

开环观测器的闭环设计方法*

王永初 王启志

(华侨大学机电工程系, 泉州 362011)

摘要 分析开环观测器的闭环性质, 并提出按闭环状态反馈设计优化观测器的一种方法, 该方法具有广泛的适用性.

关键词 观测器, 最优结构, 闭环特性

分类号 TP 273

1 观测器的两种结构形式

Ackermann 曾指出^[1], 一个被控制对象实施反馈状态控制, 如果满足 $M = [C^T : AC^T : A^2C^T : \dots : A^{n-1}C^T]^T$ 的秩为满秩, 则系统是可观测的. 其中 A 与 C^T 分别为系统状态矩阵与输出观测向量.

Ackermann 研究的观测器是开环的, 其结构及与对象的联系如图 1 所示. 观测器与对象如图串/并联联接, 观测器的输出 Z 不形成反馈, 实际上并非如此. 图 1 的结构与图 2 等价^[2], 图 2 的观测器具有观测状态的误差反馈校正. 如果这种等价关系成立, 则最优观测器的设计就可大大简化.

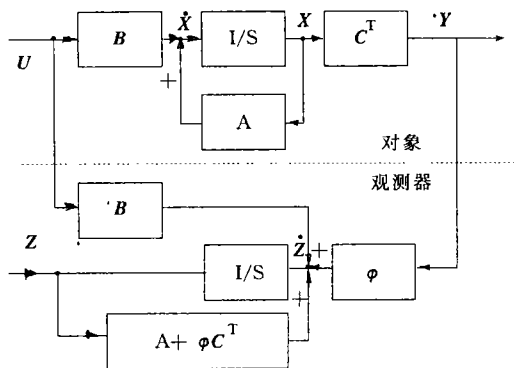


图1 观测器构成及其与对象的联系

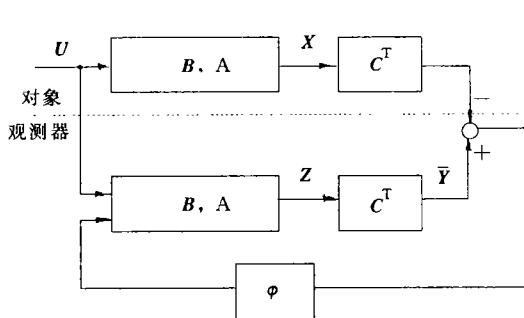


图2 图1的一种等价结构

2 Ackermann 观测器的反馈结构性质

为了证明两种结构的等价关系, 下面分别简述图 1 与图 2 的传递关系.

* 本文 1997-03-04 收到; 福建省自然科学基金资助项目

图1的对象与观测器的输出和输入有如下关系,即

$$Y(S) = C^T(IS - A)^{-1}BU(S), \quad (1a)$$

$$Z(S) = [IS - (A + \varphi C^T)]^{-1}[BU(S) - \varphi Y(S)]. \quad (1b)$$

图2结构有如下关系

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU, \\ Y &= C^T X, \\ \dot{Z} &= AZ + BU + \varphi(\bar{Y} - Y), \\ \bar{Y} &= C^T Z, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

由式(2)可得到 $\dot{Z} = AZ + BU + \varphi(C^T Z - Y) = (A + \varphi C^T)Z + BU - \varphi Y$, 故有

$$Z(S) = [IS - (A + \varphi C^T)]^{-1}[BU(S) - \varphi Y(S)], \quad (3)$$

因此,式(3)与式(1b)完全相同,证明图1与图2的两种结构完全等价.

图2结构的渐近稳定性同样有保证,因为观测向量误差微分方程为

$$\dot{\varepsilon}(t) = \dot{\bar{Y}}(t) - \dot{Y}(t) = C^T(A + \varphi C^T)\varepsilon(t), \quad (4)$$

则有

$$\varepsilon(t) = e^{C^T(A + \varphi C^T)t} \varepsilon(0). \quad (5)$$

当 $\det[IS - (A + \varphi C^T)] = 0$ 的本征值均具有负实部时^[3], $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$ 或 $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{Y}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t)$, $\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} X(t)$, 从而证明图2结构具有渐近稳定性. 因此,可按闭环结构方法来设置观测的最优参数,即可按状态闭环及馈最优校正的方法来设计观测器.

3 观测器的最优化校正

虽然观测器具有状态反馈的性质,如向量 φ 类似于状态反馈增益向量 K , 观测向量 C^T 类似于控制向量 B . 但这种类似仅仅是本征方程式的构成的相似,即状态反馈校正的本征方程式为^[4]

$$\det[IS - (A - BK)] = 0, \quad (6)$$

而闭环观测器的本征方程式为

$$\det[IS - (A + \varphi C^T)] = 0. \quad (7)$$

两种闭环结构的差别还是存在的,即 $K = [k_1, k_2, \dots, k_n]$; $B^T = [0, 0, \dots, 1]$; $\varphi^T = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n]$; $C^T = [1, 0, \dots, 0]$. 对象状态方程式如果是规范化的,即 A 可表示为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

则由式(6)可得

$$\det[IS - (A - BK)] = \det \begin{bmatrix} S & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & S & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & S & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_0 + k_1 & a_1 + k_2 & a_1 + k_3 & \cdots & a_{n-1} + k_n + S \end{bmatrix}. \quad (9)$$

式(7)同样有

$$\det[IS - (A + \varphi C^T)] = \begin{bmatrix} -\varphi_1 + S & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\varphi_2 & S & -1 & \cdots & 0 \\ -\varphi_3 & 0 & S & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\varphi_n + a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} + S \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式(9)与式(10)均可展开成 S 的多项式,即

$$\begin{aligned} \Delta(S) &= S^n + \beta_{n-1}S^{n-1} + \beta_{n-2}S^{n-2} + \cdots + \beta_1S + \beta_0 \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \beta_i S^i + S^n = S^n + \sum_{i=1}^n \beta_{n-i} S^{n-i}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中 β_{n-i} 的选择在两种情况下是不同的. 对于闭环状态反馈的情况,有

$$\beta_{i-1} = a_{i-1} + k_i; \quad (12)$$

而对于观测器则有

$$\beta_{n-i} = a_{n-i} - \varphi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \varphi_k a_n - (i-k). \quad (13)$$

可见,最优化观测器同闭环反馈控制器一样,都可归结为最优闭环传递函数系数的选择问题. 作者曾按 Butterworth 滤波器推导出 1~12 阶最优传递函数,如附表所列的 2~6 阶最优系数选择^[5],可用于观测器向量 φ 的选择.

附表 2~6 阶最优系数

n	β_5	β_4	β_3	β_2	β_1	β_0
2	—	—	—	—	1.414	1
3	—	—	—	2.000	2.000	1
4	—	—	2.613	3.144	2.613	1
5	—	3.236	5.235	5.235	3.236	1
6	4.493	10.097	14.591	10.097	4.493	1

现举例说明,已知某对象的系统矩阵 A 为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -24 & -38 & -28 & -9 \end{bmatrix},$$

输出向量为 $C^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$. 应用附表的最优参数值,即

$$[\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3] = [1, 2.613, 3.144, 2.613],$$

以及对象结构参数

$$[a_0, a_1, a_2, a_3] = [24, 38, 28, 9].$$

由式(13)可得: $\beta_3 = (a_3 - \varphi_1)$; $\beta_2 = (a_2 - \varphi_2 - \varphi_1 a_3)$; $\beta_1 = (a_1 - \varphi_3 - \varphi_1 a_2 - \varphi_2 a_3)$; $\beta_0 = (a_0 - \varphi_4 - \varphi_1 a_1 - \varphi_2 a_2 - \varphi_3 a_3)$. 故解得观测器的最优结构参数为

$$\varphi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \quad \varphi_4]^T = [6.387 \quad -32.627 \quad 150.194 \quad -657.856]^T,$$

校正后的观测器传递函数相当于下式,即

$$W_o(S) = \frac{1}{S^4 + 2.613S^3 + 3.144S^2 + 2.613S + 1}, \quad (14)$$

而校正前的观测器传递函数为

$$W_o(S) = \frac{1}{S^4 + 9S^3 + 28S^2 + 38S + 24}. \quad (15)$$

4 不稳观测状态的校正

采用闭环校正设计方法的另一个优点是,可将不稳定的观测状态转化成稳定的观测状态.

例如,图3所示的记号“ \times ”,表示观测对象的原极点,分别为 -0.8 , -2 和 $+1$. 显然, $+1$ 的极点会导致观测过程的发散,因此,希望校正成符号“ \circ ”所示的极点位置. 按照最优极点配置,新的极点位置分别为

$$S_1 = -1, S_2 = e^{j(\pi+\pi/3)}, S_3 = e^{j(2\pi+2\pi/3)}.$$

由于

$$[S - e^{j(\pi+\pi/3)}][S - e^{j(2\pi+2\pi/3)}] = S^2 + S + 1,$$

故有

$$\begin{aligned} \Delta_o(S) &= (S+1)(S^2+S+1) \\ &= S^3 + 3S^2 + 2S + 1 \\ &\triangleq S^3 + \beta_2 S^2 + \beta_1 S + \beta_0, \end{aligned} \quad (16)$$

而且 $\Delta_o(S) = (S-1)(S+0.8)(S+2) = S^3 + 1.8S^2 - 1.6S - 1.6 \triangleq S^3 + \alpha_2 S^2 + \alpha_1 S + \alpha_0$, 因此,可采用 φ 进行校正,即

$$\varphi^T = [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3] = [-0.2, -2.84, -2.274],$$

校正后的观测器阶跃输入响应为

$$\begin{aligned} Z(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{S^3 + 3S^2 + 2S + 1} \cdot \frac{1}{S} \right] \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \left[\frac{1}{S+1} - \frac{1}{S^2+S+1} \right] \frac{1}{S} \right\} \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{S(S+1)} \right\} - \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{S^2+S+1} \right\} \\ &= 1 - e^{-t} - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\omega_n \cdot \sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t), \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\omega_n^2 = 1, 2\xi\omega_n = 1$. 取 $\omega_n = 1, \xi = 0.5$, 故有

$$Z(t) = 1 - e^{-t} - \frac{e^{-0.5t}}{0.866} \sin(0.866t). \quad (18)$$

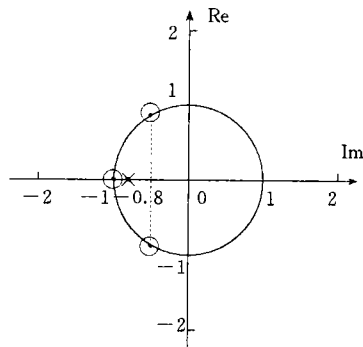


图3 观测对象原极点与校正各极点的分布

在图4中,实线b表示 $Z(t)$ 的单位响应过程曲线.由图可以看出,观测器具有很理想的渐近

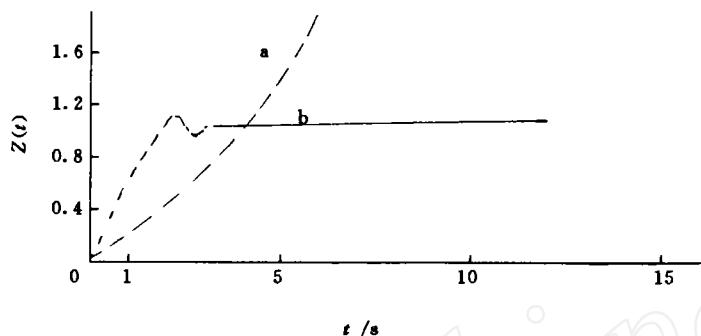


图4 $Z(t)$ 的渐近稳定响应过程曲线

稳定过程;而未加观测器的对象输出状态则发散,如图中虚线a所示.

5 结束语

观测器结构具有闭环的性质,因此,可采用状态最优反馈控制的方法或零极点配置来确定其最优结构参数.本文同时证明一个重要的论点,即对不稳定的检测点,利用直接测量方法时常得不到一个理想的结果.但只要对象可观测,就可采用观测器的间接测量方法,这就为检测技术扩展了一个崭新的应用领域.

参 考 文 献

- 1 Franklin G F. A digital control lab course. IEEE Trans. Control Systems, 1989, (4): 412~420
- 2 Gene F F. Digital control of dynamic systems. New York: Addison-Wesley, 1990. 317~325
- 3 Ogata K. Discrete-time control system. Englewood: Prentice-Hall, 1987. 78~86
- 4 王永初. 自动调节系统工程设计. 北京: 机械工业出版社, 1984. 334~350
- 5 王永初. Butterworth 滤波器在工业过程中的应用(Ⅱ)工业仪表与自动化装置, 1994. (4): 11~15

Closed-Loop Design Method for the Open-Loop Observer

Wang Yongchu Wang Qizhi

(Dept. of Mech. & Electr. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract Open-loop observer is the structural form of the observer. By analysing the ring closure property of this kind of open-loop observers, the author poses a widely applicable method for designing optimized observer according to closed-loop state feedback.

Keywords observer, optimized structure, ring closure property