

# IMC 离散自适应系统<sup>\*</sup>

王晓霞<sup>①</sup> 王永初<sup>②</sup>

( ① 华侨大学计算机科学系, ② 华侨大学机电工程系, 泉州 362011 )

**摘要** IMC 自适应控制系统是由 IMC 控制器、跟踪模型和内模型构成的. 介绍 IMC 控制器的设计, 控制器的设计是 IMC 离散自适应系统的关键问题. 根据鲁棒法要求, 控制器必须同时对设定点响应与扰动响应均有良好的动态品质.

**关键词** 自适应系统, IMC 控制器, 鲁棒法, 离散控制系统

**分类号** TP 273

## 1 问题的提出

微机控制技术的发展, 使数字 IMC 系统成为一种重要的控制方式, 集散系统装置的低层可编程调节器<sup>①</sup>已大量替代模拟 PID 调节器. 目前, 无论国内或国外的数字式控制仪表装置<sup>②</sup>均未能提供实施 IMC 系统组成的必要组态模块, 如灵活的补偿模型模块、实时辨识跟踪模型模块等. 从过程控制系统的发展趋势看, IMC 系统可作为集散系统的低位分散装置, 具有普遍的适用性. 其体现于: (1) 无论是跟随给定值变化或者是平息内、外扰动影响都有理想的系统品质; (2) 对大滞后难控制的对象有很理想的控制效果; (3) 在内模实时跟踪的情况下, 易于实现自适应控制, 适用于对象特征多变的场合. 从这三个方面分析, 研究离散 IMC 系统有重要的意义.

连续 IMC 系统与离散 IMC 系统的差别在于对象模型离散化(如  $z$  变换)与否. 模型的零点增加, 而且可能包含有不稳定的零点, 若按模拟方法设计控制器, 会导致控制器的不稳定, 这是工程设计必须避免产生的. 因此, 离散 IMC 系统的设计方法, 将是高级系统研究的一项重要内容.

## 2 离散 IMC 系统的结构与分析

对于自衡过程控制对象, 最具代表性的是二阶惯性加纯滞后特性<sup>③</sup>, 即

$$G(S) = \frac{K_0 e^{-\tau s}}{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}, \quad (1)$$

其离散模型为

$$G(Z^{-1}) = z \left[ \frac{(1 - e^{-\Delta T S})}{S} G(S) \right] = \frac{-\beta_1^* Z^{-(L+1)} + \beta_2 Z^{-(L+2)}}{1 - \alpha_1 Z^{-1} + \alpha_2 Z^{-2}}, \quad (2)$$

式中  $\alpha_1 = e^{-\Delta T/T_1} + e^{-\Delta T/T_2}$ ,  $\alpha_2 = e^{-(1/T_1 + 1/T_2)\Delta T}$ ,  $\beta_1^* = K_0 \left( \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\Delta T/T_1} \right) - \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\Delta T/T_2} - 1$ ,  $\beta_2 = K_0 \left[ \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\Delta T/T_1} - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\Delta T/T_2} + e^{-(1/T_1 + 1/T_2)\Delta T} \right]$ ,  $L = \tau \Delta T$ .

$\Delta T$  为系统的采样周期, 式(2)可记成

$$G(Z^{-1}) = g(Z^{-1}) Z^{-(L+1)} = g(Z^{-1}) Z^{-L_p}, \quad (3)$$

其中  $g(Z^{-1}) = \frac{\beta_1 + \beta_2 Z^{-1}}{1 - \alpha_1 Z^{-1} + \alpha_2 Z^{-2}}$ ,  $\beta_1 \triangleq -\beta_1^*$ ,  $L_p = L + 1$ .

根据IMC 系统控制器的选择原则

$$D(Z^{-1}) = \frac{1}{g(Z^{-1})} = \frac{1 - \alpha_1 Z^{-1} + \alpha_2 Z^{-2}}{\beta_1 + \beta_2 Z^{-1}}, \quad (4)$$

显然,  $D(Z^{-1})$  稳定的条件为

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} < 1, \quad (5)$$

但是这个条件无法满足, 所以  $D(Z^{-1})$  不稳定. 兹证明如下

$$\begin{aligned} \beta_1 &= -\beta_1^* \\ &= -K_0 \left[ \left(1 - \frac{\Delta T}{T_1}\right) \frac{T_1}{T_1 - T_2} - \left(1 - \frac{\Delta T}{T_2}\right) \frac{T_2}{T_1 - T_2} + O(\Delta T^2) - 1 \right] \\ &= -K_0 O_1(\Delta T^2), \end{aligned}$$

式中  $O_1(\Delta T^2)$  为  $\beta_1$  泰勒展开式二阶及二阶以上的无穷小项.

$$\begin{aligned} \beta_2 &= K_0 \left\{ \left(1 - \frac{\Delta T}{T_1}\right) \frac{T_2}{T_1 - T_2} - \left(1 - \frac{\Delta T}{T_2}\right) \frac{T_1}{T_1 - T_2} \right. \\ &\quad \left. + \left[1 - \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right) \Delta T\right] + Q_1(\Delta T^2) \right\} \\ &= K_0 Q_1(\Delta T^2), \end{aligned}$$

式中  $Q_1(\Delta T^2)$  为  $\beta_2$  泰勒展开式二阶及二阶以上的无穷小项.

同样可证  $\beta_1$  与  $\beta_2$  泰勒展开式的二阶无穷小项的绝对相等, 即

$$\beta_1 = -\frac{1}{2} \frac{(\Delta T^2)}{T_1 T_2} + O_2(\Delta T^3), \quad \beta_2 = \frac{1}{2} \frac{(\Delta T^2)}{T_1 T_2} + Q_2(\Delta T^3), \quad (6)$$

式中  $O_2(\Delta T^3)$  及  $Q_2(\Delta T^3)$  分别为  $\beta_1$  与  $\beta_2$  三阶无穷小项.

显然,  $\beta_1 \neq \beta_2$ , 只要测试过程存在误差, 式(6)条件难以满足, 所以  $D(Z^{-1})$  存在固有的不稳定性.

根据图1 离散IMC 系统结构方框图可得

$$\begin{aligned} Y(Z^{-1}) &= \frac{G(Z^{-1}) D(Z^{-1}) R(Z^{-1})}{1 + D(Z^{-1}) [G(Z^{-1}) + g(Z^{-1}) (1 - Z^{-L_p})]} \\ &\quad + \frac{[1 + g(Z^{-1}) (1 - Z^{-L_p})] D(Z^{-1}) f(Z^{-1})}{1 + D(Z^{-1}) [G(Z^{-1}) + g(Z^{-1}) (1 - Z^{-L_p})]}, \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $G(Z^{-1}) = \frac{B(Z^{-1})}{A(Z^{-1})}$ ,  $g(Z^{-1}) = g(Z^{-1}) Z^{-(L+1)} = \frac{B(Z^{-1})}{A(Z^{-1})} = \frac{\beta_1 + \beta_2 Z^{-1}}{1 - \alpha_1 Z^{-1} + \alpha_2 Z^{-2}}$ .

$$= \beta \frac{1 + \beta Z^{-1}}{1 - \alpha Z^{-1} + \alpha Z^{-2}}, \beta = \beta_1 / \beta_2. \text{ 故知闭环系统的特征方程式为}$$

$$1 + D(Z^{-1})[G(Z^{-1}) + g(Z^{-1})(1 - Z^{-L_p})] = 0, \quad (8)$$

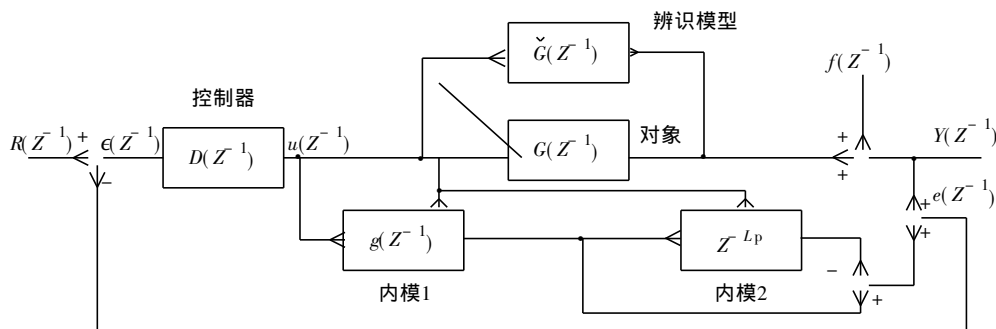


图1 离散IMC系统的结构方框图

显然, 仅当  $L_p = L + 1$  时, 式(8)不包含纯滞后, 即

$$1 + D(Z^{-1}) \beta_1 \frac{1 + \beta Z^{-1}}{1 - \alpha_1 Z^{-1} + \alpha_2 Z^{-2}} = 0. \quad (9)$$

于是, 可以得到这样的结论: 离散 IMC 系统与模拟 IMC 系统相比较, 其滞后单元所设置的滞后时间大一个采样周期的时间, 即

$$L_p = \tau \Delta T + 1 = L + 1. \quad (10)$$

### 3 离散控制器 $D(Z^{-1})$ 的设计

$D(Z^{-1})$  的选择同许多因素有关, 但最主要的是满足以下四个条件.

(1)  $D(Z^{-1})$  稳定, 即  $D(Z^{-1})$  的极点处在  $Z$  平面的单位园内.

(2) 式(8) (或式(9)) 特征方程式的零点处在  $Z$  平面的单位园内. 由于零点就是系统特征方程式的根, 因此其零点决定闭环系统的品质, 应符合最优根分布的原则.

(3) 为了获得系统有良好的跟踪给定值变化的品质,  $G(Z^{-1})D(Z^{-1})$  的动态幅值应尽量接近 1.

(4) 为了使系统具良好的抗外扰能力, 应保证  $g(Z^{-1})(1 - Z^{-L_p})D(Z^{-1})$  的动态幅值尽可能接近 1.

这里需要指出的是, 条件(3)与条件(4)的选择是有矛盾的. 所以应在这两个条件中采取协调的方案, 以兼顾两个方面的要求. 为此, 将式(7)重新写成(在  $g(Z^{-1})Z^{-L_p}$  内模实时跟踪  $G(Z^{-1})$  的条件下), 即

$$Y(Z^{-1}) = F(Z^{-1})R(Z^{-1}) + [1 - F(Z^{-1})]f(Z^{-1}), \quad (11)$$

$$\text{其中 } F(Z^{-1}) = \frac{D(Z^{-1})g(Z^{-1})Z^{-L_p}}{1 + D(Z^{-1})g(Z^{-1})} = W(Z^{-1})Z^{-L_p}, W(Z^{-1}) = \frac{D(Z^{-1})g(Z^{-1})}{1 + D(Z^{-1})g(Z^{-1})}.$$

因此, 上述四个条件可简化成: (1)  $D(Z^{-1})$  稳定; (2)  $1 + D(Z^{-1})g(Z^{-1}) = 0$  的根在  $Z$  平面的单位园内; (3)  $F(Z^{-1})$  尽可能接近于 1, 因  $Z^{-L_p}$  为不可控, 因此意味  $W(Z^{-1})$  应尽可能接近于 1. 若取

$$D(Z^{-1}) = -K_0 \frac{1 - \alpha_1 Z^{-1} + \alpha_2 Z^{-2}}{(1 - r_1 Z^{-1})(1 - r_2 Z^{-1})}. \quad (12)$$

将式(7)的  $g(Z^{-1})$  与式(12)代入式(11)得

$$W(Z^{-1}) = \beta_1 \frac{K_p(1 + \beta Z^{-1})}{(1 + K_p\beta_1) - (r_1 + r_2 - K_p\beta_1\beta)Z^{-1} + r_1r_2Z^{-2}}$$

$$= K_m \frac{1 + \beta Z^{-1}}{1 - aZ^{-1} + b(Z^{-2})}, \quad (13)$$

其中  $K_m = \frac{\beta_1 K_p}{1 + K_p\beta_1}$ ,  $a = \frac{r_1 + r_2 - K_p\beta_1\beta}{1 + K_p\beta_1}$ ,  $b = \frac{r_1r_2}{1 + K_p\beta_1}$ .

#### 4 按照根分布选择系统参数

式(13)所示闭环传递函数有一个零点与两个极点,这是一个典型的二阶系统,可借助于模拟系统的方法来选择数字控制系统的参数. 在模拟系统  $S$  复平面上的两个极点  $S_{1,2} = -\xi\omega \pm j\omega \sqrt{1-\xi^2}$  对应数字系统  $Z$  复平面上的两个极点为  $Z_{1,2} = re^{\pm j\theta}$ , 其中  $r = \exp(-\xi\omega\Delta T)$ ,  $\theta = \omega\Delta T \sqrt{1-\xi^2}$ ,  $\Delta T$  为采样周期.

由于一个  $S$  的函数变换为  $Z$  函数会增加系统的零点数目,因此系统的无阻尼振荡系数  $\xi$  以取 0.5 为宜. 附表给出  $\xi = 0.5$  场合下,  $K_m$ ,  $a$  和  $b$  同  $\Delta T/T_n$  的一组选择数据,这里  $T_n$  为系统的振荡周期,  $K_m$  为稳态匹配系数.

附表  $K_m$ ,  $a$  和  $b$  同  $\Delta T/T_n$  的一组关系

$\Delta T/T_n$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.09	0.10
$K_m$	0.118 5	0.223 0	0.316 4	0.400 0	0.475 0	0.542 9	0.660 0	0.710 2	0.756 3
$a$	1.935 3	1.867 1	1.796 0	1.722 2	1.646 3	1.568 9	1.490 2	1.335 2	1.249 8
$b$	0.939 2	0.881 9	0.828 3	0.777 7	0.730 3	0.685 9	0.644 2	0.573 5	0.533 5

当系统的采样周期比  $\Delta T/T_n$  确定以后,由附表可得到相应的系统参数  $K_m$ ,  $a$  和  $b$ ,并由式(13)的  $K_m$ ,  $a$  和  $b$  求出控制器的整定参数  $K_p$ ,  $r_1$  和  $r_2$ . 举如下一例说明,已知对象特为

$$G(S) = \frac{1.2e^{-1.5S}}{(2S+1)(10S+1)}, \quad (14)$$

式(14)对应的  $Z$  变换式( $\Delta T = 0.01$  s))为

$$G(Z^{-1}) = \frac{0.0072(1 - Z^{-1})Z^{-16}}{1 - 1.9940Z^{-1} + 0.9940Z^{-2}}, \quad (15)$$

则知  $\beta = 0.0072$ ,  $\beta_1 = -1$ ,  $\alpha_1 = 1.9940$ ,  $\alpha_2 = 0.9940$ . 由式(13)的  $K_m$  求得

$$K_p = \frac{K_m}{\beta_1(1 - K_m)}. \quad (16)$$

查附表得  $K_m = 0.1185$ , 故有  $K_p = 0.0689$ . 同样,由附表得到  $a = 1.9355$ ,  $b = 0.9392$ , 由式(13)的  $a$ ,  $b$  解得  $r_1 = 0.9758$ ,  $r_2 = 0.9600$ . 于是得到数字控制器的传递函数为

$$D(Z^{-1}) = \frac{K_p(1 - \alpha_1 Z^{-1} + \alpha_2 Z^{-2})}{(1 - r_1 Z^{-1})(1 - r_2 Z^{-2})}$$

$$= \frac{0.0689(1 - 1.9940Z^{-1} + 0.9940Z^{-2})}{(1 - 0.9758Z^{-1})(1 - 0.9600Z^{-1})}. \quad (17)$$

由式(17)可以看出  $D(Z^{-1})$  有两个零点与两个极点,两个极点均处在  $Z$  平面的单位圆内,因此控制器本身是稳定的,符合鲁棒性要求.

在  $G(Z^{-1})$  辨识模型实时跟踪对象特征  $G(Z^{-1})$  变化的情况下(即  $G(Z^{-1}) = G(Z^{-1})$ ), 图 1

中的内模  $g(Z^{-1})$  为  $\hat{G}(Z^{-1})$  扣除  $Z^{-L_p}$  后的部分. 内模  $Z$  设置为  $Z^{-L_p}$ , 其中当  $L_p = L + 1 = 15 + 1 = 16$  个延时,  $D(Z^{-1})$  按式 (21) 设置, 分别在  $R(Z^{-1})$  与  $f(Z^{-1})$  处加入单位输入信号, 得到图 2 所示的响应曲线. 图 2(a) 为给定值随动调节过程, 图 2(b) 为克服外扰的响应曲线.

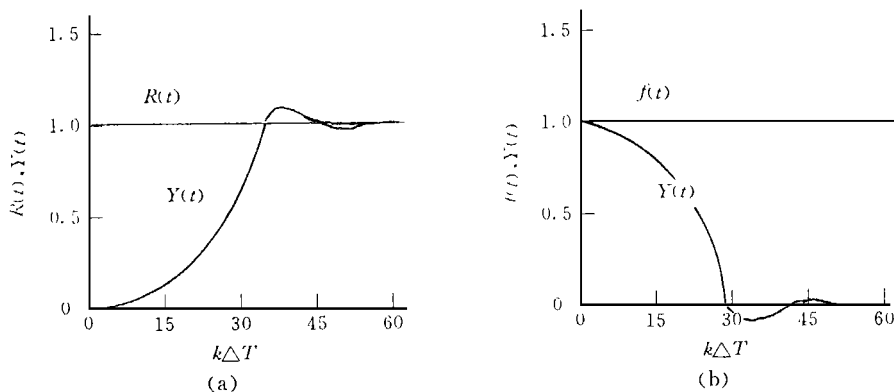


图 2 IMC 系统的给定值与扰动响应曲线

## 5 结束语

离散 IMC 系统设计的关键: (1) 实时辨识对象模型, 及时在线修改内模 1 与内模 2 的结构参数; (2) 设计具有对给定输入信号  $R(Z^{-1})$  有良好响应品质, 对外扰信号  $f(Z^{-1})$  有良好抑制品质的数字控制器  $D(Z^{-1})$ . 由于系统鲁棒性要求,  $D(Z^{-1})$  的选择不仅应满足自身稳定性, 而且使 IMC 系统具有优化的闭环特性.

## 参 考 文 献

- 1 施敏芳. 可编程控制器在生产流水线控制系统中的应用. 华侨大学学报(自然科学版), 1995, 16(3): 301~307
- 2 Franklin G F. Digital control of dynamic systems. New York: Addison-Wesley, 1990. 10~122
- 3 王永初. 纯滞后预估器的实现方法. 工业仪表与自动化装置, 1978, (2): 12~17

## Discrete Adaptive System of Internal Mold Control

Wang Xiaoxia<sup>①</sup> Wang Yongchu<sup>②</sup>

(<sup>①</sup> Dept. of Comput. Sci., Huaqiao Univ., <sup>②</sup> Dept. of Mech. & Electr. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** The design of controller is the key to the discrete adaptive system of internal mold control(IMC). For satisfying the demand of robustness, the controller must have good dynamic attribute on set-point response and perturbation response. Adaptive system of internal mold control is made of (IMC) controller, tracking model and internal model. The design of IMC controller is discussed here in detail.

**Keywords** adaptive system, IMC controller, robustness, discrete adaptive system