

# 观测器与控制器的协调次优化设计方法\*

王永初 王启志

(华侨大学精密机械工程系, 泉州 362011)

**摘要** 由于观测器具有闭环性质, 因此用于构成状态反馈控制的时候, 便形成以观测器为内回路, 状态反馈为外回路的串级双闭环回路. 不少学者已注意并发现了谐振问题, 但至今仍没有人提出协调观测器与控制器的理论设计方法. 本文提出一种理论的设计方法, 具有一定的理论研究与应用价值.

**关键词** 观测器, 控制器, 协调优化

**分类号** O734.1

## 1 具有状态观测器的状态反馈控制

现代控制理论中的最优状态反馈控制方法, 曾一度被认为可替代常规的 PID 控制, 用于生产过程的广泛领域. 但几十年过去, 情况却并非如此. 这种占有系统全面信息的控制方法很少在过程控制中采用, 原因是状态反馈要求系统提供状态的全部信息. 这不仅不现实, 而且也是不可能的<sup>[1]</sup>. 每个系统状态均要安装变送器或传感器, 整体自动化装置的成本会大幅度提高. Ackermann 观测器理论, 为利用软件构成检测器硬件提供了理论设计依据<sup>[2]</sup>. 图 1 表示具有观测器的状态反馈控制系统, 但在实际应用中却时常会导致控制系统的谐振, 这是因为采用观测器的状态反馈控制具有双控制回路的本质, 内、外回路在调节过程中会互相干涉, 以

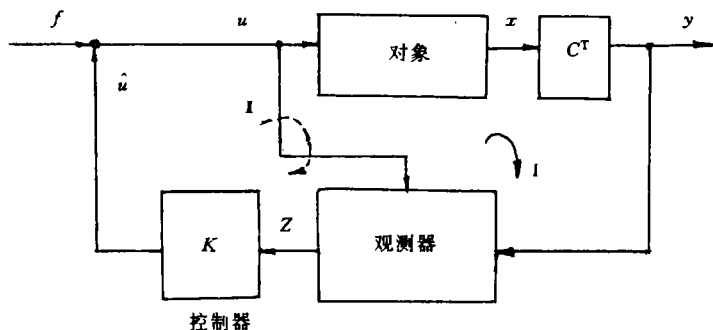


图1 具有观测器的状态反馈控制系统

\* 本文 1996-11-01 收到; 福建省自然科学基金资助项目

致产生谐振,使系统的控制品质恶化. Workman 在他的论著中已阐述了所发生的现象<sup>[3]</sup>. 因为具有观测器的系统是一个双回路结构. 图 1 I 与 II 分别表示内、外回路. 在这个系统中,系统的状态( $X^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ )不是全部都测量,而只是测量一个或若干个. 系统所需的  $X$  的全部信息由  $Z$  近似地提供,只要系统可观测,则  $\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} X(t)$ . 一个设计优良的观测器  $Z(t)$  逼近  $X(t)$  的时间是相当短的<sup>[4]</sup>.

作者曾在论文<sup>[5]</sup>中论证了双回路控制系统不发生干涉谐振的条件:(1)  $\omega_{ni} > 4\omega_{n0}$ ; (2)  $\omega_{ni} > \frac{1}{4}\omega_{n0}$ , 其中  $\omega_{ni}$  与  $\omega_{n0}$  分别表示内、外控制回路的正常工作频率(或称操作频率). 这两个条件曾由仿真实验加以证实.

现在的问题是如何通过观测器与控制器的设计,在获得优化的同时又满足不发生谐振的条件. 这就是所谓观测器与控制器协调优化控制的实现问题.

## 2 协调次优化设计

控制器与观测器的协调可采用两种方法.

(1) 方法一. (a) 确定观测器的稳定时间(或操作频率  $\omega_{ni}$ ), 再按不谐振条件求控制回路的操作频率  $\omega_{n0}$ . (b) 由观测器的  $\omega_{ni}$  求观测器的最优规范传递函数; 由  $\omega_{n0}$  求状态反馈的最优闭环规范传递函数. (c) 由规范传递函数复原为实际传递函数, 并确定观测器的优化结构参数向量  $\varphi$  及最优反馈控制向量  $K$ .

(2) 方法二. 根据控制系统对操作频率  $\omega_{n0}$  的要求, 确定  $\omega_{ni}$ . 其他步骤与方法一相同.

由此可见, 解决问题的关键是确定满足特定操作频率  $\omega_n$  的高阶闭环传递函数. 然而, 直接确定高阶闭环传递函数是相当困难的, 我们采用一种由低阶并按时间比例的类推方法, 从而解决了这个问题. 记闭环传递函数为

$$W(s) = W_1(s)W_2(s), \quad (1)$$

其中  $W_1(s)$  为

$$W_1(s) = \frac{K_{01}}{(s + s_1)(s + s_2) \cdots (s + s_{n-2})}, \quad (2a)$$

$W_2(s)$  为

$$W_2(s) = \frac{K_{02}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (2b)$$

式(2a)中的  $s_i (i=1, 2, \dots, n-2)$  均为正数. 因此, 根  $s = -s_i$  均为负根. 式(2b)的二个根分别为  $s = -\xi\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1-\xi^2}$ , 且可取  $s_i \gg \xi\omega_n$ . 由于  $W_1(s)$  可分解为

$$W_1(s) = \sum_{i=1}^{n-2} R_{0i} / (s + s_i), \quad (3)$$

其中  $R_{0i}$  为  $W_1(s)$  在  $s = -s_i$  上的留数, 即

$$R_{0i} = R_{s_i} W_1(s_i) = \lim_{s \rightarrow -s_i} (s + s_i) W_1(s).$$

因此,  $W_1(s)$  的脉冲响应为

$$W_1(t) = \mathcal{L}^{-1} W_1(s) = \sum_{i=1}^{n-2} R_{0i} e^{-s_i t}, \quad (4)$$

式(2b)的脉冲响应为

$$W_2(t) = \frac{K_{02}}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t). \quad (5)$$

假如最小的 $|s_i|$ 值取4倍的 $\xi\omega_n$ 值,在一个单位时间内,可知

$$\frac{e^{-\xi\omega_n t}}{e^{-\xi\omega_n}} \times 100\% = 5\%.$$

若取 $|s_i| = 5\xi\omega_n$ ,则其比值仅为1.8%.因此,可采用1:5的原则来选择 $s_i$ 的分布,使 $W_1(s)$ 部分在系统中的作用降低到很小的程度.在这种场合下,闭环传递函数的选择主要是 $W_2(s)$ 部分的选择.高阶系统的设计问题就转化成低阶系统的设计问题,这样设计工作无疑将得到大大简化.现以四阶对象为例,说明这种方法的应用.已知对象的状态方程式为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.0024 & -0.05 & -0.35 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad (6a)$$

输出观测方程式为

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (6b)$$

采用状态反馈控制器,使系统的操作频率 $\omega_{n0} = 0.05 \text{ s}^{-1}$ ,无阻尼振荡系数 $\xi = 0.5$ .

下面为其设计步骤.

(1) 求 $\omega_{2i}(s)$ 与 $\omega_{20}(s)$ .  $\omega_{i0} = 4\omega_{n0} = 0.2 \text{ s}^{-1}$ ,并记观测器回路与状态反馈控制器回路的闭环传递函数分别为 $W_i(s)$ 与 $W_0(s)$ .  $W_i(s)$ 与 $W_0(s)$ 分解成低阶部分与余部.低阶部分分别为

$$\begin{aligned} W_{2i}(s) &= \frac{\omega_{ni}^2}{s^2 + 2\xi\omega_{ni}s + \omega_{ni}^2} \\ &= \frac{0.04}{s^2 + 0.2s + 0.04}, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} W_{20}(s) &= \frac{\omega_{n0}^2}{s^2 + 2\xi\omega_{n0}s + \omega_{n0}^2} \\ &= \frac{0.0025}{s^2 + 0.05s + 0.0025}. \end{aligned} \quad (7b)$$

$W_i(s)$ 与 $W_0(s)$ 的余部,其根的最小 $|s_i|$ (或最小 $|s_0|$ )必须大大高于 $\xi\omega_{ni}$ (或 $\xi\omega_{n0}$ ).根据式(7a), $\xi\omega_{ni} = 0.1$ ,故若取 $|s_i|_{\min} = 0.5$ , $\xi\omega_{n0} = 0.025$ ,则取 $|s_0|_{\min} = 5\xi\omega_{n0} = 0.125$ .于是有

$$W_{1i}(s) = \frac{K_{1i}}{(s + 0.5)(s + 0.6)}, \quad (8a)$$

$$W_{10}(s) = \frac{K_{10}}{(s + 0.125)(s + 0.2)}. \quad (8b)$$

故有

$$W_i(s) = W_{1i}(s)W_{2i}(s) = \frac{0.04K_{1i}}{(s+0.5)(s+0.6)(s^2+0.2s+0.04)}, \quad (9a)$$

$$W_o(s) = \frac{0.0025K_{10}}{(s+0.125)(s+0.2)(s^2+0.05s+0.0025)}. \quad (9b)$$

由于  $W_o(s)$  与  $W_i(s)$  的操作频率相差 4 倍, 因而避免了内、外调节回路的干涉振荡.

### 3 观测器与控制器结构参数向量的选择

向量  $\varphi$  的选择是根据观测器的本征值同  $W_i(s)$  特征方程式的根相同的原则确定的. 只要这两者的特征方程式相同, 这个相同原则自然成立.  $W_i(s)$  的特征方程为

$$\begin{aligned} \Delta_i^* &= (s+0.5)(s+0.6)(s^2+0.2s+0.04) \\ &= s^4 + 1.3s^3 + 0.56s^2 + 0.104s + 0.012 \\ &= 0, \end{aligned} \quad (10a)$$

观测器的特征方程式为

$$\begin{aligned} \Delta_i(s) &= \begin{vmatrix} -\varphi_1 + s & -1 & 0 & 0 \\ -\varphi_2 & s & -1 & 0 \\ -\varphi_3 & 0 & s & -1 \\ -\varphi_4 + 0.0024 & 0.05 & 0.35 & s+1 \end{vmatrix} = 0 \\ &= s^4 + (1-\varphi_1)s^3 + (0.35-\varphi_2-\varphi_1a_3)s^2 + (0.05-\varphi_3 \\ &\quad -0.35\varphi_1-\varphi_2a_3)s + (0.0024-\varphi_4-0.05\varphi_1-0.35\varphi_2-\varphi_3a_3), \end{aligned} \quad (10b)$$

比较式(10a)与(10b) $s$ 同次幂的系数, 可得

$$\varphi^T = [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4] = [-0.3, 0.09, -0.039, 0.0129].$$

控制器的结构参数向量  $K^T = [K_1, K_2, K_3, K_4]$  的选择比观测器结构参数向量  $\varphi^T$  的选择稍复杂, 原因是控制器回路处于双环回路的外环, 包含观测器与控制器. 为了求得外环的闭环特性方程, 可按图 1 所示的系统关系, 列出如下有关作用方程式.

(1) 对象状态方程式为

$$\dot{X} = AX + BU, \quad (11)$$

(2) 输出观测方程式为

$$Y = C^T X. \quad (12)$$

(3) 控制方程式为

$$U = -K^T Z + f. \quad (13)$$

(4) 观测器的状态方程式为

$$\dot{Z} = (A + \varphi C^T)Z + BU - \varphi Y. \quad (14)$$

式(13)代入式(12), 则有

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX - BK^T Z + Bf \\ &= (A - BK^T)X + BK^T(X - Z) + Bf. \end{aligned} \quad (15)$$

由式(11)减去式(14)并整理后, 可得

$$\dot{X} - \dot{Z} = (A + \varphi C^T)(X - Z). \quad (16)$$

式(15)与式(16)构成一个增广系统,即

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{X} - Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK^T & BK^T \\ 0 & A + \phi C^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X - Z \end{bmatrix}, \quad (17a)$$

以及

$$\bar{Y} = Y = [C^T \ 0] \begin{bmatrix} X \\ X - Z \end{bmatrix}, \quad (17b)$$

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} X \\ X - Z \end{bmatrix}. \quad (18)$$

则由式(17)与式(18)可得增广系统的闭环传递函数为

$$Y = C^T [Is - (A - BK^T)]^{-1} B. \quad (19)$$

故知包含有观测器的状态反馈控制系统,其观测器的特性不影响控制回路的特性.由式(19)得到外环的闭环特征方程为

$$\Delta_0(s) = \det[Is - (A - BK^T)], \quad (20)$$

其中

$$A - BK^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 - k_1 & -a_1 - k_2 & -a_2 - k_3 & -a_3 - k_4 \end{bmatrix},$$

故有

$$\begin{aligned} \Delta_0(s) &= s^4 + (a_3 + k_4)s^3 + (a_2 + k_3)s^2 + (a_1 - k_2)s + (a_0 + k_1) \\ &= s^4 + (1 + k_4)s^3 + (0.35 + k_3)s^2 \\ &\quad + (0.05 + k_2)s + (0.0024 + k_1). \end{aligned} \quad (21)$$

由式(9b)得到外环预期的闭环传递函数的特征方程式为

$$\begin{aligned} \Delta_0^*(s) &= (s + 0.125)(s + 0.2)(s^2 + 0.05s + 0.0025) \\ &= s^4 + 0.375s^3 + 0.04375s^2 + 0.0020625s + 0.0000625. \end{aligned} \quad (22)$$

比较式(21)与式(22) $s$ 项的系数,可得到

$$K^T = -[0.625 \ 0.0, 0.306 \ 25, 0.047 \ 94, 0.002 \ 34].$$

当取  $k_{1i} = 0.3, k_{10} = 0.03$  时,  $f$  加入单位阶跃输入,则  $Y$  与  $Z$  的仿真曲线见图2.

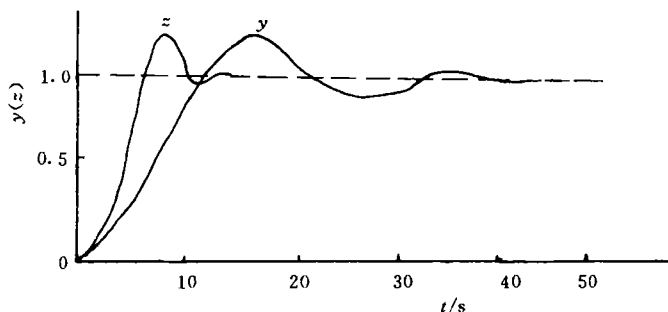


图2  $Y$  与  $Z$  的单位阶跃响应曲线

## 4 结束语

利用观测器减少对象状态的检测部件,不仅具有经济意义,而且可以减小自动控制装置的安装体积.但传统的观测器设计都是分离于系统之外单独设计的,缺乏整体化的思想,因而时常达不到预期的效果,严重时甚至会造成谐振.本文以拉开观测器与状态控制器操作频率为手段,实现观测器与状态控制器的优化协调,从而具有工程应用的价值.

### 参 考 文 献

- 1 Brogan W H. Application of a determinant identity to pole placement and observer problem. IEEE. Trans. A-C 19,1974,(10):612~618
- 2 Liiders G, Narendra K S. A new canonical form an adaptive observer. IEEE. Trans. A-C 19, 1974,(9): 641~648
- 3 Willian L B. Modern control theory. New York: Prentice-Hall,1991. 236~415
- 4 王永初. 现代控制工程的数学基础. 北京:化学工业出版社,1985. 418~460
- 5 王永初. 自动化系统设计的系统学. 重庆:重庆出版社,1989. 315~356

## A Suboptimal Design Method Coordinating Observer with Controller

Wang Yongchu Wang Qizhi

(Dept. of Precis. Mech. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** When an observer with its ring closure property is used in state feedback control, a cascade two closed loops will be formed with the observer as inner loop and state feedback as outer one. Care must be taken to deal with the oscillation, however, no theoretical design method coordinating observer with controller has been posed so far. The author puts forward here a theoretical design and believes it to be useful for theoretical study and application.

**Keywords** observer, controller, coordinated optimal control