

电矩 P 和 Q 在各向异性电介质中的电场*

洪清泉 崔山宝 苏武浔

(华侨大学电子工程系, 泉州 362011)

摘要 把各向异性电介质中静电势的解给出的点电荷在各向异性电介质中的电势公式, 表成在各向异性直角坐标系中的形式. 求得在此坐标系中电偶极矩(P)的电场, 并通过坐标变换得到电偶极矩在各向异性介质中的电场. 最后将此方法由电偶极矩推广到电四极矩(Q).

关键词 电介质, 各向异性电介质, 电偶极矩和电四极矩的场

分类号 TM 153

通过电偶极矩是研究电介质各种性能的重要手段. 近代电工技术的飞速发展, 特别是高压工程的迅速发展, 不断提出了有关各向异性电介质绝缘性质的一系列问题. 研究绝缘问题须从研究场强入手, 因此研究在各向异性电介质中电偶极矩和电四极矩的场强问题, 就成为一项基础研究课题. 至今有关资料提供的都是在线性各向同性介质中的情况. 本文利用文[1]中提出的各向异性直角坐标系的概念, 首先求得电偶极矩和电四极矩在此坐标系中所产生的电场, 然后再变换回到原来坐标系中, 求得电偶极矩和电四极矩在各向异性电介质中的电场, 为研究各向异性电介质有关问题提供理论基础.

1 电偶极矩在各向异性电介质中的电势与电场

1.1 在各向异性直角坐标系中点电荷的电势

已知一个位于直角坐标系 $x_1 x_2 x_3$ 原点的点电荷 q (图1) 在各向异性电介质中 x 处产生的电势分布为^[2]

$$\varphi(x) = \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \frac{1}{\left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}}\right)^{1/2}}, \quad (1)$$

式中 ϵ_i ($i=1, 2, 3$) 代表介电常数张量, 并已假设各向异性电介质中三个主轴与直角坐标系的三个轴 x_1, x_2, x_3 相重合. 引入各向异性直角坐标系如图2所示, 它与直角坐标系 x_1, x_2, x_3 相互平行且大小关系为

$$\xi_i = x_i / \epsilon_{ii}^{-1/2} \quad (i = 1, 2, 3). \quad (2)$$

可见, 在三个轴 ξ_1, ξ_2, ξ_3 上所定义的单位长度不同, 分别为 $\epsilon_{11}^{-1/2}, \epsilon_{22}^{-1/2}, \epsilon_{33}^{-1/2}$, 故称为各向异性直角坐标系, 而坐标系 x_1, x_2, x_3 则称为各向同性直角坐标系.

* 本文 1997-01-14 收到; 福建省自然科学基金资助项目

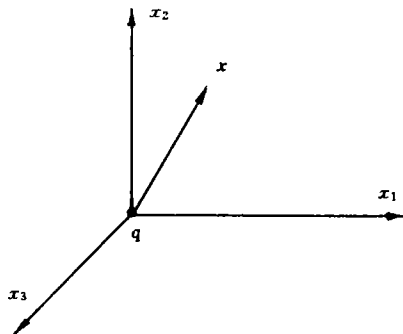


图 1 位于直角坐标系原点的点电荷图

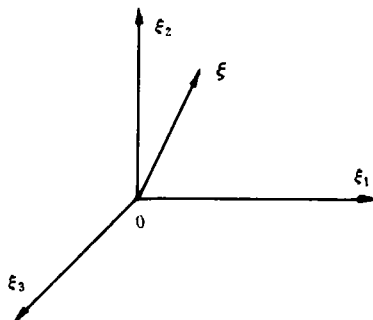


图 2 各向异性直角坐标系

若定义一个并矢 $\epsilon\epsilon$

$$\epsilon\epsilon = \sqrt{\epsilon_{11}}e_1e_1 + \sqrt{\epsilon_{22}}e_2e_2 + \sqrt{\epsilon_{33}}e_3e_3, \quad (3)$$

则两个直角坐标系中的矢径有 $x = \epsilon\epsilon \cdot \xi$, 式中矢径各为 $x = x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3$, $\xi = \xi_1e_1 + \xi_2e_2 + \xi_3e_3$. 于是, 把式(2)代入式(1)得点电荷 q , 在各向异性介质中产生的电势于各向异性直角坐标系中的表示形式为

$$\varphi(\epsilon\epsilon \cdot \xi) = q/4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}\xi. \quad (4)$$

1.2 在各向异性直角坐标系中电偶极矩的电势

设有两个等值异号的点电荷 $+q$ 和 $-q$ 分别位于各向异性直角坐标系中 ξ_1 轴上原点的两侧, 彼此间的距离为 l_ξ , 如图 3 所示. 电偶极矩在各向异性介质中于任意点 ξ 的电势, 根据式(8)有

$$\varphi(\epsilon\epsilon \cdot \xi) = \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left(\frac{1}{\xi_+} - \frac{1}{\xi_-} \right). \quad (5)$$

如果 $l_\xi \ll \xi$, 则可以近似地认为 $\xi_+ \xi_- = \xi^2$, $\xi_- - \xi_+ = l_\xi \cos\theta$, 式中 θ 是电偶极矩的方向(即 ξ_1 的方向)与从电偶极矩作到场点的矢径 ξ 所成的角度. 因此, 电偶极矩在各向异性介质中所产生的电势, 在各向异性直角坐标系中表出的形式为

$$\varphi(\epsilon\epsilon \cdot \xi) = \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \frac{l_\xi \cos\theta}{\xi^2} = -\frac{P_\xi \cdot \xi}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}\xi^3}, \quad (6)$$

式中 $P_\xi = ql_\xi$ 是在各向异性直角坐标系中电偶极矩的电矩.

1.3 在各向异性直角坐标系中电偶极矩的电场

在各向异性直角坐标系中引入算符 ∇_ξ

$$\nabla_\xi = e_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} + e_2 \frac{\partial}{\partial \xi_2} + e_3 \frac{\partial}{\partial \xi_3},$$

则可求得式(6)中的 $\varphi(\epsilon\epsilon \cdot \xi)$ 被算符 ∇_ξ 作用的梯度为 $\nabla_\xi \left(\frac{P_\xi \cdot \xi}{\xi^3} \right) = \frac{1}{\xi^3} \nabla_\xi (P_\xi \cdot \xi) + (P_\xi \cdot \xi) \nabla_\xi$

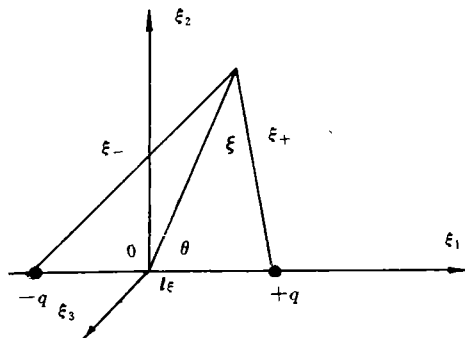


图 3 各向异性直角坐标系中的电偶极矩

$\frac{1}{\xi^3}$. 因为 $\nabla_{\xi}\xi = e_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\xi + e_2 \frac{\partial}{\partial \xi_2}\xi + e_3 \frac{\partial}{\partial \xi_3}\xi = e_1 e_1 + e_2 e_2 + e_3 e_3 = Ie$. 所以 $\nabla_{\xi}(P \cdot \xi) = P_{\xi} \times (\nabla_{\xi} \times \xi) + \xi \times (\nabla_{\xi} \times P_{\xi}) + (P_{\xi} \cdot \nabla_{\xi})\xi + (\xi \cdot \nabla_{\xi})P_{\xi} = (P_{\xi} \cdot \nabla_{\xi})\xi = P_{\xi} \cdot II = P_{\xi}$, 式中 P_{ξ} 为常矢量. 并且有 $\nabla_{\xi} \frac{1}{\xi^3} = -\frac{3}{\xi^4} \cdot \frac{\xi}{\xi} = -\frac{3\xi}{\xi^5}$. 将以上各式代入式(6)得 $\nabla_{\xi}\varphi(\epsilon\epsilon \cdot \xi) = \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{P_{\xi}}{\xi^3} - \frac{3(P_{\xi} \cdot \xi)\xi}{\xi^5} \right]$. 若引入一个新的并矢 $\epsilon'\epsilon'$, 它定义为 $\epsilon'\epsilon' = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{11}}}e_1 e_1 + \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{22}}}e_2 e_2 + \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{33}}}e_3 e_3$, 则两个算符间的关系为 $\nabla_x = \epsilon'\epsilon' \cdot \nabla_{\xi}$. 于是, 电偶极矩在各向异性介质中所产生的电场, 可通过在各向异性直角坐标系中计算而得到

$$\begin{aligned} E(x) &= -\nabla_x \varphi(x) = -\epsilon'\epsilon' \cdot \nabla_{\xi} \varphi(\epsilon\epsilon \cdot \xi) \\ &= \epsilon'\epsilon' \cdot \left[\frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left(\frac{3(P_{\xi} \cdot \xi)\xi}{\xi^5} - \frac{P_{\xi}}{\xi^3} \right) \right], \end{aligned}$$

式中

$$\epsilon'\epsilon' \cdot \xi = \frac{\xi_1}{\sqrt{\epsilon_{11}}}e_1 + \frac{\xi_2}{\sqrt{\epsilon_{22}}}e_2 + \frac{\xi_3}{\sqrt{\epsilon_{33}}}e_3, \quad \epsilon'\epsilon' \cdot P_{\xi} = \frac{P_{\xi_1}}{\sqrt{\epsilon_{11}}}e_1 + \frac{P_{\xi_2}}{\sqrt{\epsilon_{22}}}e_2 + \frac{P_{\xi_3}}{\sqrt{\epsilon_{33}}}e_3,$$

所以

$$\begin{aligned} E(\epsilon\epsilon \cdot \xi) &= \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{3(P_{\xi} \cdot \xi) \left(\frac{\xi_1}{\sqrt{\epsilon_{11}}}e_1 + \frac{\xi_2}{\sqrt{\epsilon_{22}}}e_2 + \frac{\xi_3}{\sqrt{\epsilon_{33}}}e_3 \right)}{\xi^5} - \frac{\frac{P_{\xi_1}}{\sqrt{\epsilon_{11}}}e_1 + \frac{P_{\xi_2}}{\sqrt{\epsilon_{22}}}e_2 + \frac{P_{\xi_3}}{\sqrt{\epsilon_{33}}}e_3}{\xi^3} \right]. \quad (7) \end{aligned}$$

上式就是位于 ξ_1 坐标轴原点的电偶极矩, 在各向异性介质中用各向异性直角坐标系描述的场强表达式.

1.4 在各向同性直角坐标系中电偶极矩的电场

式(7)中的电矩 P_{ξ} 和空间一点矢径 ξ 都是在各向异性直角坐标系中的量, 若通过下列关系式

$$P_{\xi} = ql_{\xi} = q \frac{l_x}{\sqrt{\epsilon_{11}}} = \frac{P_x}{\sqrt{\epsilon_{11}}}, \quad \xi = \frac{x_1}{\sqrt{\epsilon_{11}}}e_1 + \frac{x_2}{\sqrt{\epsilon_{22}}}e_2 + \frac{x_3}{\sqrt{\epsilon_{33}}}e_3,$$

变换后, 便可得本文所求的电偶极矩在各向异性介质中于一般直角坐标系中空间某点的电场强度为

$$E(x) = \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{3 \frac{P_x x_1}{\epsilon_{11}} \left(\frac{x_1}{\epsilon_{11}}e_1 + \frac{x_2}{\epsilon_{22}}e_2 + \frac{x_3}{\epsilon_{33}}e_3 \right)}{\left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{5/2}} - \frac{\frac{P_x}{\epsilon_{11}}e_1}{\left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{3/2}} \right]. \quad (8)$$

当 $x_1=a, x_2=x_3=0$ 时, 由式(8)得

$$E(a) = \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{3P_x a^2}{\epsilon_{11}^2} e_1 - \frac{P_x}{\epsilon_{11}} e_1 \right] = \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \frac{2P_x}{\epsilon_{11}} e_1;$$

当 $x_2=b, x_1=x_3=0$ 等, 由式(8)得 $E(b) = -\frac{P_x}{\epsilon_{11}} e_1 / 4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}} (\frac{b^2}{\epsilon_{22}})^{3/2}$; 当 $x_3=c, x_1=x_2=0$

等, 由式(8)得 $E(c) = -\frac{P_x}{\epsilon_{11}} e_1 / 4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}} (\frac{c^2}{\epsilon_{22}})^{3/2}$. 由 $E(a), E(b), E(c)$ 表示式可见, 即使 $a=b=c$ 时, 由于 $\epsilon_{11} \neq \epsilon_{22} \neq \epsilon_{33}$, 以上三式表示的场强大小不相等, 显示了电偶极矩在各向异性电介质中所产生的空间场具有各向异性. 当 $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_{33}$ 时, 式(12)化为 $E(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon}$

$\left[\frac{3(P_x \cdot x)}{x^5} - \frac{P_x}{x^3} \right]$, 这正是所预料的.

2 电四极矩在各向异性电介质中的电势与电场

2.1 在各向异性直角坐标系中电四极矩的电势

设在 ξ_1 轴上于原点两侧对称地有一对正电荷和一对负电荷组成的电四极矩体系. 这体系可以看作由一对电偶极矩 $+P_\xi$ 和 $-P_\xi$ 组成, 如图 4 所示.

由前面推导可知电偶极矩在各向异性介质中所产生的电势是由式(6)所表示, 现把 $\cos\theta = \frac{\xi_1}{\xi}$ 代入, 并将其形式改变为

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\xi}) &= P_\xi \cos\theta / 4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}} \xi^2 \\ &= P_\xi \xi_1 / 4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}} \xi^3 \\ &= -P_\xi / 4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{1}{\xi} \right) \right]. \end{aligned}$$

因为电四极矩所产生的电势, 实际上是由一对反向电偶极矩产生的电势, 所以电四极矩的电势为

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\xi}) &= \frac{-P_\xi}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{1}{\xi_+} - \frac{1}{\xi_-} \right) \approx \frac{-P_\xi}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left[\frac{(a+b)\xi_1}{\xi^3} \right] \\ &= \frac{+P_\xi(a+b)}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} \left(\frac{1}{\xi} \right), \end{aligned}$$

式中 $\xi \gg (a+b)$ 并有 $\xi = (\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)^{1/2}$, $\xi_- - \xi_+ \approx (a+b)\cos\theta = \frac{(a+b)}{\xi} \xi_1$, $\frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{1}{\xi} \right) = -\xi_1 (\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)^{-3/2}$

$\frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} \left(\frac{1}{\xi} \right) = -(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)^{-3/2} + 3\xi_1^2 (\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)^{-5/2}$. 于是

$$\varphi(\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\xi}) = \frac{P_\xi(a+b)}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{3\xi_1^2}{(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)^{5/2}} - \frac{1}{(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)^{3/2}} \right]. \quad (9)$$

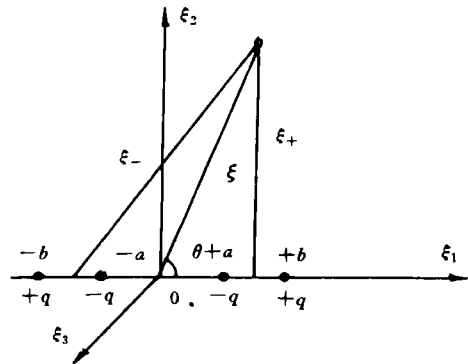


图 4 各向异性直角坐标系中的电四极矩

式(9)就是用各向异性直角坐标系描述的电四极矩,在各向异性电介质中对称位于 ξ_1 轴原点两侧时的电势表示式.

2.2 在各向同性直角坐标系中电四极矩的电势

把以下坐标变换关系

$$\xi_i = \frac{x_i}{\sqrt{\epsilon_{ii}}} \quad (i = 1, 2, 3), \quad P_\xi = \frac{P_r}{\sqrt{\epsilon_{11}}}, \quad \xi = \left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{1/2}, \quad a + b = \frac{a_x + b_x}{\sqrt{\epsilon_{11}}},$$

代入式(9)便可得到

$$\varphi(\mathbf{x}) = \frac{P_r(a_x + b_x)}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{3x_1^2}{\epsilon_{11} \left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{5/2}} - \frac{1}{\left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{3/2}} \right]. \quad (10)$$

当 $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = \epsilon$ 时,式(10)变成

$$\varphi(\mathbf{x}) = \frac{P_r(a_x + b_x)}{4\pi\epsilon} \left[\frac{3x_1^2}{x^5} - \frac{1}{x^3} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{1}{6} [6P_r(a_x + b_x)] \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{1}{x} \right).$$

上式正是在各向同性直角坐标系中,电四极矩在各向同性电介质中对称位于 x_1 轴原点两侧时所产生的电势^[3].由此可见,式(10)便是用各向同性直角坐标系描述的电四极矩在各向异性电介质中空间某点的电势表示式.

2.3 在各向同性直角坐标系中电四极矩的电场

由式(10)得

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{x}) &= -\nabla \varphi(\mathbf{x}) = -\left(\mathbf{e}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \mathbf{e}_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \mathbf{e}_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \right) \varphi(\mathbf{x}) \\ &= \frac{P_r(a_x + b_x)}{4\pi\epsilon_{11} \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{15x_1^2 \left(\frac{x_1}{\epsilon_{11}} \mathbf{e}_1 + \frac{x_2}{\epsilon_{22}} \mathbf{e}_2 + \frac{x_3}{\epsilon_{33}} \mathbf{e}_3 \right)}{\epsilon_{11} \left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{7/2}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{3 \left(\frac{x_1}{\epsilon_{11}} \mathbf{e}_1 + \frac{x_2}{\epsilon_{22}} \mathbf{e}_2 + \frac{x_3}{\epsilon_{33}} \mathbf{e}_3 \right)}{\left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{5/2}} - \frac{6x_1 \mathbf{e}_1}{\epsilon_{11} \left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{5/2}} \right]. \quad (11) \end{aligned}$$

当 $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = \epsilon$ 时,式(11)变成

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{P_r(a_x + b_x)}{4\pi\epsilon} \left[\frac{15x_1^2 \mathbf{x}}{x^7} - \frac{3\mathbf{x}}{x^5} - \frac{6x_1 \mathbf{e}_1}{x^5} \right], \quad (12)$$

式(12)正是用各向同性直角坐标系描述的电四极矩,在各向同性电介质中于空间某点的电场强度表示式^[4].由此可见,式(11)便是本文所求的电四极矩在各向异性电介质中产生的电场强度用各向同性直角坐标系描述的表示形式.

当 $x_1 = a, x_2 = x_3 = 0$ 时,由式(11)得

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(a) &= \frac{P_r(a_x + b_x)}{4\pi\epsilon_{11} \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{15a^2 \left(\frac{a}{\epsilon_{11}} \right) \mathbf{e}_1}{\epsilon_{11} \left(\frac{a^2}{\epsilon_{11}} \right)^{7/2}} - \frac{3 \left(\frac{a^2}{\epsilon_{11}} \right) \mathbf{e}_1}{\left(\frac{a^2}{\epsilon_{11}} \right)^{5/2}} - \frac{6a \mathbf{e}_1}{\epsilon_{11} \left(\frac{a^2}{\epsilon_{11}} \right)^{5/2}} \right] \\ &= \frac{P_r(a_x + b_x)}{4\pi\epsilon_{11} \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{9a \mathbf{e}_1}{\epsilon_{11} \left(\frac{a^2}{\epsilon_{11}} \right)^{3/2}} - \frac{3 \mathbf{e}_1}{\left(\frac{a^2}{\epsilon_{11}} \right)^{3/2}} \right]; \end{aligned}$$

当 $x_2=b$, $x_1=x_3=0$ 时,由式(11)变成

$$E(b) = \frac{P_x(a_x + b_x)}{4\pi\epsilon_{11} \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{-\frac{3b^2}{\epsilon_{11}}e_2}{(\frac{b^2}{\epsilon_{22}})^{5/2}} \right] = \frac{-P_x(a_x + b_x)}{4\pi\epsilon_{11} \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{3e_2}{(\frac{b^2}{\epsilon_{33}})^{3/2}} \right];$$

当 $x_3=c$, $x_1=x_2=0$ 时,式(11)成为

$$E(c) = \frac{-P_x(a_x + b_x)}{4\pi\epsilon_{11} \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{3\frac{c^2}{\epsilon_{33}}e_3}{(\frac{c^2}{\epsilon_{33}})^{5/2}} \right] = \frac{-P_x(a_x + b_x)}{4\pi\epsilon_{11} \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{3e_3}{(\frac{c^2}{\epsilon_{33}})^{3/2}} \right].$$

由于 $\epsilon_{11} \neq \epsilon_{22} \neq \epsilon_{33}$,即使 $a=b=c$ 时,以上三式表示的场强大小不同,显示了电四极矩在各向异性电介质中所产生的空间场具有各向异性.

3 结论

本文把表示电偶极矩和电四极矩在各向同性电介质中电势与电场的公式,推广到介质为各向异性的情况,从而得到由式(9)与式(12),式(14)与式(15)所表示的电偶极矩和电四极矩,在各向异性介质中电势和电场的表达式.这个结果表明,在各向异性电介质中,在以电偶极矩和电四极矩为中心的球面上,各点的电位与电场不再是相等的.这一效应为我们进一步探讨、研究一般电荷分布在各向异性介质中场的行为提供参考.

参 考 文 献

- 1 林文枝,陈荣年. 在各向异性磁介质中载流二次导线焦点的磁场. 华侨大学学报(自然科学版),1992, 13 (4): 454~461
- 2 苏武得,魏腾雄,陈荣年. 各向异性电介质中静电势的解. 华侨大学学报(自然科学版), 1996, 17(3): 308~311
- 3 郭硕鸿. 电动力学. 北京:人民教育出版社,1995. 95~103
- 4 Armstrong R L, King J D. 电磁相互作用. 黄祖良等译. 北京:高等教育出版社,1993. 46~48

Electric Field of Dipole Moment and Quadrupple Moment in Anisotropic Media

Hong Qingquan Cui Shanbao Su Wuxun

(Dept. of Electron. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract The electric potential equation of point charge in anisotropic media is expressed in the form of anisotropic rectangular coordinate. In this coordinate, the electric field of dipole moment is calculated; and the electric field of anisotropic media is derived by coordinate transformation. The method can be extended from dipole moment to quadrupple moment.

Keywords electric field, dipole moment, quadrupple moment, anisotropic medium