

球盘传动中蝶形簧的负荷特性与结构优化研究^{*}

姚 天 长

(华侨大学机电工程系, 泉州 362011)

摘要 对一个非标准的蝶形弹簧负荷特性进行试验研究, 得到它的载荷-变形特性曲线, 经与理论计算结果比较后, 又对该元件做出结构优化设计.

关键词 蝶形弹簧, 负荷特性, 结构优化

分类号 TH 135

从西德 PIV 公司引进的钢球平盘无级变速传动(简称 KS 传动), 其加压装置是影响传动性能和承载能力的关键部件. 它采用恒压式装置, 结构简单, 便于布置, 能防止过载. 这是利用一个非标准蝶形弹簧偏心安置于输入轴上, 通过调整预紧量, 借弹簧的弹力使滚动体彼此压紧. 此压紧力的大小, 必须满足最大负荷的需要. 因此, 研究该蝶形弹簧的负荷特性及结构优化, 是使该产品国产化的重要组成部分.

1 试验研究

1.1 蝶形弹簧的几何尺寸

内径 $d = 55.3 \text{ mm}$, 外径 $D = 90 \text{ mm}$, 厚度 $\delta = 1.5 \text{ mm}$, 自由锥高 $H_0 = 3.8 \text{ mm}$.

1.2 试验装置

把蝶形弹簧(图1)放置在10 t 油压试验机平台上进行加压. 整个装置框图如图2所示.

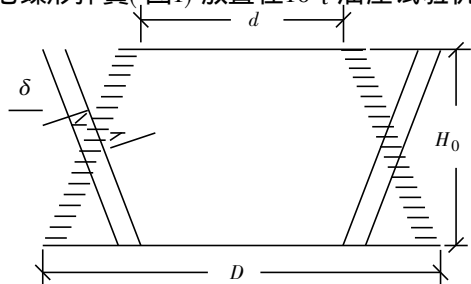


图1 碟形弹簧结构

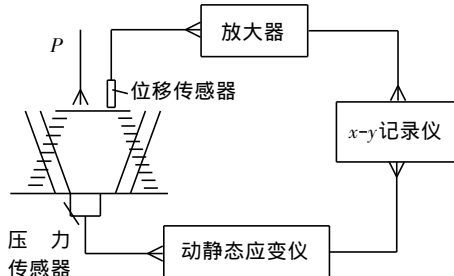


图2 实验装置框图

因为涡流式位移传感器输出特性的非线性, 所以安装时使它与蝶形弹簧之间保持初始间

隙为0.5 mm, 并且要先进行标定.

2 试验结果及分析讨论

2.1 试验结果

为了尽可能减少试验误差, 我们反复进行了5次加载过程的试验, 取这5次数据的平均值作为试验值, 结果列于表1. 表1中 P 为试验值, P 为理论值.

表1 载荷与变形的关系

f/mm	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
P/N	206	368	537	670	802	931	1033	1121	1209
P/N	205	391	559	711	846	965	1068	1162	1241
f/mm	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
P/N	1280	1335	1380	1419	1441	1460	1478	1480	1480
P/N	1303	1363	1408	1446	1471	1490	1504	1511	1513

2.2 蝶形弹簧的工作区域

从表1试验值 P 的变化, 可以看出这是属于渐减型曲线. 由于它是使用于恒压装置中, 要求弹簧刚度为零的变形区域 $f = 1.6 \sim 1.8 \text{ mm}$, 恒压力 $P = 1480 \text{ N}$ (试验值).

2.3 误差分析

根据弹簧所提供的几何尺寸, 采用阿尔曼和拉兹罗近似方法^[1], 算得在相应变形量时对应的载荷值、理论值如表1所示. 在整个变形过程中, 最大相对误差发生在 $f = 0.4 \text{ mm}$ 时, $\epsilon = \frac{670-711}{711} \times 100\% = 5.8\%$. 这是由于受载荷后蝶形弹簧实际截面是变形的, 支承面间也存在摩擦, 以及制造误差和测量误差等等因素所致. 为了减小相对误差, 且在安装空间受限制的条件下有较高的承载能力, 这就要求其单位体积材料的变形能尽可能大. 因此, 有必要探讨其结构设计的优化问题.

3 蝶形弹簧结构优化数学模型

3.1 计算公式

根据阿尔曼和拉兹罗近似方法, 进行计算的极限行程、弹簧负载、应力和变形能, 分别为式(1)~(4)所列.

$$h_0 = H_0 - \delta, \tag{1}$$

$$P = \frac{f\delta^3}{\alpha D^2} \left[\left(\frac{h_0}{\delta} - \frac{f}{\delta} \right) \left(\frac{h_0}{\delta} - 0.5 \frac{f}{\delta} \right) + 1 \right], \tag{2}$$

$$\sigma = - \frac{f\delta}{\alpha D^2} \left[\beta \left(\frac{h_0}{\delta} - 0.5 \frac{f}{\delta} \right) + r \right], \tag{3}$$

$$u = \int_0^f P df = \frac{1}{2} \frac{\delta^3 f^2}{\alpha D^2} \left[\left(\frac{h_0}{\delta} - 0.5 \frac{f}{\delta} \right)^2 + 1 \right], \tag{4}$$

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \frac{\left(\frac{c-1}{c}\right)^2}{\frac{c+1}{c-1} - \frac{2}{\ln c}} \frac{1-\mu^2}{4E}, \quad (5)$$

$$\beta = \frac{1}{\pi} \frac{6}{\ln c} \left(\frac{c-1}{\ln c} - 1 \right), \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{1}{\pi} \frac{3(c-1)}{\ln c}, \quad (7)$$

式中 $c = \frac{D}{d}$, E 为弹性模量, μ 为泊桑比.

3.2 设计变量

设计需求的尺寸参数: 外径 D , 内径 d , 蝶片厚度 δ , 极限行程 h_0 . 也就是说, 设计变量为4个, 用向量形式表示为

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = (D, d, \delta, h_0)^T. \quad (8)$$

3.3 目标函数和约束条件

目标函数在工作变形范围内为单位体积材料的变形能 $R^{[6]}$, 即

$$\begin{aligned} R &= F(X) = F(D, d, \delta, h_0) \\ &= \frac{\int_0^{f_{\max}} P df}{V} = \frac{2f_{\max}^2 [(h_0 - 0.5f_{\max})^2 + \delta^2]}{\pi d^2 (D^2 - d^2)}, \end{aligned} \quad (9)$$

式中 f_{\max} 为蝶簧的最大工作变形. 下面介绍约束条件.

(1) 碟簧安装空间几何约束为 $D_{\min} \leq D \leq D_{\max}$, $d_{\min} \leq d \leq d_{\max}$. 约束函数为

$$g_1 = 2D - D_{\max} - D_{\min} + D_{\min} - D_{\max} \leq 0, \quad (10)$$

$$g_2 = 2d - d_{\max} - d_{\min} + d_{\min} - d_{\max} \leq 0. \quad (11)$$

另外, 碟簧的自由锥高度 H_0 不得超过允许值 H_{\max} , 即有 $H_0 = \delta + h_0 \leq H_{\max}$, 所以 $\delta \leq H_{\max} - h_0$, 其中取 $\delta_{\min} = 0.1 \text{ mm}$. 约束函数为

$$g_3 = 2\delta - H_{\max} + h_0 - 0.1 - (H_{\max} - h_0 - 0.1) \leq 0. \quad (12)$$

通常情况下, 取 $f_{\max} \leq 0.75h_0$, 所以 $h_0 \geq \frac{f_{\max}}{0.75}$. 此时的约束函数为

$$g_4 = \frac{f_{\max}}{0.75} - h_0 \leq 0. \quad (13)$$

(2) 强度约束. 蝶簧材料, 通常用 60Si2MnA 和 50GrVA. 当 $f = f_{\max}$ 时, 许用应力 $[\sigma] = 2300 \text{ MPa}$. 在静载荷条件下, 最大切向应力发生在碟片内圆周上表面的 I 点. 因此, 要求 $\sigma_I \leq [\sigma]$, 故约束函数为

$$g_5 = \frac{f_{\max}}{\pi d^2} [\beta(h_0 - 0.5f_{\max}) + \gamma\delta] - 2300 \leq 0. \quad (14)$$

(3) 载荷变形特性约束. 在一定变形量 f_i 下, 碟簧设计负载 P_i 与实际要求的负载 P_i 的相对误差不大于 ν_1 , 即

$$\left| \frac{P_i}{P_i} - 1 \right| - V_1 \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

约束函数为

$$g^{5+i} = \left| \frac{P_i}{P_i} - 1 \right| - V_1 = \left| \frac{\alpha P_i D^2}{f_i \delta [(h_0 - f_i)(h_0 - 0.5f_i) + \delta^2]} - 1 \right| - V_1 \leq 0. \quad (15)$$

综上所述,碟簧优化的数学模型为 $\max F(X), x \in I \subset E^n$ (I 为设计点的可行域), 使 $g^k = 0$ ($k=1, 2, \dots, 5+m$).

3.4 优化算法及运行说明

本文应用罚函数法, 将非线性规划问题转换成一系列无约束极值问题来求解, 称为序贯无约束极小化法. 这种方法又分为内点法和外点法. 内点法的惩罚函数构成为

$$\Phi(X, Y^{(k)}) = -F(X) - Y^{(k)} \sum_{i=1}^{5+m} \frac{1}{g_i}, \quad (16)$$

其中罚因子 $Y^{(k)}$, 应满足 $Y^{(0)} > Y^{(1)} \dots > Y^{(k)} > 0$. 当 $k \rightarrow \infty, Y^{(k)} \rightarrow 0$, 外点法的惩罚函数的构成为

$$\begin{aligned} \Phi(X, Y^{(k)}) &= -F(X) + Y^{(k)} \sum_{i=1}^{5+m} \{ \max[0, g_i(X)] \}^2, \\ Y^{(0)} &< Y^{(1)} < Y^{(2)} \dots < Y^{(k)}, Y^{(k)} < \eta Y^{(k-1)} \quad \eta > 1. \end{aligned} \quad (17)$$

依次求解公式 (16), (17), 使 $\Phi(X, Y^{(k)}) \rightarrow \min$, 得 $X(k)$. 当搜索步骤 k 增加时, 内点法中 $Y^{(k)} \rightarrow 0$, 外点法中 $Y^{(k)} \rightarrow \infty$, $\Phi(X, Y^{(k)})$ 的最优解 $X(k)$ 趋向于原函数的最优解 X^* . 在计算过程中, $\Phi(X, Y^{(k)})$ 的极小化采用单纯形法, 设计程序用 BASIC 语言编写, 在 586 微机上通过调试 (程序框图及清单从略)^[6].

程序开始运行后, 根据屏幕提示, 由键盘输入约束函数的参数值 $V_1 = 0.04$ (内点法); $V_1 = 0.03$ (外点法); $D_{\max} = 95$; $D_{\min} = 85$; $d_{\max} = 58$; $d_{\min} = 50$; $H_{\max} = 4.2$; $f_{\max} = 1.75$; f_i 和 P_i 如表 2 所示.

表2 在不同序号下载荷与变形的关系

参 数	1	2	3	4	5	6	7	8
f_i/mm	0.1	0.4	0.7	1.0	1.3	1.6	1.7	1.8
P_i/N	206	670	1 033	1 280	1 419	1 478	1 480	1 480

经判断合乎逻辑否, 再由键盘输入伏化计算初始点 $X^{(0)} = [D^{(0)}, d^{(0)}, \delta^{(0)}, h_0^{(0)}]^T$. 内点法必须在可行域内选择满足所有约束条件, 外点法可以任意选择初始点. 计算结果如表 3 和表 4 所示.

表3 优化结构参数值

方 法	$V_1/(%)$	D/mm	d/mm	δ/mm	h_0/mm	f_{\max}	σ/MPa	$F(X)/\text{N}$	$\text{mm} \cdot \text{mm}^{-3}$
内点法	4	92.4	55.1	1.49	2.40	1.75	1 107	0.284 2	
外点法	3	90.01	55.0	1.46	2.34	1.75	1 146	0.313 6	

表4 优化设计变形-载荷值

f/mm	0.1	0.4	0.7	1.0	1.3	1.6	1.7	1.8
$P^{①}/\text{N}$	200	693	1 046	1 278	1 412	1 468	1 473	1 472
$P^{②}/\text{N}$	200	692	1 039	1 264	1 390	1 439	1 441	1 439

① 为内点法; ② 为外点法

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

4 结论

(1) 经优化设计后, 负荷特性中最大相对误差从原来5.8%降低到3.2%, 特性曲线得到改善.

(2) 两种算法得到的两种优化结果, 可以提供不同条件要求下的选择. 也就是说, 如果要求在工作区域内, 载荷变形关系严格, 应选取内点法的计算结果作为设计依据; 如果要求碟簧的单位变形能尽可能大, 则应选取外点法计算结果为设计依据.

参 考 文 献

- 1 张英会. 弹簧. 北京: 机械工业出版社, 1982. 272 ~ 292
- 2 管联群. 碟形弹簧微机辅助设计. 弹簧工程. 1988, (4): 43 ~ 50
- 3 陶全心, 李著. 结构优化设计方法. 北京: 清华大学出版社, 1985. 50 ~ 54, 112 ~ 117

A Study on Loading Characteristic and Structural Optimization of Butterfly Spring in Ball Disc Drive

Yao Tianchang

(Dept. of Mech. & Electr. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract An experimental study is made on the loading characteristic of a nonstandard butterfly spring in ball disc drive. As the result, a load-deformation curve is obtained. The result is compared with that from theoretical calculation. A design of structural optimization is made on this element.

Keywords butterfly spring, load characteristic, structural optimization