第18卷 第3期　　华侨大学学报(自然科学版)　　Vol. 18 No. 3
1997年7月　　Journal of Huaqiao University (Natural Science)　　Jul. 1997

多变因素条件下延伸表面传热通用数值分析计算的研究*

林荣德[①]　杨翔翔[②]

(① 华侨大学管理信息科学系, ② 华侨大学化工与生化工程系, 泉州 362011)

摘要　研究各种形式肋片在辐射-对流-导热的联合作用下,以及变热特性参数条件时稳态与非稳态传热的通用数学物理模型和数值计算方法,考虑了辐射与整体肋片传热计算的耦合问题.

关键词　延伸表面,通用数值分析计算,耦合问题

分类号　TK 124

近几年来人们对肋片传热进行了大量的分析研究工作,取得了许多具有工程价值的成果[1~3].然而,他们没有在此基础上进一步进行综合分析,以便得到通用性较高而又方便实用的计算机软件.为了弥补这一缺陷,经过一年来的研究,我们开发了一套适合工程设计使用的肋片传热及其优化分析的计算机应用软件.

1　基本数学物理模型

1.1　基本假设

(1) 肋片在辐射-对流-导热联合作用下作一维传热;

(2) 肋片材料的导热系数 k 是温度的线性函数,设 $k=k_0[1+\alpha(T-T_\infty)]$;

(3) 对流换热系数 h 是肋片位置的函数,设 $h=h_a\cdot H(r/r_b)$;

(4) 肋根温度 T_b 作周期性变化,设 $T_b-T_{bm}=(T_{bm}-T_\infty)\cdot\varepsilon\cdot\sin\omega\cdot\tau$;

(5)无内热源,肋端绝热;

(6)肋片是漫灰体,肋间为透明介质,周围介质温度 T_∞ 恒定.

1.2　通用传热微分方程式

基于上述假定,当考虑热特性参数变化,直肋或环肋在辐射-对流-导热联合作用下,非稳态或稳态时的通用传热微分方程式可推导得到

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2}+\frac{E}{1+E\cdot\theta}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\right)^2+\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(C\cdot\frac{1}{\xi}+\frac{1}{\beta}\cdot\frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\xi}\right)$$
$$-\frac{\theta}{1+E\cdot\theta}\cdot\frac{N^2}{\beta\cdot\cos\varphi}[H(\xi)+q_k']=\frac{1}{1+E\cdot\theta}\frac{\partial\theta}{\partial t},\tag{1}$$

* 本文1997-01-07收到;福建省自然科学基金资助项目

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki

边界条件为

$$\left.\begin{aligned}&\xi=1,\ \theta=1+\varepsilon\cdot\sin Bt;\\&\xi=L,\ \partial\theta/\partial\xi=0,\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

式中 $\theta=\dfrac{T-T_{\infty}}{T_{bm}-T_{\infty}}$, $\xi=r/r_b$, $L=r_0/r_b$, $\beta=y/b$, $N^2=\dfrac{h_a\cdot r_b^2}{k_0\cdot b}$, $E=\alpha\cdot(T_{bm}-T_{\infty})$, $q_k'=\dfrac{q_k(\xi)}{(T_{bm}-T_{\infty})\cdot h_a}$, $t=a\cdot\tau/r_b^2$, $a=k_0/(\rho\cdot c)$, $B=\omega\cdot r_b^2/a$, $H(\xi)=k(L,m)\cdot(\dfrac{\xi-1}{L-1})^m$, $k(L,m)=\dfrac{(L-1)\cdot(m+1)\cdot(m+2)}{2\cdot[(m+1)\cdot L+1]}$.

当式(1)中的 $C=1$ 时,适用于环肋;当 $C=0$ 时,适用于直肋;当 $\dfrac{\partial\theta}{\partial t}=0$ 时,适用于肋根温度不变时的稳态传热.

对于诸如矩形、梯形、一次双曲线型、二次双曲线型以及抛物线型等各种不同截面形状的肋片,只需将式(1)中的尺度因子 $\dfrac{1}{\beta}\cdot\dfrac{d\beta}{d\xi}$ 和 $\dfrac{N^2}{\beta\cdot\cos\varphi}$ 按照各自形状的几何关系代入,即可得到相应形状肋片的主控微分方程式.

1.3 辐射换热量的通用计算公式

通过辐射散失的热流密度为

$$q_k(\xi_1)=\frac{\varepsilon_k}{1-\varepsilon_k}\cdot[\sigma\cdot T^4(\xi_1)-J_k(\xi_1)],\tag{2}$$

式中 肋片的有效辐射 $J_k(\xi_1)$ 为

$$\begin{aligned}J_k(\xi_1)=&\varepsilon_k\sigma\cdot T^4(\xi_1)+(1-\varepsilon_k)\\&\times 2\int_1^L J_k(\xi_1)dF_{dA_1-dA_2}+J_w\cdot F_{dA_1-A_w}+\sigma\cdot T_{\infty}^4\cdot F_{dA_1-A_0},\end{aligned}\tag{3}$$

肋间根部处的有效辐射 J_k 为

$$\begin{aligned}J_w=&\varepsilon_k\sigma\cdot T_{nf}^4+(1-\varepsilon_k)\\&\times 2\int_1^L J_k(\xi_1)dF_{A_w-dA_1}+\sigma\cdot T_{\infty}^4\cdot F_{A_w-A_0},\end{aligned}\tag{4}$$

有关角系数的确定,可参考文[4].

2 数值方法

2.1 传热微分方程的离散计算方法

首先,必须对式(1)进行离散化.对于稳态传热微分方程,可按中心差分格式进行离散;对于非稳态传热微分方程,可应用Crank-Nicholson格式进行离散,经变换整理后可得三对角型的非线性方程组,然后对其不断迭代求解,具体步骤是:

(1) 将 N 时刻的离散点上的值 θ_j^n 作为初值,即令 $\theta_j^s=\theta_j^n$;

(2) 计算对流及辐射换热的有关数值;

(3) 应用追赶法求解离散点的新值 θ_j^{s+1};

(4) 比较精度要求 $\max\limits_{j=1}^{\text{number}}\left|\dfrac{\theta_j^{s+1}-\theta_j^s}{\theta_j^{s+1}}\right|\leqslant e$ 是否满足;若不满足,则重新赋值,令 $\theta_j^s=\theta_j^{s+1}$,重复(1)～(3)步骤,直到满足上述条件为止,此时可以 $\theta_j^{n+1}=\theta_j^{s+1}$,进行下一时刻的迭代.

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki

在肋根温度不断作周期性变化的情况下，当肋片所有离散点在某一时刻的温度和下一个周期的同一时刻的温度值相同时，则可视为传热已达到准稳态，即 $|\theta_j^n-\theta_j^k|\leqslant e$（$n$ 和 k 只相差一个周期），这是结束迭代计算的判据．

2.2　辐射换热量的计算方法

当计算肋片在某一位置的辐射换热量时，可以应用式(2)～(4)，它们构成一个闭合的方程组，可用迭代法解．其步骤是：

(1) 假定肋片上各离散点的有效辐射初值为 $J_k(\xi_1)$；

(2)由式(5)计算肋间根部的有效辐射 J_w；

(3)由式(3)计算肋片上各个离散点的有效辐射新值 $J_k'(\xi)$；

(4) 判别是否满足 $\left|\dfrac{J_k'(\xi)-J_k(\xi)}{J_k'(\xi)}\right|\leqslant e$，如果不成立，则令 $J_k(\xi)=J_k'(\xi)$，重复(2)～(4)步骤；如果成立，则可由式(2)求出辐射换热量 q_k.

2.3　辐射换热与整体肋片传热的耦合问题

当考虑辐射对流换热条件下肋片的传热计算时，辐射和对流这两个条件是相互影响的．一方面，辐射热流量的变化影响了肋片温度的变化，导致了对流换热量的变化；另一方面，对流换热量的变化，也通过影响肋片温度的变化，导致辐射换热量的变化．它们之间的耦合问题，在以往的研究中大多被忽视，对此，本文考虑这个问题并进行必要的分析．

在用迭代法求解稳态温度场时，进行每一迭代之前，都要进行辐射换热量的计算，并作为这次迭代的边界条件，如图 1 所示．

在求解非稳态温度场时，某一时刻的温度场的求解需要若干次的迭代计算，而在每一次的迭代之前，也都需要进行辐射换热量的计算，作为这次迭代的边界条件，如图 2 所示．

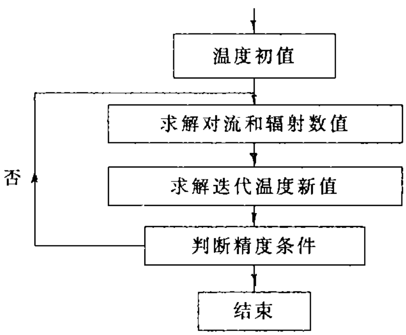

图1　稳态温度场的迭代图

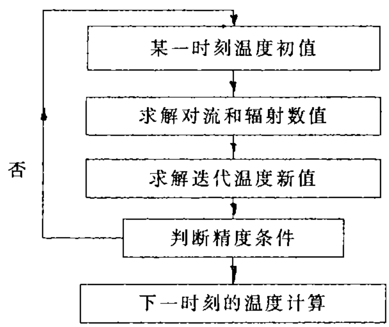

图2　非稳态温度场的迭代图

显然，从以上的图示中可以看出，在稳态和非稳态传热计算中，辐射换热条件始终在迭代中起作用．换句话说，在上述计算方法中，辐射换热条件和整体肋片传热计算有很强的耦合关系，从而保证了在对流辐射条件下传热计算的准确性；另一方面，辐射换热条件始终作为一个边界条件在计算中单独出现．这样做的好处是明显的，它有利于编写计算程序的模块化，增强程序的可读性和可维护性．在对流辐射换热条件下，采用迭代法求解肋片传热温度场以及辐射换热计算的独立性，是本文进行传热数值分析计算中的一个特点．

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki

3 结论

(1) 本研究面向工程实际,选择和推导的数学物理模型和数值计算方法是以满足工程设计分析要求为原则,具有相当的通用性和可靠性.

(2) 运用"分割"和"包装"的方法,分别将复杂的对流和辐射换热计算分解为相对简单的几个计算"进程". 这样处理,既可提高计算速度,又能保证计算精度,这在数值计算编程中是一种新的尝试.

(3) 有关软件的设计和开发,将另文予以详细论述.

参考文献

1 张玉文,陈钟颀. 辐射对流条件件下肋片散热的数值计算. 工程热物理学报,1989, 10(1):75~78

2 杨翔翔,许绿丝. 变热特性参数条件下环形肋片非稳态传热研究. 华侨大学学报(自然科学版),1996,17(3):289~293

3 Netrakanti M N, Huang C L D. Optimization of annular fins with variable thermal parameters by invarant imbedding. J. Heat Transfer, 1985, 107(11):966~970

4 李亮斌、杨翔翔. 在辐射和对流条件下肋片传热的研究. 华侨大学学报(自然科学版),1989,10(4):447~453

Study on General Numerical Analysis Method of Heat Transfer Along Extended Surface under Various Conditions

Lin Rongde① Yang Xiangxiang②

(① Dept. of Manag. Info. Sci., Huqiao Univ.,

② Dept. of Chem. & Biochem. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A general mathematical model and a numerical analysis method are developed for steady and unsteady heat transfer along extended surface of various profiles, which is subject to the interaction of radiation, convection and conduction and variable thermal parameters. The coupled calculation of radiation and the total heat transfer is considered.

Keywords extended surface, general numerical analysis, coupled calculation

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki