

环形荧光灯照度计算的理论与实验研究^{*}

冉茂宇 常志刚 杨若菡 庄东晓

(华侨大学建筑系, 泉州 362011)

摘要 对环形荧光灯照度计算进行研究, 提出一种简单而有效的计算方法——转换法. 通过建立数学模型, 得出环形荧光灯对任一平面上任一处直射照度计算公式, 并用实验验证该方法和计算公式的正确性, 为工程的设计计算提供了方便.

关键词 环形荧光灯, 照度, 转换法

分类号 TU 113.64

环形荧光灯是一种既可用于艺术照明又可用于功能照明的新型灯具^[1], 它的光通分布较普通荧光灯更为对称均匀. 然而, 在现行有关灯具的照度计算中, 尚缺乏相应的计算公式和图表. 本文就这一不足作出理论与实验研究, 试图探索一种简单而有效的方法. 计算环形荧光灯对任一面上任一处的直射照度, 旨在为工程的设计计算提供方便. 为了便于对本文方法的理解, 先导出环形荧光灯在其平行平面上轴心线处的照度计算.

1 环形荧光灯对其平行平面上轴心线处的照度计算

建立如图1所示的坐标系. 由于环形荧光灯的灯头(黑色)长度相比于灯管的周长很小, 可

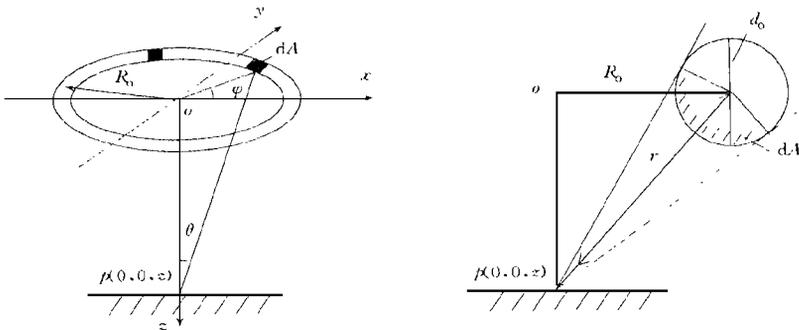


图1 环形荧光灯在平面轴心处照度计算

忽去不计. 灯的光通分布及照度不仅在上下半空间对称, 而且围绕其轴心线对称, 这大大方便了其数学模型的建立. 在环形荧光灯管上任一处取其对应 p 点 $(0, 0, z)$ 有照度贡献的微元表面积 dA , 则该微元面积对 p 点的照度贡献为

$$dE = Ld\Omega\cos\theta, \quad (1)$$

L 为灯管表面的亮度, $d\Omega$ 为微元 dA 对 p 点的立体角, θ 为 p 点所在平面法线方向与入射光线的夹角. 由于 p 点至 dA 的距离远远大于灯管管径 d_0 , 故 $d\Omega \cos\theta$ 可分别表示为

$$\begin{aligned} d\Omega &= \frac{d_0 R_0 d\varphi}{r^2} \\ &= \frac{d_0 R_0 d\varphi}{R_0^2 + z^2}, \end{aligned}$$

$$\cos\theta = \frac{z}{(R_0^2 + z^2)^{1/2}},$$

其中 R_0 为灯的半径, φ 为平面上的旋转角. 将 $d\Omega$, $\cos\theta$ 代入式(1)中, 得

$$dE = \frac{L d_0 R_0 z d\varphi}{(R_0^2 + z^2)^{3/2}},$$

经积分后得

$$E = \frac{2\pi L d_0 R_0 z}{(R_0^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

由于光源性能参数通常只给出光通量(Φ), 因此有必要找出亮度 L 与 Φ 之间关系式. 对于环形荧光灯, 可视为管心圆线光源, 有^[1]

$$L = \frac{e\tau}{\pi}, \quad (3)$$

其中 e 为灯管内表面所受线光源照度, τ 为管壳透光系数.

$$e = \frac{\Phi}{2\pi R_0 \pi d_0} = \frac{\Phi}{2\pi^2 R_0 d_0}, \quad (4)$$

将其代入式(3), 得

$$L = \frac{\Phi\tau}{2\pi^3 R_0 d_0}.$$

再代入式(2), 得

$$E = \frac{\Phi\tau z}{\pi^2 (R_0^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (5)$$

式(5)即为环形荧光灯对其任一平行平面上轴心线处的照度计算式.

2 环形荧光灯对任一平面上任一处的照度计算

环形荧光灯对任一平面上任一点的照度计算问题, 若直接建立空间坐标进行求解, 则其数学推演势必十分繁难. 为了简单而有效地进行求解, 可以采用转换法, 即先将其转换为椭圆荧光灯对其平行平面上轴线处的照度计算问题, 再将所得照度折算为所求面的照度. 如图 2(a) 所示, 作任一平面 Q 上任一处 P 与环形荧光灯圆心 O 的连线, 并设连线 OP 与环形荧光灯轴心线的夹角为 α , 与 Q 面法线方向的夹角为 β . 再过 O, P 分别作 OP 的垂面 Q_1, Q_2 , 则环形荧光灯对面 Q_2 上 P 点的照度, 等效于其在面 Q_1 上所形成的椭圆荧光灯对面 Q_2 上 P 点的照度, 即为椭圆荧光灯对其平行平面上轴线处的照度, 如图 2(b) 所示. 求得面 Q_2 上 P 点的照度后, 再将其折算为所求面 Q 上 P 点的照度, 即得环形荧光灯对面 Q 上 P 点的照度.

2.1 椭圆荧光灯对其平行平面上轴心线处的照度计算

图 2(b) 所示的椭圆荧光灯, 其长轴半径为 R_0 , 短轴半径为 $R_0 \cos \alpha$, 则其椭圆方程为

$$\frac{(R \cos \varphi)^2}{(R_0 \cos \alpha)^2} + \frac{(R \sin \varphi)^2}{R_0^2} = 1.$$

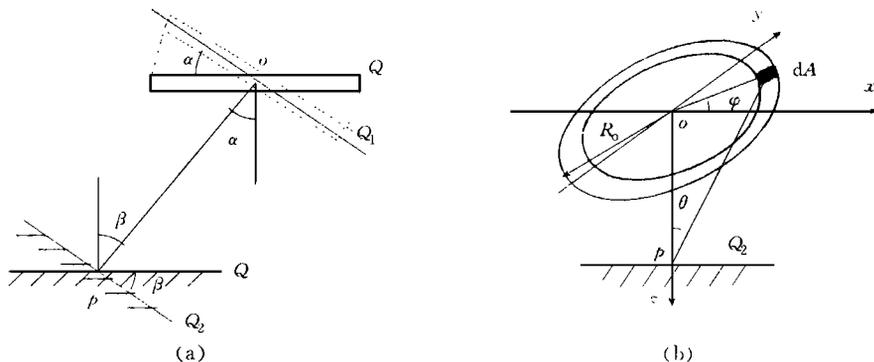


图 2 环形荧光灯在任一平面任一处照度计算转换图

由于 $r^2 = z^2 + R^2$, 于是得

$$d\Omega = \frac{d_0 R d\varphi}{r^2} = \frac{d_0 R_0 \cos \alpha d\varphi}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi)^{1/2} [z^2 + \frac{R_0^2 \cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}]}, \tag{6a}$$

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{[z^2 + \frac{R_0^2 \cos^2 \alpha}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi)}]^{1/2}}. \tag{6b}$$

将式 (6a), (6b) 代入式 (1) 整理得

$$dE = \frac{L d_0 R_0 \cos \alpha}{z} \frac{[(z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha - z^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi) d\varphi - \frac{R_0^2 \cos^2 \alpha d\varphi}{(z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha - z^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi)^{3/2}}]}{z}. \tag{7}$$

记

$$C = (z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha)^{1/2},$$

$$k^2 = \frac{z^2 \sin^2 \alpha}{z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{L d_0 R_0 \cos \alpha}{z} = D,$$

则式 (7) 经变换积分后, 得 P 点的照度 (E) 为

$$E = 4D \left[\frac{1}{C} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} - \frac{R_0^2 \cos^2 \alpha}{C^3} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \right]. \tag{8}$$

式 (8) 中右边第一项积分为第一类勒让德正规椭圆积分, 由文 [6] 得

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^n n!} \right]^2 k^{2n} \frac{\pi}{2}, \tag{9a}$$

而第二项积分为第三类勒让德正规椭圆积分.

$k^2 \sin^2 \varphi$ 在 $(1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{-3/2}$ 展开成级数为

经积分得

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left[\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^n n!} \right]^2 k^{2n} \frac{\pi}{2}. \quad (9b)$$

将式(9a), (9b)和式(4)代入式(8), 整理得

$$E = \frac{\Phi \tau \cos \alpha}{\pi^2 z} \left[\frac{z^2}{(z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z^2 - 2nR_0^2 \cos^2 \alpha}{(z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}} \right) \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^n n!} \right)^2 k^{2n} \right], \quad (10)$$

式(10)为椭圆荧光灯对其平行平面 Q_2 上轴线处 P 点照度的精确计算式。

2.2 环形荧光灯对任一平面上任一处的照度计算

把式(10)的计算结果折算为任一平面 Q 上任一处 P 点的照度为

$$E = \frac{\Phi \tau \cos \alpha \cos \beta}{\pi^2 z} \left[\frac{z^2}{(z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z^2 - 2nR_0^2 \cos^2 \alpha}{(z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}} \right) \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^n n!} \right)^2 k^{2n} \right], \quad (11)$$

式(11)即为环形荧光灯在任一平面上任一处照度精确计算式。代入 $\cos \alpha = 1$, $\cos \beta = 1$, 式(11)即变为式(5)。在实际计算中, 若取 $n = 1$, 则式(11)简化为式(12a)或式(12b), 即

$$E = \frac{\Phi \tau \cos \alpha \cos \beta}{\pi^2 z} \left(\frac{4z^2 + (z^2 - 2R_0^2 \cos^2 \alpha) k^2}{4(z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}} \right), \quad (12a)$$

$$E = \frac{\Phi \tau \cos \alpha \cos \beta}{\pi^2} \left[\frac{3z^3 \sin^2 \alpha}{4(z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha)^{5/2}} + \frac{z(1 + \cos^2 \alpha)}{2(z^2 + R_0^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}} \right]. \quad (12b)$$

3 测试与计算结果比较

为了消除周围物体散射光的影响, 实验测试于夜间在户外进行。采用40 W 环形荧光灯, 其半径 $R_0 = 0.185$ m, 灯管管径 $d_0 = 0.03$ m, 光通量 $\Phi = 2200$ lm^[6]。用SZ-302型照度计对环形荧光灯在其平行平面上的照度进行了实测($\tau = 0.66$), 并用式(11)进行计算($\alpha = \beta$), 将照度实测值($E_{测}$)与计算值($E_{计}$)进行比较, 结果和附表所示。

附表 照度实测值与计算值比较表

坐标(m)			$E_{计}/lx$					$E_{测}/lx$	误差/(%)
x	y	z	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$		
0.200	0.000	0.147	1 211.2	1 174.5	1 154.2	1 144.6	1 140.3	1 140	0.03
0.200	0.000	0.297	824.1	823.6	822.9	822.6	822.6	843	2.52
0.200	0.000	0.497	441.2	441.7	441.7	441.7	441.7	469	6.18
0.300	0.000	0.247	761.3	763.5	760.7	758.2	756.8	773	2.14
0.300	0.000	0.497	394.1	395.9	396.1	396.1	396.1	419	5.78
0.300	0.000	0.647	270.5	271.3	271.3	271.3	271.3	281	3.57

从照度实测计算结果比较表可以看出, 只要计算点距灯管表面的距离相对于灯管管径足够大, 取 $n = 1$ 时较 $n = 5$ 时相对误差不会大于1%, 因此, 采用式(12)进行计算即可满足工程要求。从比较表还可以看到实测与计算十分吻合, 这说明利用转换法和所得式(11)对环形荧光

灯在任一平面上任一处的照度进行计算是行之有效的。

4 结论

本文用转换法导得了环形荧光灯对任一平面上任一处的照度计算公式, 并用实验测试验证了该方法的正确性。(1) 精确地计算环形荧光灯对任一平面上任一处的照度, 可采用式(11)计算。(2) 采用式(12)可估算环形荧光灯对任一平面上任一处的照度。(3) 环形荧光灯在其平行平面上的照度对称分布, 且随悬挂高度增加而使照度均匀度改善。

参 考 文 献

- 1 关瑞明. 视觉心理与室内环境. 华侨大学学报(自然科学版), 1994, 15(4): 413 ~ 417
- 2 柳孝图. 建筑物理. 北京: 中国建筑工业出版社, 1991. 116 ~ 120
- 3 中国矿业学院数学教研室. 数学手册. 北京: 科学出版社, 1980. 633 ~ 634
- 4 戴瑜兴. 现代建筑照明设计手册. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1993. 57 ~ 58

Theory and Experimental Study on Illuminance Calculation of Ringlike Fluorescent Lamp

Ran Maoyu Chang Zhigang Yang Ruohan Zhuang Dongxiao

(Dept. of Arch., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A simple and effective method known as conversion method is advanced for calculating illuminance of ringlike fluorescent lamp. By constructing mathematical model, a formula is obtained for calculating illuminance of direct projection of fluorescent lamp at any point on any plane. The correctness of the method and the formula are experimentally verified. They provide convenience for engineering design and calculation.

Keywords ringlike fluorescent lamp, illuminance, conversion method