

# IMC 模型失配及其解决方法<sup>\*</sup>

王晓霞<sup>①</sup> 王永初<sup>②</sup>

(① 华侨大学计算机科学系; ② 华侨大学机电工程系, 泉州 362011)

**摘要** 当内模型与对象模型失配时, 可能产出危险的控制状态, 这个现象由摄动模型和稳定性分析加以证明. 从内模控制机理出发, 提出一种利用扩充控制器  $D(s)$  代替一般内模控制器的系统方法, 以增加系统的鲁棒性.

**关键词** 扩充内模控制器, 摄动模型, 稳定性分析, 鲁棒性

**分类号** TP 273

## 1 问题的提出

在内模控制(IMC)系统中, 内模型同对象模型特性不一致(即失配), 可能导致正常运行系统的失控, 这个问题已引起系统工程界的关注. 然而, 内模跟踪模型由于辨识需要一定时间, 因此在短时间内造成跟踪内模型与对象模型失配又是不可避免的. 于是有两个重要问题摆在系统设计者的面前: (1) 如何减少模型跟踪失配时间. 这个问题的实质就是快速、实时辨识对象模型; (2) 在模型失配时间内, 如何将失配的影响减少到一个最低程度.

近十多年来, 有不少学者和工程技术人员对内模控制系统进行广泛的研究与实践<sup>[1]</sup>. Smith 滞后预估控制系统是内模控制系统的一个特例<sup>[1]</sup>. 模型参数辨识不准确, 导致 Smith 滞后预估系统无法实现预先规定的指标, 甚至出现不稳定的调节过程. 本文从内模控制机理出发, 研究模型失配导致整个控制系统不稳定的根本原因, 因而得出的对策, 将有助于这类问题的解决.

## 2 内模型的失配分析

一个具有实用且高性能的 IMC 控制系统, 必定具有自辨识与自修理跟踪内模型的功能, 这种系统的组成如图1所示. 模型失配是指  $G(s)$  内模型与  $\tilde{G}(s)$  对象模型不一致. 在自辨识与自修理的过程中  $G(s) \neq \tilde{G}(s)$ , 而且其误差是相当小的. 由图1得到

$$Y(s) = W_r(s)R(s) + W_f(s)f(s), \quad (1)$$

其中

$$W_r(s) = \frac{\tilde{G}(s)D(s)}{1 + D(s)[\tilde{G}(s) - G(s)]}, \quad (2a)$$

$$W_f(s) = \frac{1 - G(s)D(s)}{1 + D(s)[\tilde{G}(s) - G(s)]}. \quad (2b)$$

若取

$$\left. \begin{aligned} G(s) &= \tilde{G}(s), \\ D(s) &= \frac{1}{G(s)}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

则有

$$\left. \begin{aligned} W_r(s) &= 1, \\ W_f(s) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

这个结果说明, 理想的内模控制系统对外扰有完全平息其影响的能力, 并且被控制变量可以准确无误地跟随给定值, 或者说理想的 IMC 系统没有任何控制误差. 然而, 这种理想的渐近的逼近过程,  $\tilde{G}(s)$  是一个变化的特性,  $G(s)$  与  $\tilde{G}(s)$  相一致时

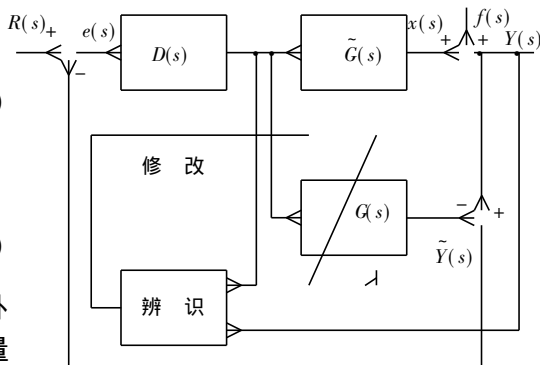


图1 内模控制系统组成方框图

IMC 系统没有任何控制误差. 然而, 这种理想的结果是不存在的, 其原因是  $G(s)$  与  $\tilde{G}(s)$  是一个渐近逼近过程,  $\tilde{G}(s)$  是一个变化的特性,  $G(s)$  同  $\tilde{G}(s)$  经常有短时间的不一致. 例如, 设  $G(s)$  与  $\tilde{G}(s)$  相一致时

$$\tilde{G}(s) = G(s) = \frac{k_0 e^{-\tau}}{T_{0s} + 1}, \quad (5)$$

 $\tilde{G}(s)$  变化后

$$\tilde{G}(s) = G(s) + \Delta \tilde{G}(s), \quad (6a)$$

其中

$$\begin{aligned}\Delta\tilde{G}(s) &= \frac{\tilde{\mathcal{G}}(s)}{\tilde{\kappa}_0} \Delta k_0 + \frac{\tilde{\mathcal{G}}(s)}{\partial \tau} \Delta \tau + \frac{\tilde{\mathcal{G}}(s)}{\partial T_0} \Delta T_0 \\ &= \frac{k_0 e^{-\tau}}{T_0 s + 1} \left( \frac{\Delta k_0}{k_0} - \Delta \tau - \frac{\Delta T_0}{T_0 s + 1} \right).\end{aligned}\quad (6b)$$

由式(1)得到内模控制系统的闭环特征方程式为

$$1 + D(s) [\tilde{G}(s) - G(s)] = 0, \quad (7)$$

将式(6a)代入式(7),得

$$1 + D(s) \Delta \tilde{G}(s) = 0,$$

或

$$1 + \frac{\Delta k_0}{k_0} - \Delta \tau_s - \frac{\Delta T_{0s}}{T_{0s} + 1} = 0,$$

整理成

$$\Delta\tau T_0 s^2 + [(\Delta\tau + \Delta T_0) - T_0(1 + \frac{\Delta k_0}{k})]s - (1 + \frac{\Delta k_0}{k_0}) = 0.$$

排列成如下的罗斯阵列表

$$\begin{array}{lll}
s^2 & \Delta\tau T_0 & - (1 + \frac{\Delta k_0}{k_0}) \\
s^1 & [(\Delta\tau + \Delta T_0) - T_0(1 + \frac{\Delta k_0}{k_0})] & 0 \\
s^0 & - (1 + \frac{\Delta k_0}{k_0}) & 0
\end{array}$$

$s^0$  行的第一个系数为  $-(1 + \frac{\Delta k_0}{k_0})$ , 总是负值. 因此系统不稳定. 这就是 smith 预估控制系统对内模型失配异常敏感和经常不容易投运成功的重要原因之一.

其他类型的内模型同样存在这个问题, 例如

$$\tilde{G}(s) = \frac{k_0}{(T_{0s} + 1)^n}, \quad (8)$$

当  $\tilde{G}(s)$  变化时

$$\tilde{G}(s) = G(s) + \Delta\tilde{G}(s), \quad (9a)$$

其中

$$\Delta\tilde{G}(s) = \frac{k_0}{(T_{0s} + 1)^n} \left( \frac{\Delta k_0}{k_0} - \frac{n\Delta T_{0s}}{T_{0s} + 1} \right), \quad (9b)$$

将式(9)代入式(7), 整理后得

$$\left[ \left( 1 + \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) T_0 - n\Delta T_0 \right] s + \left( 1 + \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) = 0.$$

显然, 系统稳定的条件为

$$\Delta T_0 < \frac{\left( 1 + \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) T_0}{n}, \quad (10)$$

这个结果说明模型阶次越高, 对象时间常数  $T_0$  越小, IMC 系统对内模型的失配越敏感.

通过上述分析, 不难得出如下结论: 按式(3)方式选择内模型  $G(s)$  与控制器  $D(s)$ , 原则上只对低阶被控对象适用. 高阶被控对象采用 IMC 系统方法时, 必须适当改变控制系统的结构, 否则难以达到预期的控制目标.

### 3 降低内模型失配的影响

这里以  $G(s)$  包含  $e^{-\tau s}$  和不包含  $e^{-\tau s}$  两种情况加以讨论.

#### 3.1 $G(s)$ 不包含 $e^{-\tau s}$ 及不稳定的极点

在内模控制器的前后串联一个低通滤波器作稳定环节, 如图2所示. 扩充后的内模控制器为

$$D(s) = D(s)P(s), \quad (11)$$

$$D(s) = \frac{1}{G(s)}, \quad (12)$$

$$P(s) = \frac{a_0}{a_n s^m + a_{n-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0},$$

$P(s)$  的阶次及模型参数  $a_i, i = 0, 1, 2, \dots, m$  是由系统闭环特征方程式的稳定条件来决定. 例如, 式(8)对象特性  $\tilde{G}(s) = k_0 / (T_{0s} + 1)^n$  变化时, 其闭环特征方程式近似于

$$1 + P(s) \left( \frac{\Delta k_0}{k_0} - \frac{n\Delta T_{0s}}{T_{0s} + 1} \right) = 0, \quad (14)$$

代入式(13)得

$$a_n T_{0s}^{m+1} + (a_{n-1} T_0 + a_n) s^m + \dots + (a_1 T_0 + a_2) s^2$$

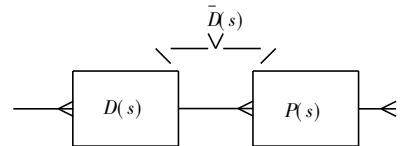


图2 内模控制器的扩充

$$+ \left[ a_0 + \frac{a_0 \Delta k_0}{k_0} \right] T_0 + a_1 - n \Delta T_0 a_0 \Big] s + \left( 1 + \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) a_0 = 0. \quad (15)$$

最简单的情况是取  $P(s)$  为一阶, 此时式(15)变成

$$\left[ \left( 1 + \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) a_0 T_0 + a_1 - n \Delta T_0 a_0 \right] s + \left( 1 + \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) a_0 = 0.$$

系统稳定的条件为

$$\Delta T_0 < \frac{\left( 1 + \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) T_0 + \frac{a_1}{a_0}}{n}, \quad (16)$$

式(16)与式(10)相比较, 式(16)增加  $a_1/a_0$  项, 使得系统的适用范围大大扩大. 当对象模型参数 ( $k_0, T_0$  及  $n$ ) 以及其变化范围 ( $\Delta k_0, \Delta T_0$ ) 确定以后, 总可以找到与其对应的  $a_1/a_0$  值使系统稳定. 举如下一例说明. 已知对象特性为

$$\tilde{G}(s) = \frac{k_0}{(T_0 s + 1)^n},$$

其中  $k_0 = 2 \sim 3, T_0 = 2 \sim 3$ .

如果  $G(s)$  取  $G(s) = \frac{2}{(2s+1)^4}$ , 则  $\Delta k_0 = 1, \Delta T_0 = 1(s)$ . 若没有加入  $P(s)$ , 即取  $P(s) = 1$ , 检查式(10)不等式条件

$$\begin{aligned} \Delta T_0 &= 1, \\ \frac{\left( 1 + \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) T_0}{n} &= 0.75, \\ \Delta T_0 &> \frac{\left( 1 + \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) T_0}{n}, \end{aligned}$$

稳定性条件不满足, 因此系统不稳定.

加入  $P(s)$  以后

$$P(s) = \frac{a_0}{a_1 s + a_0},$$

只要  $a_1/a_0 > 1.00$ , 式(16)的不等式条件就可以满足. 因  $a_1/a_0$  可任意选取, 无论  $\Delta k_0$  或  $\Delta T_0$  如何变化, 总可以找到使系统稳定的  $a_1/a_0$  值.

图3为内模型失配情况下的一组仿真曲线. 曲线1为  $P(s) = 1$  的情况; 曲线2为  $P(s) = \frac{1.0}{0.5s+1}$  的情况; 而曲线3为  $P(s) = \frac{1}{2s+1}$ . 曲线1与曲线2情况系统均不稳定, 前者没有  $P(s)$  补偿, 后者  $P(s)$  补偿不足, 只有第3种情况(即曲线3)系统是稳定的.

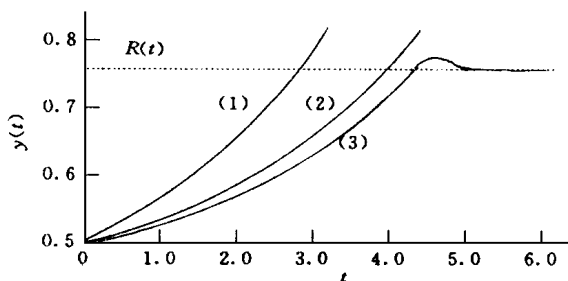


图3  $P(s)$  三种选择对内模失配的影响仿真试验曲线

### 3.2 $G(s)$ 包含 $e^{-\tau s}$ 或者包含不稳定的极点

由式可以看出, 当取  $G(s) = \tilde{G}(s)$ , 则  $D(s) = \frac{1}{G(s)}$ . 当  $\tilde{G}(s) = \frac{k_0 e^{-\tau s}}{Ts+1}$  时,  $D(s) = \frac{Ts+1}{k_0} \frac{1}{e^{-\tau s}} = \frac{1}{k_0} (Ts+1) e^{\tau s}$ . 因  $e^{\tau s}$  一项物理上不能实现, 一种内模控制的修改形式如图4所示. 同样可使  $G(s)$  跟踪  $\tilde{G}(s)$ , 即  $G(s) = \tilde{G}(s)$ , 因此, 图中虚线框内的部分互相抵消, 系统的等效控制对象变成  $g(s)$ ,  $g(s)$  为  $\tilde{G}(s)$  去掉  $e^{-\tau s}$  以后的部分. 例如,  $\tilde{G}(s) = k_0 e^{-\tau s} / (Ts+1)$ , 则  $g(s) = k_0 / (Ts+1)$ ,  $\tilde{G}(s) = k_0 e^{-\tau s} / (Ts+1)^n$ , 则  $g(s) = k_0 / (Ts+1)^n$ . 因而, 包含  $e^{-\tau s}$  的对象就可以演变成一个等效不包含  $e^{-\tau s}$  的对象, 前面所述的方法就可以适用. 图4内模型控制系统也称为 smith 预估控制系统. 这种系统自1957年 smith 提出以后, 成功应用几乎找不到例证, 原因同样对模型要求十分严格, 稍微模型失配, 就导致系统的不稳定<sup>[6]</sup>. 图4系统的闭环特征方程式为

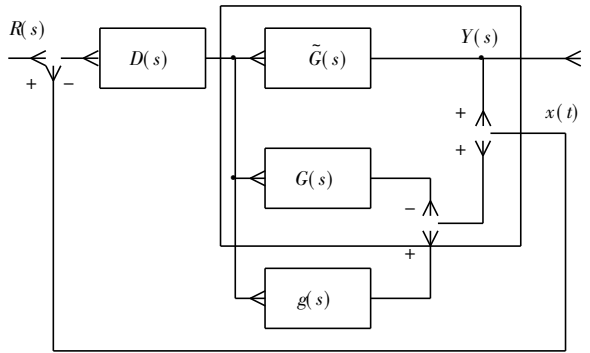


图4 具有  $e^{-\tau s}$  特性对象的内模控制系统

$$1 + D(s) [\tilde{G}(s) - G(s) + g(s)] = 0, \quad (17)$$

设

$$\tilde{G}(s) = \frac{k_0 e^{-\tau s}}{T_0 s + 1},$$

按式(3)选择  $D(s)$ , 即

$$D(s) = \frac{Ts+1}{k_0}, \quad (18)$$

当  $\tilde{G}(s)$  变化后, 同样由式(6)表示. 将式(6)与式(18)代入式(17)得

$$1 + e^{-\tau s} \left( \frac{\Delta k_0}{k_0} - \Delta \tau s - \Delta T \right) - k_0 e^{-\tau s} + 1 = 0.$$

当取  $e^{-\tau s} = 1 - \tau s$ , 代入上式整理可得

$$\tau \Delta \tau s^2 + \left[ -\Delta \tau + \tau \left( k_0 - \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) + \tau \Delta T \right] s + \left[ 2 - \Delta \tau - \left( k_0 - \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) \right] = 0,$$

其罗斯阵列表为

$s^2$	$\tau \Delta \tau$	$\left[ 2 - \Delta \tau - \left( k_0 - \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) \right]$
$s^1$	$\left[ \tau \left( k_0 - \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) + \tau \Delta T - \Delta \tau \right]$	0
$s^0$	$\left[ 2 - \Delta \tau - \left( k_0 - \frac{\Delta k_0}{k_0} \right) \right]$	0

系统稳定的条件为罗斯阵列表中第2列的全部系数为正, 因此在下列的情况下可能引起系统的不稳定:

(2)  $\Delta T$  为正, 但变化量大于  $\Delta T > \tau(k_0 - \frac{\Delta k_0}{k_0}) + \tau \Delta T$ ;

(3)  $\Delta T$  正向变化量大于  $\Delta T > 1 - (k_0 - \frac{\Delta k_0}{k_0})$ .

因此系统不稳定的几率很高. 采用扩充内模控制器  $D(s)$  有助于改变这种易于不稳定的状况.

其中

$$\bar{D}(s) = D(s)P(s), \quad (19)$$

$$D(s) = \frac{1}{g(s)},$$

$$P(s) = \frac{1}{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1},$$

当  $\alpha_1$  与  $\alpha_2$  选择满足

$$\alpha_2 \geq \max \tau \Delta \tau,$$

$$\alpha_1 \geq \max \frac{\tau \Delta k_0}{k_0} + \max \tau \Delta \tau + \max \tau \Delta - \tau k_0,$$

则可以保证在内模型失配状况下的系统稳定性.

## 参 考 文 献

- 1 王永初. 滞后过程的预估与控制. 北京: 机械工业出版社, 1987. 102 ~ 125
- 2 Smith O J. A controller to overcome dead time. J. ISA., 1959, 16(2): 172 ~ 180
- 3 吕炳朝. 纯迟后补偿控制系统抗干扰性能的改善. 自动化与仪器仪表, 1984, (3): 23 ~ 28

# Mismatch of the Model of Internal Mold

## Control and Its Settlement

Wang Xiaoxia<sup>①</sup>

Wang Yongchu<sup>②</sup>

(① Dept. of Computer Science; ② Dept. of Mech. & Electr. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** A dangerous control state may be occurred during mismatch of internal model with object model. This is a phenomenon which can be proved by perturbation model and stability analysis. For improving robustness of the system. A system method is advanced to use extended controller  $\bar{D}(s)$  in place of conventional internal mold controller.

**Keywords** extended internal mold controller, perturbation model, stability analysis, robustness