受任意广义力为  $Q^*(t)$  干扰的  $n$  个自由度系统, 如果采用粘滞阻尼理论, 则其控制微分方程为

$$MY + CY + KY = Ma_g(t), \quad (8)$$

式中  $M$  为质量矩阵,  $C$  为阻尼矩阵,  $K$  为刚度矩阵,  $Y$  为加速度向量,  $\dot{Y}$  为速度向量,  $Y$  为位移向量,  $a_g$  为地面加速度向量. 用正则坐标  $\eta$  写出对应于第  $j$  个振型的运动方程<sup>[6]</sup>为

$$\ddot{\eta} + 2\omega_j \dot{\eta} + \omega_j^2 \eta = Q_j^*(t), \quad (9)$$

式中  $\omega$  和  $\omega$  分别是该计算模型的阻尼比和圆频率,  $Q_j^*(t) = \int_0^H q(t, x) Y_j(x) dx / M_j^*$  为第  $j$  振型的广义力,  $M_j^* = \int_0^H m(x) Y_j^2(x) dx$  为第  $j$  振型的广义质量矩阵,  $q(t, x)$  为随机荷载,  $Y(x)$  为第  $j$  振型的振型系数,  $m(x)$  为结构质量分布的密度.

将式 (9) 化为两个一阶微分方程, 用自适应的四阶 Runge-Kutta 法对一阶微分方程进行全区间积分<sup>[7]</sup>. 设一阶微分方程  $y_i = f_i(t, y_1, y_2, \dots, y_m)$ ,  $y_i(t_0) = y_{i0}$ , ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ). 由  $t_j$  积分一步到  $t_{j+1} = t_j + h$  的计算公式为

$$y_{i,j+1} = y_{ij} + h(\Delta_{1i} + 2\Delta_{2i} + 2\Delta_{3i} + \Delta_{4i}) / 6,$$

式中  $\Delta_{1i} = f_i(t_j, y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{mj})$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $\Delta_{2i} = f_i(t_j + \frac{h}{2}, y_{1j} + \frac{h}{2}\Delta_{11}, \dots, y_{mj} + \frac{h}{2}\Delta_{1m})$ ;  $\Delta_{3i} = f_i(t_j + \frac{h}{2}, y_{1j} + \frac{h}{2}\Delta_{21}, \dots, y_{mj} + \frac{h}{2}\Delta_{2m})$ ;  $\Delta_{4i} = f_i(t_j + h, y_{1j} + h\Delta_{31}, \dots, y_{mj} + h\Delta_{3m})$ ;  $h$  为积分步长.

©1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

为了用 MATLAB 软件包求解, 设  $[y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{2n}] = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ , 则式 (8)

应该被写成

$$\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\frac{k_{11}}{m_{11}} & \cdots & -\frac{k_{1n}}{m_{11}} & -\frac{ak_{11}-bm_{11}}{m_{11}} & -\frac{ak_{11}}{m_{11}} & \cdots & -\frac{ak_{1n}}{m_{11}} \\ -\frac{k_{n1}}{m_{nn}} & \cdots & -\frac{k_{nn}}{m_{nn}} & -\frac{ak_{n1}}{m_{nn}} & -\frac{ak_{n2}}{m_{nn}} & \cdots & -\frac{ak_{nn}-bm_{nn}}{m_{nn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_n \\ y_{n+1} \\ y_{2n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_{g1} \\ a_{gn} \end{bmatrix},$$

式中  $a, b$  均为与阻尼有关的系数.

### 5 剪力墙高度的影响

由于剪力墙高度不同, 引起的剪力墙刚度变化对框架-剪力墙结构地震反应的影响, 本文采用数值方法进行分析. 为了便于和实验结果比较(至少在定性方面), 本文选用的例子力图与 Moebie 和 Sozen 所采用的模型相类似<sup>[8]</sup>.

每个结构模型是由两榀一样的、相互平行的 9 层三跨框架和在中间有一道平行于框架平面的剪力墙组成. 如图 3 所示. 框架柱的断面尺寸为 51 mm × 38 mm, 框架梁的跨度为 305 mm, 其断面尺寸为 38 mm × 38 mm, 剪力墙的厚度和长度分别是 38 mm 和 203 mm. 墙的高度因研究需要而取不同的高度. 底层的层高为 457 mm, 标准层的层高为 229 mm. 设每一层的质量为 470 kg, 材料性能可以认为与该模型试验的测定值相同, 即砼的弹性模型量为 19 000 MPa. 本文采用 3 个结构模型, 其中剪力墙高度分别为 1 层、4 层和结构全高. 图 4 表示结构

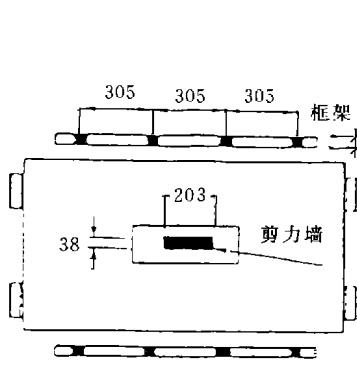


图 3 结构模型平面

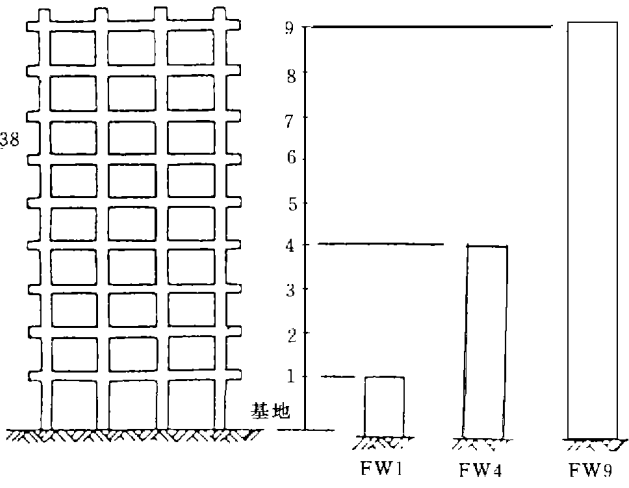


图 4 不同剪力墙高度的结构

的简图及编号, 分别为 FW1, FW4 和 FW9. FW9 剪力墙到顶代表着整个结构抗侧移刚度沿高度方向均匀分布; 而 FW1 和 FW4 剪力墙分别在第 2 层和第 5 层断掉, 表示沿着高度方向, 抗侧移刚度的分布不均匀.

地震记录采用与 9 层模型振动台试验(1940 年 EI Centro 地震记录的南北水平分量)一样的,如图 5 所示.地面运动加速度峰值( $a$ )对 FW1,FW4 和 FW9 分别取 0.34 g,0.41 g 和 0.32 g,粘滞阻尼值用 0.02.

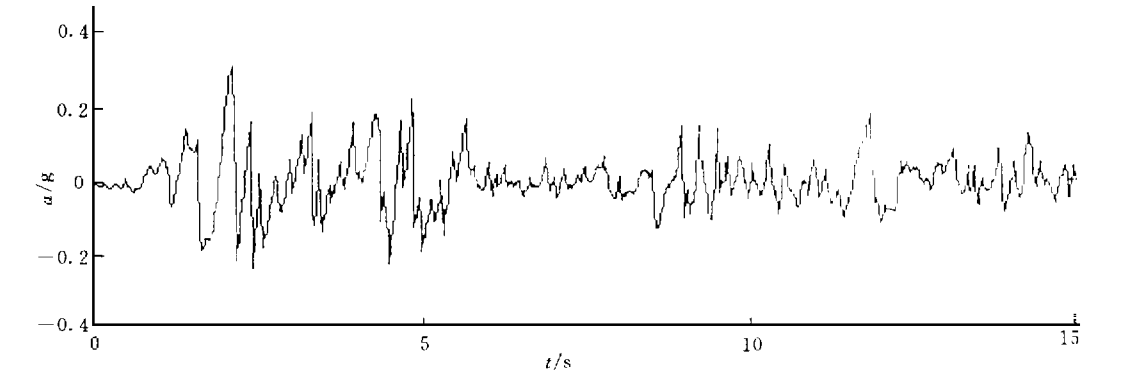


图 5 EI-Centro 地震记录的南北水平分量

5.1 最初的动力特性

考虑前 3 个振型,振动频率的计算值( $f_c$ )和实测值( $f_m$ )比较列于表 1.从表 1 可以看出,除了 FW9 计算模型的第 3 振型频率与本分析方法有些误差,其它都符合得比较好.剪力墙的截断对计算模型及本身的自振频率的影响极其微小.

表 1 前 3 个自振频率(Hz)比较<sup>①</sup>

振型	FW 1			FW4			FW9		
	$f_m$	$f_c$	$f_m/f_c$	$f_m$	$f_c$	$f_m/f_c$	$f_m$	$f_c$	$f_m/f_c$
1	5.00	5.63(0.99)	0.89	5.20	5.66(1.00)	0.92	4.90	5.66	0.87
2	15.90	16.56(0.98)	0.96	16.80	16.75(0.99)	1.00	17.50	16.86	1.04
3	28.10	27.39(0.97)	1.03	31.30	28.06(0.99)	1.12	38.00	28.27	1.34

<sup>①</sup> 括号中数字是部分剪力墙高度和全高度剪力墙高度的框架-剪力墙结构自振频率比

5.2 结构的最大位移反应

图 6 表示结构 FW1,FW4 和 FW9 的顶部位移地震反应曲线.由图 6 可以看出,所有反应曲线具有基本的相同的特性,在第 1 s 内各结构都没有显著的反应,而在 2~5 s 之间,各反应曲线都呈现了大振幅;在 6~7 s 范围内,反应振幅都比较小,而在 8 s 左右又出现了中级振幅.

用振动台试验得到,不同剪力墙高度的框架-剪力墙结构的最大顶部水平位移  $d_m$  与本文数值方法得到的  $d_c$  比较(表 2).从表 2 中可以看出除计算模型 FW9 有一定的误差外,其它两

表 2 不同计算模型的顶部最大水平(mm)比较

计算模型	$d_m$	$d_c$	$d_m/d_c$	$D_c$ <sup>①</sup>
FW 1	22.40	20.80	1.08	19.50(1.01)
FW 4	23.20	24.70	0.94	19.30(0.99)
FW 9	26.10	19.40	1.35	19.40

<sup>①</sup>  $D_c$  为讨论剪力墙高度对框架-剪力墙结构最大顶部位移的影响,括号中数字为部分剪力墙高度和全高度剪力墙高度的框架-剪力墙结构最大顶部位移比

种计算模型吻合得很好.不同剪力墙高度的框架-剪力墙结构,顶部的最大地震反应没有什么

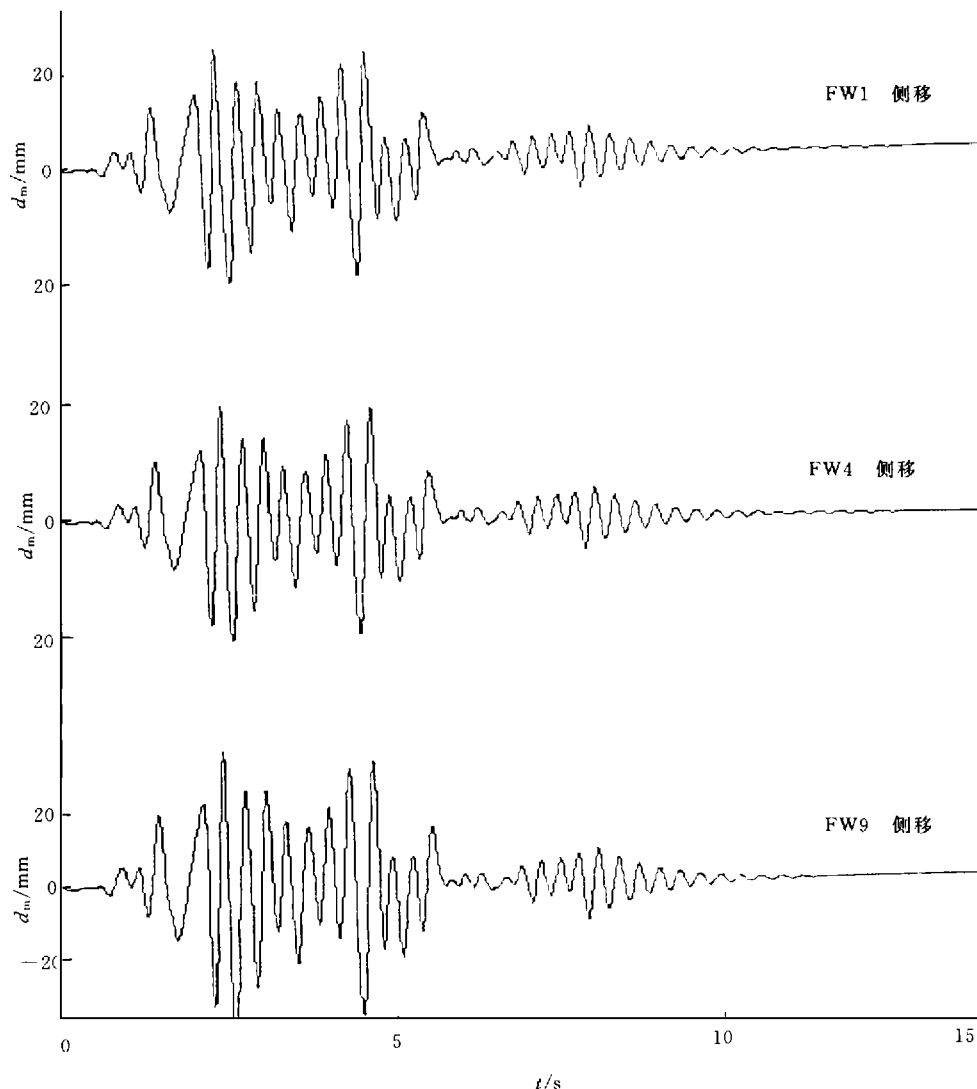


图6 不同剪力墙高度的顶部位移反应

不同. 从本研究可以得出, 剪力墙高度贯穿整个框架-剪力墙结构高度是没有必要的.

## 6 结束语

本文研究了3个不同剪力墙高度的钢筋砼框架-剪力墙结构的地震反应, 并与振动台的试验结果比较. 尽管本文研究的结构数量有限, 而且是给定的结构形式, 但根据本文的讨论有如下结论.

(1) 比较3种不同剪力墙高度的框架-剪力墙结构的自振频率与顶部水平位移的地震反应, 表明本数值方法能有效地模拟该结构的地震反应.

(2) 用传递矩阵技术求解能有效地减少计算单元, 取得同样精度的计算结果.

(3) 根据3种不同剪力墙高度的框架-剪力墙结构前3个频率基本相同这一事实, 可以看

出矮剪力墙对整个结构的有效刚度几乎没有影响.

(4) 剪力墙高度没有必要延伸到整个框架-剪力墙结构高度.

## 参 考 文 献

- 1 Heidebrecht A C, Smith B S. Approximate analysis of tall wall-frame structures. J. Struct. Div. ASCE., 1973, 99: 199 ~ 221
- 2 Coull A, Puri R D. Analysis of couple shear walls of variable cross-section. Build. Sci., 1968, 2: 313 ~ 314
- 3 Pisanty A, Traum E E. Simplified analysis of couple shear walls of variable cross-section. Build. Sci., 1970, 5: 11 ~ 12
- 4 Oliveto G, Santini A. The dynamic response of coupled frame-shear wall systems to earthquake excitation. J. Engrg. Struct., 1986, (8): 237 ~ 247
- 5 Wang Quanfeng. Optimal analysis for shear wall quantity of frame-shear wall system with variable stiffness under seismic load. Proc. of the 3rd Int. Conf. on Tall Buildings. Hong Kong: Ying Tat Printing Co., 1984. 783 ~ 787
- 6 Argyris J H. Dynamics of structures. New York: Elsevier Science Publication Co., 1991. 85 ~ 109
- 7 Beckett R, Hurt J. Numerical calculations and algorithms. New York: McGraw-Hill Book Co., 1967. 121 ~ 129
- 8 Moehle J P. Seismic analysis of R/C frame-wall structures. J. Struct. Engrg. ASCE, 1984, 110: 2 619 ~ 2 635

## Seismic Behavior of Frame-Shear Wall System with Abrupt Changes of Shear Wall's Stiffness

Wang Quanfeng<sup>①</sup> Wang Lingyun<sup>①</sup> Liu Qiangsheng<sup>②</sup>

(<sup>①</sup> Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., <sup>②</sup> Dept. of Electron. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** Beginning with the discretization of frame-shear wall structure by using wall element, the authors inquire into earthquake response of frame-shear wall structure with variable stiffness by making use of transfer matrix technique. A comparison is made between natural frequencies and maximal displacement response of the structure gotten by numerical method and test results from shaking table. The coincidence of these results shows that this numerical method is correct and effective. The effects of different heights of shear wall on earthquake response are discussed in detail. It is concluded that not all frame-shear wall structures need to extend their shear walls to the height of entire structure.

**Keywords** frame-shear wall structure, transfer matrix technique, wall element, earthquake response