

用结构可控神经网络作结构分析^{*}

韦 鹏 生

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

摘要 构造一个的结构可控的前向神经网络, 并应用于结构位移法方程的求解. 采用动态的网络学习算法, 使该网络得以更快速度收敛. 数值模拟证明, 用这种加速的神经网络求解线性方程, 其收敛速度优于传统的高斯-赛德尔迭代法.

关键词 结构分析, 神经网络, 学习算法

分类号 TU 12

近一二十年来, 数学家们在人工神经网络、分形几何、分岔与混沌、小波分析、格子气自动机等现代应用数学领域里取得的进展, 似乎从未象现在这样常常令我们这些从事结构工程力学研究的人们感到意外的惊喜. 我们知道, 许多工程实际问题, 最终往往归结为若干个线性或非线性的数学模型, 而这些新兴的现代数学分支, 正为求解这些数学模型提供有力工具. 人工神经网络(简称 ANN) 是一种模拟生物神经网络的数学模型^[1, 2]. 它由许多简单的计算单元(称为“人工神经元”)连成一个网络, 用以解决复杂的问题. 用它作数值分析, 至少有三大优点. (1) 非常适合作并行计算, 因而可在并行计算机上作高速的数值运算. (2) 一个建立得当的网络求解问题的精度和速度优于传统计算方法. (3) 用它作矩阵代数运算, 不存在所谓“除权”问题, 因而能轻松处理其它方法所不能或很难处理的“病态矩阵”问题. 可见, 将它应用于需作大量数值计算的土建结构分析是十分合适的. 目前, 比较成熟且应用得较为广泛的神经网络模型, 是倒传递型的 BP 网络^[3, 4]和反馈型的 Hopfield 网络^[5, 6]. ANN 在土建结构工程中的应用, 目前尚不多见, 但其应用前景是广阔的. 本文构造了一个结构可控的神经网络模型, 用以求解结构位移法方程. 结果证明, 用这种网络解题, 其收敛速度优于一般常用的高斯-赛德尔迭代法.

1 结构可控神经网络模型

结构可控神经网络(structural controllabe neural network, 简称 SCNN), 包含两级. 第一级由随机存储单元(RAM)组成, 它记录着神经网络众多的连接权值和阈值的开关, 用于控制网络运行时对权值和阈值的处理方式. 当 $ram = 1$ 时, 开关处于导通状态, 权值和阈值可随网络的学习而被修改; 当 $ram = 0$ 时, 开关处于截止状态, 权值和阈值不能被网络的学习所修

改. 第二级是多层前向神经网络, 其中每一神经元都是多输入-单输出的线性或非线性转换器. 它的连接权值和阈值可通过神经网络学习算法训练, 且由第一级的随机存贮单元控制. 该网络模型, 如图 1 所示. 这里提出的模型, 比文献 [2] 介绍的模型更具代表性和普适性; 经实验验

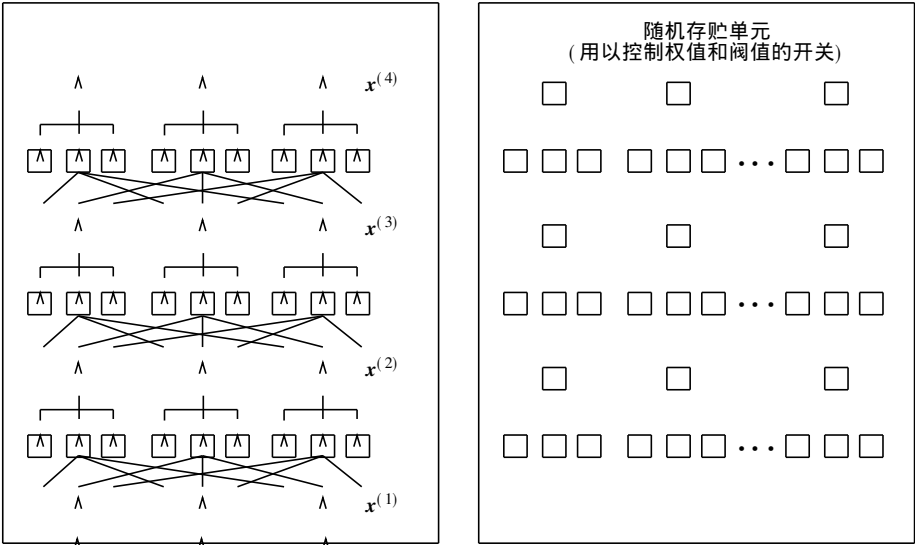


图1 SCNN的一般结构

证, 在开关导通率相等的情况下, 它的收敛速度快于后者.

2 结构分析的 SCNN

本文的目标是构造一个适当的 SCNN 神经网络, 并用它来求解已引入支承条件的结构位移方程

$$K \Delta = F. \tag{1}$$

主要技术关键, 一方面是, 如何确定适当的网络输入-输出模式匹配, 使得网络能最终收敛于问题的真实解; 另一方面是如何确定网络的最佳学习算法, 使网络获得最快的收敛速度. 为此, 本文构造了图 2 所示的网络. 其中 x 为输入层的输入向量, y 为隐层的输出向量, z 为输出层的输出向量, A 为输入层和隐层之间的权值矩阵, B 为隐层和输出层之间的权值矩阵, $\text{ram}(A_w, i, j)$ 和 $\text{ram}(B_w, i, j)$ 分别为权值矩阵 A 和 B 的 ram 值, $\text{ram}(A_o, i)$ 和 $\text{ram}(B_o, i)$ 分别为隐层和输出层神经元的阈值的 ram 值.

在上述网络中, 令隐层和输出层单元的阈值均为零, $\text{ram}(A_o, i) = \text{ram}(B_o, i) = 0$, 神经元转换函数为全导通函数, $\text{ram}(A_w, i, j) = 0 \ (i, j = 1, 2, \dots, n, n \text{ 为方阵 } A \text{ 的阶数}, \text{ram}(B_w, i, j) = 1 \ (i, j = 1, 2, \dots, n, n \text{ 为方阵 } B \text{ 的阶数})$. 于是当选择 n 个线性无关的 n 维向量

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= [1, 0, 0, \dots, 0]^T, \\ x_2 &= [0, 1, 0, \dots, 0]^T, \\ &\vdots \\ x_n &= [0, 0, 0, \dots, 1]^T \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

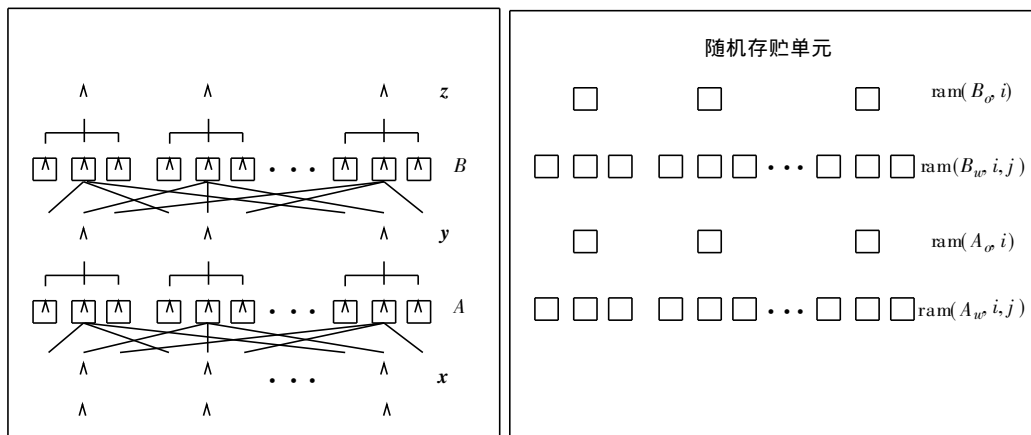


图2 本文构造的SCNN网络

作为网络的输入时,其相应输出应分别为 $B \cdot A \cdot x_1, B \cdot A \cdot x_2, \dots, B \cdot A \cdot x_n$. 如果网络匹配 n 对模式 $(x_i, x_i), i = 1, 2, \dots, n$, 根据矩阵的分块性质, 有 $BA[x_1, x_2, \dots, x_n] = [x_1, x_2, \dots, x_n]$. 由于 $[x_1, x_2, \dots, x_n] = I$, 故 $BA = I$, 于是得 $B = A^{-1}$. 又由于

$$\text{ram}(A_w, i, j) = 0, \quad (3a)$$

$$\text{ram}(B_w, i, j) = 1, i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (3b)$$

故当 $A = K$ 时

$$B = K^{-1}, \quad (4)$$

于是得方程 (1) 的解为

$$\Delta = B \cdot F. \quad (5)$$

神经网络的学习率 α , 它一般是通过先凭经验给出后再验证的方法确定的, 且不同的网络具有不同的最佳学习率. 使用神经网络的人, 常常为这个问题所困扰. 对于本文所构造的网络, 由于

$$\begin{aligned} z_i(t+1) &= \sum_{j=1}^m (b_{ij}(t) + \alpha[x_i - z_i]y_j(t)) \quad y_j(t+1) \\ &= \sum_{j=1}^m b_{ij}y_j + \alpha \sum_{j=1}^m [x_i - z_i]y_j^2(t) \\ &= z_i(t) + \alpha[x_i - z_i] \sum_{j=1}^m y_j^2(t), \end{aligned} \quad (6)$$

所以可取

$$\alpha = 1 / \sum_{j=1}^m y_j^2(t). \quad (7)$$

可见 α 是关于 $y_i (i = 1, 2, \dots, j = 1n)$ 的函数, 因而也是关于 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的函数. 因此, α 不仅能随具体问题的不同而自动变化, 而且在同一问题的演变过程中也能自动进行调整, 从而使网络实际输出与教师的误差, 始终以量大的修正率倒传递到输入层. 数值模拟证明, 这种动态的学习算法能使网络以最快速度收敛, 故称之为加速的 SCNN 网络.

3 数值算例

阶实方阵 A 和一个 n 维实向量 F (取 $n = 30$) , 然后用上述神经网络求解线性方程组 $Ax = F$. 算例 2 为图 3 所示的组合结构, 其中设横梁截面抗拉和抗弯刚度分别为 EA 和 EI , 且 $EA = 2EI/m^2$ 和吊杆截面抗拉刚度 $E_1A_1 = 0.05EI/m^2$. 为节省篇幅, 以下仅就算例 2, 将本文的方法与传统的高斯-赛德尔迭代法作个比较.

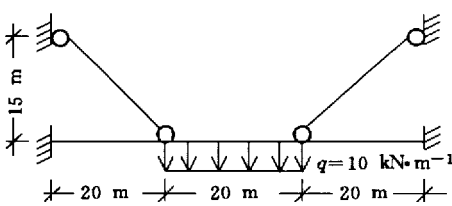


图 3 算例两简图

上述结构的位移法方程用矩阵形式给出为

$$\begin{bmatrix} 4.0256 & -0.0192 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0.0192 & 0.0744 & 0 & 0 & -0.03 & -0.3 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0.3 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & 4.0256 & 0.0192 & 0 \\ 0 & -0.03 & 0.3 & 0.0192 & 0.0744 & 0 \\ 0 & -0.3 & 2 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \theta_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -100 \\ 333 \\ 0 \\ -100 \\ -333 \end{Bmatrix} .$$

4 结束语

附表的数据表明, 应用本文构造的加速的SCNN神经网络求解结构位移法方程, 其收敛
附表 SCNN 网络和高斯-赛德尔迭代法的解题比较

| 迭代次数 | 节 点 位 移 | | | | | |
|--------------|---------|------------|------------|-------|------------|------------|
| | x_1 | y_1 | θ_1 | x_2 | y_2 | θ_2 |
| 加速的 SCNN 网络法 | | | | | | |
| 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 10 | - 5.83 | - 1 833.80 | 145.83 | 5.75 | - 1 822.24 | - 145.72 |
| 20 | - 12.35 | - 3 877.62 | 249.32 | 12.35 | - 3 877.09 | - 249.31 |
| 30 | - 12.66 | - 3 972.06 | 254.10 | 12.66 | - 3 972.04 | - 254.10 |
| 40 | - 12.67 | - 3 975.25 | 254.26 | 12.67 | - 3 975.25 | - 254.26 |
| 50 | - 12.67 | - 3 975.89 | 254.29 | 12.67 | - 3 975.89 | - 254.29 |
| 高斯-赛德尔迭代法 | | | | | | |
| 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 10 | - 5.43 | - 1 716.27 | 138.22 | 5.30 | - 1 681.34 | - 139.38 |
| 20 | - 8.61 | - 2 708.28 | 189.18 | 8.53 | - 2 688.68 | - 189.83 |
| 30 | - 9.88 | - 3 104.27 | 209.52 | 9.83 | - 3 090.80 | - 209.97 |
| 40 | - 10.86 | - 3 409.78 | 225.21 | 10.82 | - 3 401.03 | - 225.51 |
| 50 | - 11.47 | - 3 600.29 | 235.00 | 11.44 | - 3 594.48 | - 235.19 |
| 正解 | - 12.67 | - 3 976.00 | 254.30 | 12.67 | - 3 976.00 | - 254.30 |

速度优于传统的高斯-赛德尔迭代法. 另一方面, 从图 2 可以看出, 同一层的神经元如果是正向传播, 其输出只跟前一层神经元的输出有关, 而跟同层的其它神经元无关; 如果是反向传播, 其反向修正系数只跟后一层的修正系数以及它与后一层神经元的连接权值有关, 而与同层其它神经元的状态无关. 因此, 神经网络具有极佳的并行计算特性, 而可采用并行算法在并行计

算机上运行,可大大加快网络的收敛速度.反之,用高斯-赛德尔迭代法求解线性方程,由于第 k 次迭代将应用到第 $k-1$ 次迭代和第 k 次迭代的部分成果,因而只能按串行方法顺序地进行求解.并行特性是神经网络的又一大优点.根据SCNN神经网络的构造和运作机理,我们不难用类似的方法对本文提出的网络进行适当的改造,使它能够进行别种矩阵运算.例如,求方阵的全部的特征值和特征向量,矩阵的QR分解,求解Lyapunov方程等.

由此可见,本文的工作具有普遍的意义.现今的结构分析理论(尤其是结构优化分析理论)越来越多地涉及到大规模的矩阵运算^[7~10],如用传统的数值方法在串行计算机上解题,往往要在这方面耗费掉80%以上的机时.本文成功地构造了一个加速的结构可控神经网络来求解结构位移法方程,这只是一个开端.数值模拟证明,这种方法是行之有效的.

参 考 文 献

- 1 赵凯华. 北京大学非线性物理研究中心研究报告——非线性物理导论. 北京: 北京大学出版社, 1992. 1~476
- 2 焦李成. 神经网络计算. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1993. 321~507
- 3 Rumelhart D E, Hinton G E, Williams R J. Learning internal representation by error propagation. Parallel Distributed Processing, MA: MIT Press, 1986. 318~362
- 4 Yen Y C, Kuo Y H, Hsu D S. Building a KBES for diagnosing PC pile with artificial neural network. J. of Computing in Civil Engineering (ASCE), 1993, (2): 37~53
- 5 Hopfield J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. Proc. Nat. Acad. Sci. U.S., 1982, 79: 2 554~2 558
- 6 Hopfield J J, Tank D. Neural computation of decisions in optimization problems. Biological Cybernetics, 1985, 51: 141~152
- 7 钱令希. 工程结构优化设计. 北京: 水利电力出版社, 1983. 1~466
- 8 林建华. 弹塑性静、动力学的边界区域单元法. 华侨大学学报(自然科学版), 1989, 10(3): 286~293
- 9 韦鹏生, 王全凤. 多因素对剪力墙最优刚度影响的综合分析. 工程力学, 1996, 13(2): 61~68
- 10 韦鹏生. 考虑二阶效应时高层筒体结构的刚度优化分析. 土木工程学报, 1996, 29(5): 18~23

Structural Analysis by Using Structural Controllable Neural Network

Wei Pengsheng

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A structural controllable neural network, or SCNN for short, is constructed and applied to the solution of structural stiffness equations. This SCNN can be converged in faster speed by means of dynamic learning algorithm. As proved by numerical simulation, this accelerated SCNN is better than the traditional iteration of Gauss-Seidel for solving linear equations, it excels at the speed of convergence.

Keywords structural analysis, neural network, learning algorithm