

颗粒离析的马尔科夫过程^{*}

黄 健 榕

(华侨大学化工与生化工程系, 泉州 362011)

摘要 气固流化床中颗粒在各级为理想混合, 级间有返混的 CSTR. 在稳态条件下, 该过程为状态离散时间连续时齐的马尔科夫过程. 由停留时间分布密度函数得出, 其数字特征为数学期望和方差, 计算值与实验值比较吻合.

关键词 混合指数, 离析, 马尔科夫过程

分类号 TQ 028.9; TQ 018

1 混合和离析的马尔科夫过程

状态离散时间连续的马尔科夫过程在时间间隔 τ , 系统从状态 i 转移到状态 j 的转移概率 $P_{i,j}(\tau) = P_{i,j}(t, t + \tau)$ 是时齐的马尔科夫过程. 该过程是在级间有返混的多级串联理想混合反应器 CSTR.

当 Δt 趋于 0, 无条件概率满足下列方程, 即

$$\frac{dP_1}{dt} = -(\lambda + \mu)P_1(t) + \mu P_2(t),$$

$$\frac{dP_N(t)}{dt} = (\lambda + \mu)P_{N-1}(t) - (\lambda + \mu)P_N(t) + \mu P_{N+1}(t) \quad n = 2, 3, \dots, N-1,$$

$$\frac{dP_N(t)}{dt} = (\lambda + \mu)P_{N-1}(t) - (\lambda + \mu)P_N(t).$$

确定初始条件对上述方程进行拉氏变换, 整理成矩阵式为

$$F(S) = A^{-1} B,$$

式中 $F(S) = [F_1(S) \ F_2(S) \ \dots \ F_N(S)]^T$, $\lambda_i = L_i / V_i$, $\mu_i = L_{i-1} / V_i$ 是自 i 向上及向下(返混)的物料流量, V_i 是 i 级物料量, 而 A 则可表示为

$$A = \begin{bmatrix} -(s + \lambda + \mu) & \mu & 0 & & \\ \lambda + \mu & -(s + \lambda + \mu) & \mu & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 0 & \lambda + \mu & -(s + \lambda + \mu) & & \\ & & & \lambda + \mu & -(s + \lambda + \mu) \end{bmatrix},$$

$$A = (-1)^N [S^N + C_{N-1}S^{N-1} + C_{N-2}S^{N-2} + \dots + C_2S^2 + C_1S + C_0],$$

$$B = [-1 \ 0 \ \dots \ 0]^T.$$

在公式中 $C_{N-1}, C_{N-2}, \dots, C_2, C_1, C_0$ 为多项式系数, $P_N(t)$ 的拉氏变换为

$$F_N(S) = \frac{(-1)^N(\lambda + \mu)^{N-1}}{A},$$

其数学期望及方差按 Van der laan 方法.

当 $t = 0$ 时, 示踪物料量为 Q , 则

$$C_1(0) = Q/V,$$

$$C_2(0) = C_3(0) = \dots = C_N(0) = 0,$$

$$E(t) = V C_N(t) / Q.$$

对各级进行物料衡算, 得

$$\mu C_2 = (\lambda + \mu) C_1 + \frac{dC_1}{dt},$$

$$(\lambda + \mu) C_1 + \mu C_3 = (\lambda + 2\mu) C_2 + \frac{dC_2}{dt},$$

$$(\lambda + \mu) C_2 + \mu C_4 = (\lambda + 2\mu) C_3 + \frac{dC_3}{dt},$$

$$(\lambda + \mu) C_{i-1} + \mu C_{i+1} = (\lambda + 2\mu) C_i + \frac{dC_i}{dt}, (1 < i < N),$$

$$(\lambda + \mu) C_{N-1} = (\lambda + \mu) C_N + \frac{dC_N}{dt}.$$

上述各级方程组经拉氏变换, 并用行列式求解及拉普拉斯逆变换的数学运算, 可求得

$$\sigma_i^2 = \frac{N}{\lambda^2} \left[1 + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{2(N-i)}{N} \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} \right)^i \right],$$

$$N\sigma^2 = 1 + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{2(N-i)}{N} \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} \right)^i,$$

$$\bar{t} = N/\lambda.$$

由此, 可求得停留时间分布密度的数学期望 \bar{t} 及方差 σ_i^2, σ^2 , 由实测值 \bar{t} 和 σ^2 可分别求出 λ, μ . 然而, 由文 [1] 的图所求得的模型参数则更为简便.

固体颗粒的混合指数 $M = 1 - \frac{\sigma^2(t)}{\sigma^2}$, 由此可知该指数与气速的关系.

2 实验过程

气固流化床的设备、物料和测试方法见文 [2], 示踪剂采用各色物料. 利用差压转换器, 通过计算机采集扫描讯号得出气泡图形.

3 结果及讨论

用马尔科夫过程理论模拟气固系统^[6]的随机过程, 计算值与实验值比较吻合(图 1, 2). 图中 w_{uf} 为无因次气体速度参数, Z 为虚拟层数(n/H), x_i 示踪物料的质量分数. 从图中可知,

过程可确定时间连续、状态分散时的模型特征参数 λ, μ , 并由此预测过程的离析效果.

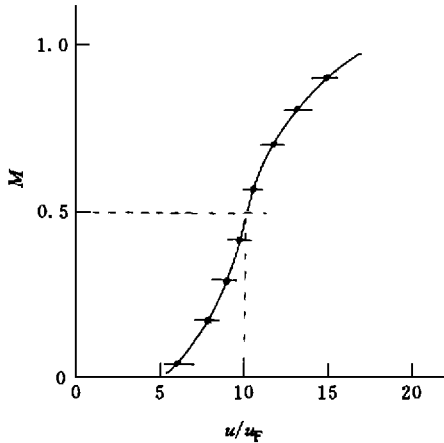


图1 混合指数 M 与 u/u_F 的关系

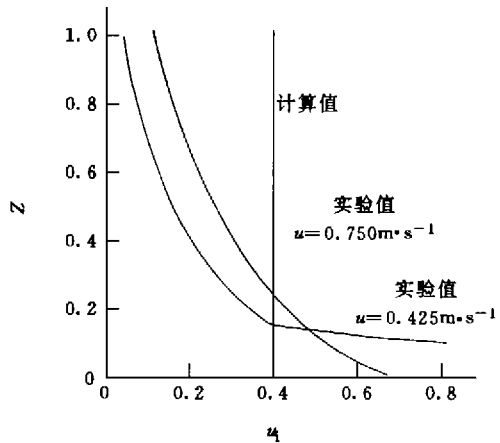


图2 虚拟层数与示踪物料的质量分数的关系

参 考 文 献

- 1 陈敏恒, 袁渭康, 陈良恒. 串联多釜全混流反应器(CSTR)停留时间的研究. 科学通报, 1963, 11: 51~52
- 2 Peeler J P K, Huang Jianrong. Segregation of wide size range particle mixtures in fluidized beds. Chem. Eng. Sci., 1989, 44(4-5), 1 113~1 119
- 3 黄健榕. 宽筛分粒子在流化床中的混合. 华侨大学学报(自然科学版), 1994, 15(1): 85~87

Markovian Process of Particle Segregation

Huang Jianrong

(Dept. of Chem. & Biochem. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract Particles in gas-solid fluidized bed are in ideal mixing at each stage and there exists continuous stirred tank reactor (CSTR) for back mixing at interstage. Under steady state condition, the process is just Markovian process which has a state discrete-time of continuously time-homogeneous. From function of distribution density during retention time, its mathematical characteristic, namely, mathematical expectation and variance, can be obtained. The calculated value coincides with experimental value.

Keywords mixing index, segregation, Markovian process