

# 概率型活动网络的计算机模拟<sup>\*</sup>

秦 旋

( 华侨大学土木工程系, 泉州 362011 )

**摘要** 尝试将网络计划技术与风险分析结合起来, 突破了传统的 PERT 网络计划只考虑单一关键线路的限制以及每项活动持续时间均服从  $\beta$  分布的假定. 在 PERT 中真正引入随机因素, 利用计算机模拟技术, 对实际复杂系统进行大量的动态模拟, 从而获得描述系统特征的数值, 为决策提供科学的依据.

**关键词** 网络计划, 计算机模拟, 概率分布, 风险分析

**分类号** O 242. 1: TP 393

活动网络技术是 50 年代末期发展起来的一种网络技术, 最基本的方法便是 CPM 和 PERT. 近几十年来, PERT/CPM 作为一种管理技术, 其研究和应用受到了普遍重视. 由于建设项目自身的特点, 历来是网络计划技术工程应用的一个重要领域. 传统的施工管理, 在施工进度管理方面依靠网络计划技术, 但其前提是网络中各项活动的持续时间是比较贴切且符合实际的. 然而, 各项工序活动时间受诸多内、外在因素影响, 在许多情况下, 估计工序活动时间是困难的, 这种不确定性使计划工作变得错综复杂. 仅凭简单的计算和经验来确定, 势必造成在施工进度计划制定之初, 计划进度就有可能是不可行的, 或者说是难以实现的. 虽然, PERT 在活动时间上作了某些概率上的考虑, 认为网络活动的所需时间是随机变量, 但 PERT 采用三值估计的方法来求得其期望值也转为确定型网络<sup>[1]</sup>. 然而在实际施工中, 每个工序的实际持续时间是受多方因素影响 (即存在风险), 具有一定的随机性, 而不仅仅是三值估计 ( $\beta$  分布), 对建设项目所涉及的风险的辩识, 客观的度量以及如何利用网络计划更好地描述复杂的真实世界系统已成为工程项目管理中亟待解决的问题.

## 1 概率型网络模型的模拟方法

传统的 PERT 认为活动持续时间均服从  $\beta$  分布, 其期望值近似地可按式计算

$$T_i = \frac{a + 4m + b}{6}, \quad \sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{36},$$

其中  $a$  为活动的最乐观估计时间;  $b$  为活动的最悲观估计时间;  $m$  为活动的最可能估计时间. 而实际施工中, 由于每个活动都存在风险因素, 致使活动持续时间成为不确定性的. 事物愈复杂, 包含的因素越多, 不确定性越大, 风险也越大. 由于现代工程项目投资巨大、周期长, 功能复杂等特点, 造成工程项目的工期具有不确定性.

为了避免 PERT 假设所带来的局限性, 更好地利用网络计划来描述实际工程项目问题, 可对 PERT 网络的假设作某些放宽(改进).

(1) 所有活动的持续时间可根据实际情况取任何概率分布, 而不仅限于三参数  $\beta$  分布, 从而传统的 PERT 网络时间参数计算和概率计算将不再适用.

(2) 由于活动持续时间的随机性, 当网络每次实现时, 各项活动随机抽样的持续时间不同, 可能出现关键路线的变化和转移, 存在多条关键路线、亚关键路线等, 突破了关键路线唯一性的 PERT 假设<sup>[2]</sup>.

这些放宽条件使活动网络技术更能适应实际需要, 但传统的 PERT 计算已不能胜任, 而必须求助于计算机模拟技术<sup>[6]</sup>, 即蒙特卡罗模拟, 模拟过程框图如图 1 所示.

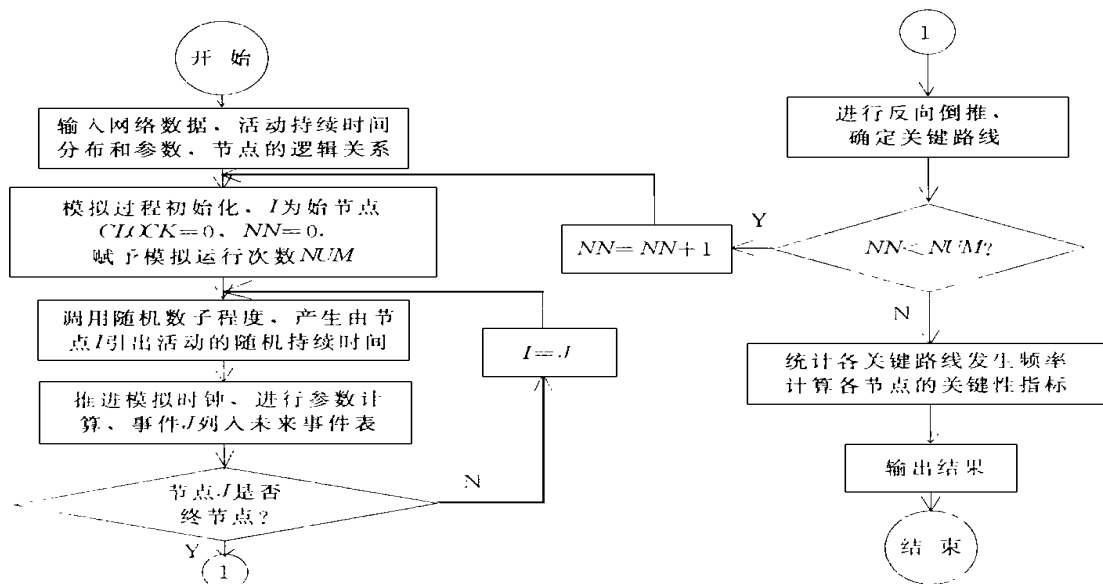


图 1 网络模型的蒙特卡罗模拟过程框图

## 1.1 网络计划模拟的基本理论

网络计划的模拟属于离散系统模拟, 包括模拟推进时钟、随机变量的生成和未来事件表等几部分<sup>[6,4]</sup>.

**1.1.1 模拟时钟** 模拟时钟是随模拟的进程而不断更新的时钟机构. 在模拟开始时, 模拟时钟置于零, 相当于网络计划中始节点的实现时间, 即开工时间为零. 采用面向事件的模拟时钟, 每次时钟推进都按下一个顺序发生的事件实现时间确定, 模拟时钟能够不断给出模拟进程的当前值, 即网络模拟的真实时间. 当模拟时钟推进到网络终节点事件的实现时刻时, 模拟过程终止. 这样, 在整个模拟过程中, 模拟时钟值所描述的就是系统变化发展过程中所发生事件的时间序列.

**1.1.2 随机变量的生成** 网络计划模拟的重要环节是对活动持续时间的随机抽样, 对网络中所有活动都进行一次抽样得到各项活动的随机时间, 可以算出网络参数, 这只是网络模拟所提供的的一个样本. 为了得到工程工期和关键路线的概率, 必须对每项活动进行多次重复随机抽样, 即独立的、重复模拟运行. 这需要对网络中每项活动的持续时间, 按所设定的分布类型和

分布参数作多次重复抽样,因而需要提供各种概率分布的随机变量.要产生一定分布的随机变量,首先要产生均匀分布的随机数,然后从所需的分布函数中产生相应的随机变量值,得到网络模拟参数.因此,随机变量的生成是影响模拟结果正确性、精确性的重要因素.

1.1.3 未来事件表 当网络中某一节点  $i$  实现时,系统即开始执行由该节点引出的一个或多个活动.根据各项活动所赋予的分布类型和分布参数,调用相应的随机变量生成函数,产生这些活动的随机时间,并按照网络参数计算过程,将计算结果赋给下一个结点  $j$ ,作为该节点的实现时间.当模拟时钟推进到该节点时刻时,引起该节点的实现,于是再进行下一节点的模拟.由于通常在某一节点实现后,其引出活动可能导致若干节点事件在不同的未来时刻上实现(即节点的紧后工序大于1).这时,可以根据具体需要(例如某种资源需求量最小等),选择工序安排优先规则,建立未来事件表,以确定将安排的工序,保证时钟能够按要求顺利推进.当模拟时钟推进到某一节点并完成相应的模拟后,由该节点所引出的活动节点将按规则排入未来事件表中,未来事件表处于不断的动态变化之中.

1.1.4 网络参数的统计分析 当网络作多次重复模拟运行时,由于每次活动持续时间的随机抽样都不相同,所给出的时间参数和关键路线也不相同.因此,可以得到网络各结点事件的时间参数(尤其是工程工期)的概率分布和不同路线成为关键路线的概率.通过模拟,可以得到各节点和整个网络计划系统的完成时间的平均值、标准差、最大值和最小值.设共进行  $N$  次模拟运行,因此可得  $N$  个工程工期  $\{T_{d1}, T_{d2}, T_{d3}, \dots, T_{dN}\}$ , 其均值为:  $\bar{T}_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{di}$ , 相应的方差为:  $S^2 = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (T_{di} - \bar{T}_d)^2$ .

分别设  $E(T_d)$  和  $\text{Var}(T_d)$  为随机变量的真实数学期望和真实方差,则由中心极限定理可知

$$\lim_N \left\{ \frac{T_d - E(T_d)}{\sqrt{\text{Var}(T_d)/N}} \right\} = t \quad - \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}u^2} du.$$

当  $N$  充分大时,以下统计量近似于标准正态分布

$$z = \frac{T_d - E(T_d)}{\sqrt{\text{Var}(T_d)/N}} \sim N(0, 1),$$

但是,由于随机变量  $T_d$  的方差  $\text{Var}(T_d)$  是一个未知量,若用样本方差  $S^2$  取代  $\text{Var}(T_d)$  从理论上说,统计量为

$$Z' = \frac{T_d - E(T_d)}{S^2/N} \sim t(N-1),$$

即  $Z'$  服从自由度为  $N-1$  的  $t$  分布,由于模拟中所取的样本量  $N$  (即模拟次数)一般都很大,这时  $t$  分布将收敛于标准正态分布,故若用正态分布来计算置信区间并不会造成大的误差.

通过模拟结果分析,可以得到网络在某一置信度下的置信区间(按理论上的  $t$  分布计算)

$$\bar{X}(n) \pm t_{n-1, 1-\alpha/2} \sqrt{\frac{S^2(n)}{n}},$$

其中  $\bar{X}(n)$  为系统完成工期的平均值,  $\bar{X}(n) = \bar{T}_d$ ;  $S^2(n)$  为方差;  $n$  为模拟次数;  $1-\alpha$  为设定的置信度.

同时, 根据项目完成时间可近似服从正态分布, 则计算出给定时间的完工概率(即实现规定工期的概率)。

$$Z = \frac{S_D - \mu(T)}{\sigma_T},$$

其中  $S_D$  为规定工期或规定的某一事件的完成时间;  $\mu(T)$  为工程工期的期望值(均值)或某一事件实现时间的期望值;  $\sigma_T$  为工程工期的标准差或某一事件工期的标准差。

对应于不同的  $Z$ , 可由标准正态分布表直接查出所对应的概率, 即为各事件实现规定工期的概率。还将根据风险度  $FD = S/M$  ( $S$  为标准差,  $M$  为均值) 来评价事件的风险大小。

由此可见, 网络模拟将得到比 PERT 计算更多的信息, 为网络计划的应用开辟了新的前景。

## 1.2 随机变量概率分布的选择

概率型网络模型的随机模拟, 虽然突破了传统的 PERT 只考虑单一关键路线的限制, 以及每项活动持续时间均服从  $\beta$  分布的假定, 所得到的“实际工程工期”和“实际方差”具有较高的可信度, 模拟所得的“实际工程工期”一般均大于传统 PERT 计算的工期, 而其方差却小于 PERT 的计算结果<sup>[1]</sup>。

但是, 任何优良的方法都需要输入精确可靠的原始数据, 输入不准确或错误的数据当然不可能期望得到精确可靠的输出结果。因此, 在网络分析中, 如何选择活动周期的概率分布及相应的分布参数, 将是网络模拟输出结果分析成败的关键所在。

通常, 在判断随机变量的概率分布时, 可先根据先验知识对该项活动的实际内容和在系统中的作用来作定性判断, 确定其可能属于哪几种分布类型, 缩小选择范围。例如, 若某项活动明显由少数几项(如 2~4 项)重复性作业构成, 则可初步选为爱尔朗分布, 因为爱尔朗分布本身是由若干个指数分布迭加而成的; 如果活动的周期表现出具有明显的上、下界, 则可在均匀分布、 $\beta$  分布或三角分布中选择等等。

数据对选择概率分布有决定性作用, 因此通常要花很多时间和经费去采集数据, 了解各种风险发生的可能性及对工期造成的影响。有了足够的数据就可以选择出较好的概率分布, 至少可以作出经验分布, 而且可以用数据去检验所选择概率分布的正确性。在定性判断的基础上, 进一步作粗略的定量分析, 以辅助作出适合于统计数据的概率分布选择。

# 2 概率型网络计划模型的模拟程序设计

## 2.1 基本模型(变量设置)

本模拟程序设计采用了双代号网络结构, 即用箭杆代表活动, 用节点表示活动开始和结束的标志。

$NN$  为网络的节点数目;  $NA$  为网络系统的工序数目;  $NSTP$  为网络的起始节点;  $NEDP$  为网络的终止节点;  $NPAR(J)$  为存放各节点的紧后工序数目,  $J = 1, \dots, NN$ ;  $NSTA(I)$  为第  $I$  工序起始编号,  $I = 1, \dots, NA$ ;  $NEDA(I)$  为第  $I$  工序终点编号,  $I = 1, \dots, NA$ ;  $NRELP(J)$  为第  $J$  节点紧前工序数,  $J = 1, \dots, NN$ ;  $NREL(J)$  为第  $J$  节点尚待完成的紧前工序数;  $NCA(J)$  为第  $J$  节点的最后完成的紧前工序编号;  $NNC(I)$  为第  $I$  工序成为关键工序的次数;  $NCN(J)$  处于关键路径上的节点编号;  $NUM$  模拟运行次数;  $MNA$  网络系统各节点的紧后工序的最大数目;

$NPA(K, J)$  存放各节点的紧后工序编号  $K = 1, \dots, MNA, J = 1, \dots, NN$ ;  $NAC(I, 3)$  数据矩阵, 存放各工序以及该工序的起始编号和终点编号;  $C(I, 1)$  工序的起始编号;  $C(I, 2)$  工序的终点编号;  $C(I, 3)$  工序,  $I = 1, \dots, NA$ .

## 2.2 模拟程序

本系统模拟的实体是各个工序, 整个模拟程序由主程序 MAIN, 子程序 READF, CHEK, ORINGE, EVENTS, RUNF, SCRPA, REPORT, OUTPUT, RANDOM, 函数 ACTDU, EX-PON, RNORM, UNFRM, GAMA, ERLNG 等以及控制语句等组成.

下面介绍一下各子程序及各函数的功能.

(1) MAIN 主程序. 调用各个子程序. 判断当模拟次数大于模拟终止条件时, 即终止退出.

(2) READF 子程序. 读入子程序. 本程序输入数据建立了五个数据文件, 输出三个数据文件. 该子程序的功能是读入网络系统模拟所需的各种数据.

(3) CHEK 子程序. 网络逻辑检查, 网络计划模型不应有闭合回路存在. 在进行系统模拟以前, 先检查是否有逻辑错误, 若网络中存在闭合回路, 即输出组成闭合回路的节点号并停机; 否则打印 'NOERROR' 字样, 继续下面的模拟计算.

(4) ORINGE 子程序. 系统初始化子程序. 对模拟钟, 系统模拟状态变量等设初始值, 定义模拟开始时的系统状态.

(5) EVENTS 子程序. 该程序是网络系统模拟的核心部分. 通过由 EVENTS 安排和完成工序结束事件来实现的. 模拟从网络起点直至网络终点, 当某工序结束时该工序终点  $N$  的待完成紧前工序数  $NREL(N)$  减 1; 当  $NREL(N)$  为零, 即节点  $N$  实现, 则记录最后达到该节点的工序编号, 并同时收集节点  $N$  的统计资料(节点号与节点实现时间). EVENTS 程序框图如图 2 所示.

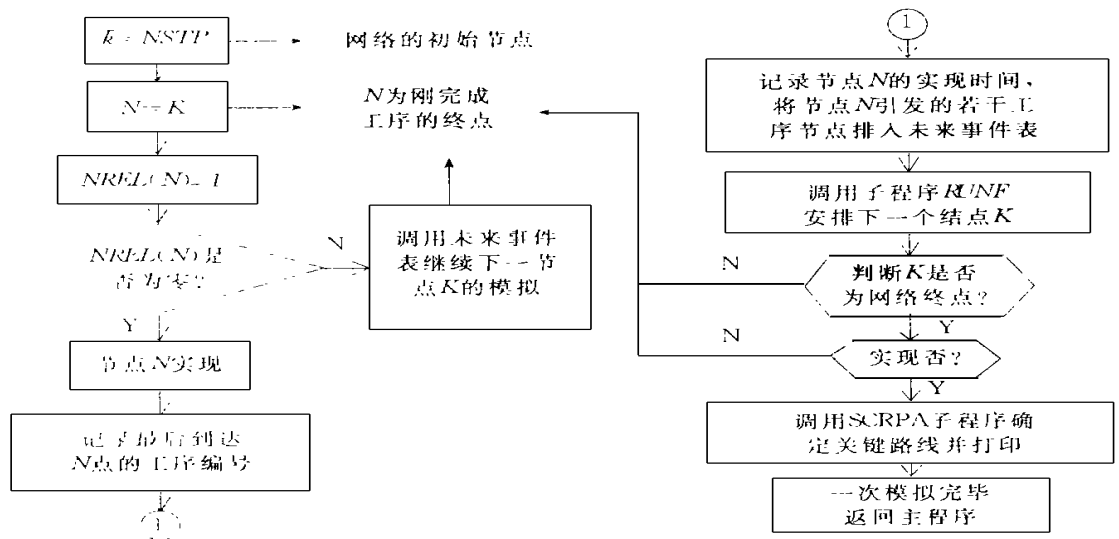


图2 EVENTS子程序流程图

(6) RUNF 子程序. 安排工序优先规则子程序. 即当某节点实现后, 由该节点可能引发若干个节点在不同的未来时刻上实现, 按排序规则建立未来事件表, 安排实现的节点, 以便使模

拟时钟能按要求推进. 本程序模拟采用工序周期最短优先规则.

(7) SCRPA 子程序. 确定关键路线子程序. 从网络终点向网络起点反推, 确定并打印网络系统模拟的关键路径.

(8) REPORT 子程序. 产生最终报表子程序. 由累积统计数据计算汇总统计数据. 比如最大值、最小值、均值和方差等, 打印模拟结束时报表.

(9) OUTPPUT 子程序. 计算和打印各工序成为关键工序的概率.

(10) RANDOM 子程序. 产生随机数子程序. 用乘同余法产生独立的, 均匀的且周期足够长的伪随机数序列.

函数 ACTDU 用于确定各工序的周期; 函数 EXPON 产生服从指数分布的随机变量; 函数 RNORM 产生服从正态分布的随机变量; 函数 UNFRM 用于产生服从均匀分布的随机变量; 函数 GAMA 用于产生服从  $\gamma$  分布的随机变量; 函数 ERLNG 产生服从爱尔朗分布的随机变量.

整个程序用 FORTRAN-77 语言编制而成, 可在微机 IBM 及其兼容机上运行, 整个模拟程序的框图如图 3 所示.

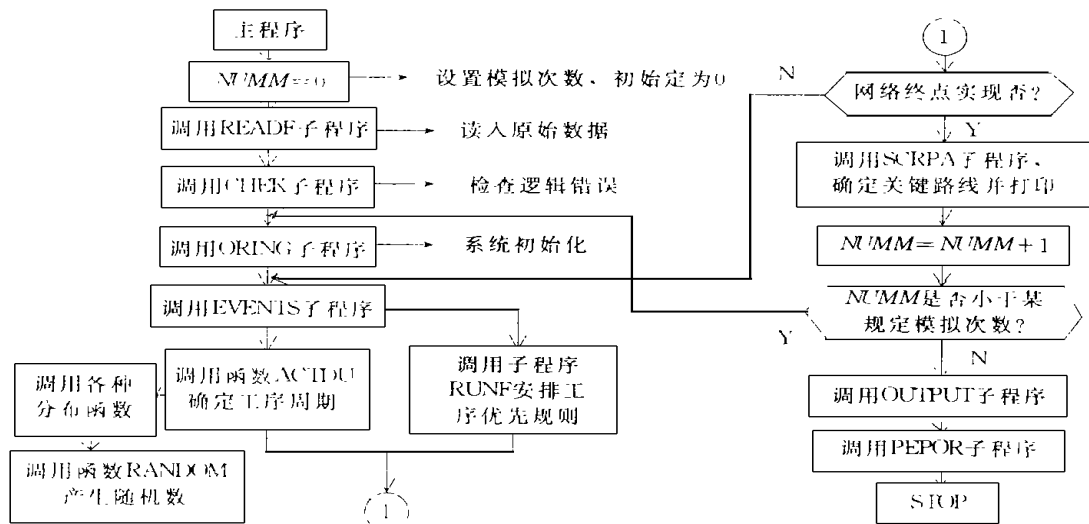


图 3 网络模型模拟流程图

## 4 结束语

本文采用了随机网络技术中的 PERT 随机仿真, 在传统的 PERT 中引入随机因素, 结合计算机模拟技术, 网络中每项活动的持续时间可以考虑风险因素, 而选用任何类型的概率分布. 通过模拟计算, 得到总工期的概率分布及方差、均值, 可知道按规定时间完工的概率及工期的风险度, 同时可以得到各个工期的风险度, 也可以得到各个工序处于关键路线上的概率(频率). 在此基础上将网络时间参数进行点估计(均值和方差)和区间估计(置信区间), 提供丰富的网络性能数据.

在建设项目工程施工中应用系统模拟技术可以深入研究过去许多不能解决的问题, 通过

模拟所得到的量化指标可有效地帮助决策者进行决策. 在参考资料, 工程信息不足的情况下, 可凭经验估计不同的数据通过模拟进行分析, 得到系统的可能发展趋势. 另外, 建设项目施工作为一个系统具有随机性、动态性、开放性等特点. 因此, 工程施工中的一些问题的决策与管理不能用通常的完全解析模型和模型实验来获取, 而计算机模拟技术是介于两者之间的一种方法, 既有解析法的严密性、精确性, 又具有模型实验方法的特点——与真实系统比较贴近, 可考虑因素比较广泛, 得到的结果比较详尽全面.

最后通过具体算例分析, 对该种方法及程序进行了验证, 得到较好的结果.

### 参 考 文 献

- 1 曹光明, 白思俊. 国外 PERT/ CPM 网络计划术发展的三个方面 系统工程理论与实践, 1993, (3): 1 ~ 8
- 2 冯允成. 活动网络分析. 北京: 航空航天大学出版社, 1991. 121 ~ 123
- 3 徐钟济. 蒙特卡罗法. 上海: 上海科学技术出版社, 1985. 21 ~ 42
- 4 熊光楞. 连续系统仿真与离散事件系统仿真. 北京: 清华大学出版社, 1981. 121 ~ 123

## Computer Simulation of the Activity Network of Probability Type Qin Xuan

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** Combining network planning technique with risk analysis, the author succeeds in introducing really the random factors into program evaluation and review technique (PERT). Thus a breakthrough is made on the limitation of conventional PERT network planning which considers only single critical path and assumes that the duration of every activity conforms to beta distribution. Besides, a large number of dynamic simulation for complex real system can be carried out by using computer simulation technique. Thus the data describing system characteristic will be obtained and scientific basis for decision making will be offered.

**Keywords** network planning, computer simulation, probability distribution, risk analysis