

指数分布场合恒加应力试验 混合数据的可靠性评定*

吴硕思 吴绍敏

(华侨大学管理信息科学系, 泉州 362011)

摘要 在恒加应力寿命试验下,对指数分布的混合数据提出一种可靠性分析方法,获得在正常应力下的失效率以及平均寿命估计。
关键词 混合数据,指数分布,寿命试验
分类号 O 213

1 问题与假定

1.1 问题

由于科技的发展,产品的寿命越来越长,要获得其失效数据,常采用加速寿命试验方法。恒定应力加速寿命试验是常用且有效的方法之一,即选择比正常应力水平 s_0 较高的 m 个应力水平 $s_0 < s_1 < s_2 < \cdots < s_m$,在 s_i 水平下投放 m_i 个样品 ($i=1,2,\cdots,m$)作恒加应力寿命试验。如果产品质量好,耐用性强,或者 s_1 水平选得太低,就可能出现表 1 的试验结果。

表 1 中既有无失效数据 (n_1, T_1^*),又有失效数据 $t_{i1}, t_{i2}, \cdots, t_i r_i$ ($i=2,3,\cdots,m$),这种试验数据称为混合数据。

高应力水平下的失效数据隐含着低应力水平的寿命信息;而低应力水平下的失效数据,无法提供高应力水平的寿命信息。许多文章在建立预测

方程时,总是把它们等同看待,因此,所建立的方程难免削弱了低应力水平所提供的寿命信息的作用。为克服这种缺陷,本文先将低应力水平的寿命信息综合评定出来,然后建立预测方程,以改善预测效果。

1.2 假定

恒加应力试验模型的数据处理方法是基于以下两个假定^[1]。

* 本文 1996-10-17 收到;福建省自然科学基金资助项目

表 1 试验数据表

应力水平	样品数	失效数	失效时间	截止时间
s_1	n_1	$r_1=0$	—	T_1^*
s_2	n_2	r_2	$t_{21}t_{22}\cdots t_2r_2$	T_2^*
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
s_i	n_i	r_i	$t_{i1}t_{i2}\cdots t_i r_i$	T_i^*
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
s_m	n_m	r_m	$t_{m1}t_{m2}\cdots t_m r_m$	T_m^*

假定1 在正常应力水平 s_0 与加速应力水平 s_1, s_2, \dots, s_m 下, 产品寿命都服从指数分布, 即在应力 s_i 下产品寿命 $X_i \sim E(\lambda_i)$ 为

$$F_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t}, t \geq 0 (i = 0, 1, 2, \dots, m), \quad (1)$$

其中 $\lambda_i > 0$ 是失效率, 记 $\theta_i = 1/\lambda_i$ 是平均寿命.

假定2 产品寿命的平均寿命 θ 与所加应力水平 s 之间满足模型

$$\ln \theta = a + b\varphi(s) \quad (\text{或 } \theta = \exp\{a + b\varphi(s)\}), \quad (2)$$

其中 a, b 是未知参数; $\varphi(s)$ 是应力 s 的已知函数. 当 s 是温度时, $\varphi(s) = 1/s$, 此时式(2)是阿伦尼斯模型; 当 s 是电压时, $\varphi(s) = 1/\ln s$, 此时式(2)是逆幂律模型.

2 参数的贝叶斯估计

引理 设某产品的寿命 $X \sim E(\lambda)$, 从一批产品中随机抽取 n 个样品, 分为 m 组作恒加应力寿命试验. 在应水平 s_i 下投放 n_i 个样品, 试验到时刻 T_i^* ($i = 1, 2, \dots, m$), 其结果如表1所示. 即 $T_i = \sum_{j=1}^{r_i} t_{ij} + (n_i - r_i)T_i^*$ 为在水平 s_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 下的试验总时间, $n = \sum_{i=1}^m n_i$. 特别地, $T_1 = n_1 T_1^*$. 定时截尾试验时, T_i^* 是截尾时间; 当定数截尾试验时, $T_i^* = t_{ir_i}$ ($i = 2, 3, \dots, m$), 则

$$L(r_i, T_i, \lambda_i) \propto \lambda_i^{r_i} e^{-\lambda_i T_i}, (i = 1, 2, \dots, m), \quad (3)$$

当 $i = 1$ 时, $L(0, T_1^*, \lambda_1) = e^{-\lambda_1 T_1^*}$, 证明 $L(r_i, T_i, \lambda_i) = (n_i! / (n_i - r_i)!) \lambda_i^{r_i} e^{-\lambda_i [\sum_{j=1}^{r_i} t_{ij} + (n_i - r_i)T_i^*]} = (n_i! / (n_i - r_i)!) \lambda_i^{r_i} e^{-\lambda_i T_i}$.

2.1 λ_i 的估计

先讨论 $r_1 \neq 0$ 的情况. 记 $r = (r_1, r_2, \dots, r_m)$, $T = (T_1, T_2, \dots, T_m)$, $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$, 则

$$L(r, T, \lambda) \propto \prod_{i=1}^m \lambda_i^{r_i} e^{-\lambda_i T_i}, \quad (4)$$

把 λ_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 视为 r. v., 取其无信息验前分布 $\pi(\lambda_i) = \frac{1}{\lambda_i}$ ($i = 1, 2, \dots, m$), 从而有

$$f(\lambda | r, T) = (\prod_{i=1}^m \lambda_i^{r_i-1} e^{-\lambda_i T_i}) / (\int_D \prod_{i=1}^m \lambda_i^{r_i-1} e^{-\lambda_i T_i} d\lambda_i), \quad (5)$$

其中 $D = \{\lambda | \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_m\}$. 记 $W_m^* = \int_D \prod_{i=1}^m \lambda_i^{r_i-1} e^{-\lambda_i T_i} d\lambda_i, r_i \geq 1 (i = 1, 2, \dots, m)$.

定理1 λ_i 的后验密度函数为

$$f(\lambda | r, T) = W_m^{-1} \sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1} \sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1} \dots \sum_{j_2=0}^{r_{(2)}-1} W(j_m, j_{m-1}, \dots, j_2) \frac{T_{(1)}^{r_{(1)}}}{\Gamma(r_{(1)})} \lambda_{(1)}^{r_{(1)}-1} e^{-\lambda_{(1)} T_{(1)}},$$

其中

$$\left. \begin{aligned} r_{(m)} &= r_{(m)}, r_{(m-1)} = r_{(m-1)} + j_m, r_{(i-1)} = r_{(i-1)} + j_i (i = 2, 3, \dots, m-1), \\ T_{(m)} &= T_m, T_{(m-1)} = T_m + T_{m-1}, \dots, T_{(i-1)} = T_{(i)} + T_{i-1}, \\ C_{j_i} &= T_{(i)}^{j_i} \Gamma(r_{(i-1)}) / T_{(i-1)}^{r_{(i-1)}-1} j_i! (i = m, m-1, \dots, 2), \\ W(j_m, j_{m-1}, \dots, j_2) &= \prod_{i=m}^2 C_{j_i}, W_m = \sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1} \sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1} \dots \sum_{j_2=0}^{r_{(2)}-1} W(j_m, j_{m-1}, \dots, j_2). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

证 为简单起见, 当 $m = 4$ 时, 证其成立. 由式(5)得

$$f(\lambda_1|r_1, T) = W_4^{*-1} \{ \lambda_1^{r_1-1} e^{-\lambda_1 T_1} \int_{\lambda_1}^{+\infty} \lambda_2^{r_2-1} e^{-\lambda_2 T_2} d\lambda_2 \int_{\lambda_2}^{+\infty} \lambda_3^{r_3-1} e^{-\lambda_3 T_3} d\lambda_3 \int_{\lambda_3}^{+\infty} \lambda_4^{r_4-1} e^{-\lambda_4 T_4} d\lambda_4 \},$$

$$I_4 \triangleq \int_{\lambda_3}^{+\infty} \lambda_4^{r_4-1} e^{-\lambda_4 T_4} d\lambda_4 = T_4^{-r_4} \int_{\lambda_3 T_4}^{+\infty} y^{r_4-1} e^{-y} dy.$$

重复应用恒等式

$$\int_x^{+\infty} u^{z-1} e^{-u} = \Gamma(z) \sum_{j=0}^{z-1} \frac{x^j}{j!} e^{-x} \quad (z \text{ 为正整数}), \quad (7)$$

得

$$I_4 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4=0}^{r_4-1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \lambda_3^{j_4} e^{-\lambda_3 T_4},$$

$$I_3 = \int_{\lambda_2}^{+\infty} \lambda_3^{r_3-1} e^{-\lambda_3 T_3} I_4 d\lambda_3 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4=0}^{r_4-1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \int_{\lambda_2}^{+\infty} \lambda_3^{r_3+j_4-1} e^{-\lambda_3(T_4+T_3)} d\lambda_3$$

$$= \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4=0}^{r_4-1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \int_{\lambda_2}^{+\infty} \lambda_3^{r_3-1} e^{-\lambda_3 T_3} d\lambda_3 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4=0}^{r_4-1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \frac{1}{T_3^{r_3}} \int_{\lambda_3 T_3}^{+\infty} y^{r_3-1} e^{-y} dy$$

$$= \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4=0}^{r_4-1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \frac{\Gamma(r_3)}{T_3^{r_3}} \sum_{j_3=0}^{r_3-1} \frac{T_3^{j_3}}{j_3!} \lambda_2^{j_3} e^{-\lambda_2 T_3},$$

同理可得

$$I_2 = \int_{\lambda_1}^{+\infty} \lambda_2^{r_2-1} e^{-\lambda_2 T_2} I_3 d\lambda_2 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4=0}^{r_4-1} \frac{T_4^{j_4}}{j_4!} \frac{\Gamma(r_3)}{T_3^{r_3}} \sum_{j_3=0}^{r_3-1} \frac{T_3^{j_3}}{j_3!} \frac{\Gamma(r_2)}{T_2^{r_2}} \sum_{j_2=0}^{r_2-1} \frac{T_2^{j_2}}{j_2!} \lambda_1^{j_2} e^{-\lambda_1 T_2},$$

$$I_1 = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4=0}^{r_4-1} \sum_{j_3=0}^{r_3-1} \sum_{j_2=0}^{r_2-1} C_{j_1} C_{j_2} C_{j_3} \frac{T_4^{r_4}}{\Gamma(r_4)} \lambda_1^{r_4-1} e^{-\lambda_1 T_4}$$

$$= \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} \sum_{j_4=0}^{r_4-1} \sum_{j_3=0}^{r_3-1} \sum_{j_2=0}^{r_2-1} W(j_4, j_3, j_2) \frac{T_4^{r_4}}{\Gamma(r_4)} \lambda_1^{r_4-1} e^{-\lambda_1 T_4}.$$

故得 $f(\lambda_1|r, T) = I_1/W_4^*$. 由 $\int_0^{+\infty} f(\lambda_1|r_1, T) d\lambda_1 = 1$, 得 $W_4^* = \frac{\Gamma(r_4)}{T_4^{r_4}} W_4$, 所以, $f(\lambda_1|r, T) = W_4^{-1} \sum_{j_4=0}^{r_4-1} \sum_{j_3=0}^{r_3-1} \sum_{j_2=0}^{r_2-1} W(j_4, j_3, j_2) \frac{T_4^{r_4}}{\Gamma(r_4)} \lambda_1^{r_4-1} e^{-\lambda_1 T_4}$. 证毕.

推论 1 在二次损失下, λ_1 的贝叶斯估计为

$$\hat{\lambda}_1 = W_m^{-1} \sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1} \sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1} \cdots \sum_{j_2=0}^{r_{(2)}-1} W(j_m, j_{m-1}, \dots, j_2) \left(\frac{r_{(1)}}{T_{(1)}} \right), \quad (8)$$

因为低应力水平的失效数据无法提供高应力水平的寿命. 故可得.

推论 2 由于 $s_2 < s_3 < \cdots < s_m, \lambda_2 < \lambda_3 < \cdots < \lambda_m$, 同理可推得

$$f(\lambda_2|r, T) = W_{m-1}^{-1} \sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1} \sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1} \cdots \sum_{j_3=0}^{r_{(3)}-1} W(j_m, j_{m-1}, \dots, j_3) \frac{T_{(2)}^{r_{(2)}}}{\Gamma(r_{(2)})} \lambda_2^{r_{(2)}-1} e^{-\lambda_2 T_{(2)}}, \quad (9)$$

在二次损失下 λ_2 的贝叶斯估计为

$$\hat{\lambda}_2 = W_{m-1}^{-1} \sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1} \sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1} \cdots \sum_{j_3=0}^{r_{(3)}-1} W(j_m, j_{m-1}, \dots, j_3) \left(\frac{r_{(2)}}{T_{(2)}} \right),$$

其中 $W_{m-1} = \sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1} \sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1} \cdots \sum_{j_3=0}^{r_{(3)}-1} W(j_m, j_{m-1}, \dots, j_3)$. 一般情况下有

$$\hat{\lambda}_i = W_{m-i+1}^{-1} \sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1} \sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1} \cdots \sum_{j_{i+1}=0}^{r_{(i+1)}-1} W(j_m, j_{m-1}, \dots, j_{i+1}) \left(\frac{r_{(i)}}{T_{(i)}} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, m-1), \quad (10)$$

其中 $W_{m-i+1} = \sum_{j_m=0}^{r_{(m)}-1} \sum_{j_{m-1}=0}^{r_{(m-1)}-1} \cdots \sum_{j_{i+1}=0}^{r_{(i+1)}-1} W(j_m, j_{m-1}, \cdots, j_{i+1})$, 而 $\hat{\lambda}_i = r_m / T_m$. 则在水平 s_i 下的 λ_i 估计值为 $\hat{\lambda}_i$, 平均寿命估计值为 $\hat{\theta}_i = \frac{1}{\hat{\lambda}_i} (i=1, 2, \cdots, m)$. 至于此估计值是否满足顺序约束 $\lambda_1 < \lambda_2 < \cdots < \lambda_m$, 则是一个当然要问及的问题.

定理 2 $\hat{\lambda}_{i-1} < \hat{\lambda}_i (i=2, 3, \cdots, m)$.

证 由式(10)可知

(1) 因为 W_{m-i+2} 中的每个被加项均大于零且比 W_{m-i+1} 多一重和, 故 $W_{m-i+1} < W_{m-i+2}$.

(2) 因为

$$\begin{aligned} \sum_{j_i=0}^{r_{(i)}-1} C_{j_i} \left(\frac{r_{(i)}}{T_{(i-1)}} - 1 \right) &= \sum_{j_i=0}^{r_{(i)}-1} \frac{T_{(i)}^{j_i}}{T_{(i-1)}^{r_{(i-1)}}} \frac{\Gamma(r_{(i-1)})}{j_i!} \frac{r_{(i-1)}}{T_{(i-1)}} = \sum_{j_i=0}^{r_{(i)}-1} \frac{T_{(i)}^{r_{(i)}-r_{(i-1)}-j_i}}{T_{(i-1)}^{r_{(i-1)}+1}} \times \frac{r_{(i-1)}!}{j_i!} \\ &= \sum_{j_i=0}^{r_{(i)}-1} \frac{T_{(i)}^{r_{(i)}-1}}{T_{(i-1)}^{r_{(i-1)}+1}} \times \frac{(r_{i-1} + j_i)!}{T_{(i)}^{r_{i-1}} j_i!} < (r_{(i)} - 1) [(r_{i-1} + j_i) \cdots (1 + j_i) / T_{(i-1)} T_{(i)}^{r_{(i)}-1}] \\ &< r_{(i)} r_{(i-1)} (r_{(i-1)} - 1) \cdots (r_{(i-1)} - r_{i-1} + 1) / T_{(i-1)} T_{(i)}^{r_{(i)}-1} < r_{(i)} / T_{(i-1)} < r_{(i)} / T_{(i)}, \end{aligned}$$

故定理 2 成立.

2.2 当 $r_i=0$ 时的 λ_i 估计

当 $r_i=0$ 时, 式(8)不能用. 由式(3)知, λ_i 的极大似然估计也无法求, 故必须特殊处理.

记 s_1 水平下产品的寿命为 $X_1, R_1 = P(X_1 > T_1^*)$. 已知, n_1 个样品在 s_1 水平下测验到 T_1^* 都不失效的概率为

$$L(R_1, n_1) = R_1^{n_1}, \quad (11)$$

其中 R_1 为待估参数, n_1 是投试样品个数, 非 r. v. 但可看作 r. v. 的特例. 故 $L(R_1, n_1)$ 可看作 n_1 的似然函数, 若视 R_1 为 r. v., 由贝叶斯假设 $\pi(R_1) = \nu(0, 1)$, 则 (R_1, n_1) 的联合似然函数为

$$L(R_1, n_1) = R_1^{n_1} \pi(R_1) = R_1^{n_1} (0 < R_1 < 1), \quad (12)$$

则 R_1 的后验密度为

$$f(R_1 | n_1) = R_1^{n_1} / \int_0^1 R_1^{n_1} dR_1 = (n_1 + 1) R_1^{n_1} (0 < R_1 < 1).$$

在二次损失下 R_1 的贝叶斯估计为

$$\hat{R}_1 = E(R_1 | n_1) = \int_0^1 R_1 f(R_1 | n_1) dR_1 = \int_0^1 (n_1 + 1) R_1^{n_1} dR_1 = \frac{n_1 + 1}{n_1 + 2},$$

因为 $R_1 = P(X_1 > T_1^*) = e^{-\lambda_1 T_1^*}$, 故 $\hat{R}_1 = e^{-\hat{\lambda}_1 T_1^*}$, 即 $\frac{n_1 + 1}{n_1 + 2} = e^{-\hat{\lambda}_1 T_1^*}$, 从而解得 λ_1 与 θ_1 的点估计

$$\hat{\lambda}_1 = -\frac{1}{T_1^*} \ln \left(\frac{n_1 + 1}{n_1 + 2} \right), \quad \hat{\theta}_1 = -T_1^* / \ln \left(\frac{n_1 + 1}{n_1 + 2} \right), \quad (13)$$

3 参数 λ_0 与 θ_0 的估计

现在解决表 1 的试验模型. 由式(13), (10)可得 $\hat{\theta}_i (i=1, 2, \cdots, m)$ 及已知的 $\varphi_i = \varphi(s_i) (i=1, 2, \cdots, m)$. 根据假定 2 中的式(2), 并按最小二乘法建立回归方程 $\ln \hat{\theta} = \hat{a} + \hat{b}\varphi(s)$, 其中

$$\left. \begin{aligned} \hat{a} &= \ln \bar{\theta} - \hat{b} \varphi(s), \hat{b} = [\sum_{i=1}^m \varphi_i \ln \hat{\theta}_{ii} - m \bar{\varphi} \ln \bar{\theta}] / [\sum_{i=1}^m \varphi_i^2 - m \bar{\varphi}^2], \\ \ln \bar{\theta} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \ln \hat{\theta}_i, \bar{\varphi} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \varphi_i, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

对给定的 s_0 , 可求得 θ_0 的预测值 $\hat{\theta}_0 = \exp \{ \hat{a} + \hat{b} \varphi(s_0) \}$, λ_0 的点估计 $\hat{\lambda}_0 = 1 / \hat{\theta}_0$, $F_0(t) = 1 - e^{-\hat{\lambda}_0 t}$, $\hat{R}(t) = e^{-\hat{\lambda}_0 t}$. 由此, 可求得所有的可靠性特征值.

4 举例

某电子元件寿命服从指数分布. 取四个加速温度水平, 作定时截尾恒加应力寿命试验, 加速模型为阿伦尼斯模型 $\varphi(s) = \frac{1}{k_0 s}$ ($k_0 = 0.8617 \times 10^{-4} \text{ K}$), 试验结果列于表 2.

表 2 试验数据表

应力水平	样品数	失效数	失效时间/d	截尾时间/d
$s_1=400 \text{ K}$	$n_1=10$	$r_1=0$	—	$T_1^*=150$
$s_2=450 \text{ K}$	$n_2=10$	$r_2=4$	25, 55, 67, 97	$T_2^*=110$
$s_3=500 \text{ K}$	$n_3=10$	$r_3=5$	5, 11, 14, 24, 52	$T_3^*=70$
$s_4=550 \text{ K}$	$n_4=10$	$r_4=4$	3, 10, 15, 28	$T_4^*=30$

欲估计该电子元件在正常应力 $s_0=350 \text{ K}$ 下的平均寿命 θ_0 及失效率 λ_0 .

(1) 求 $\lambda_i (i=1, 2, 3, 4)$ 的估计.

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{1}{150} \ln \left(\frac{10+1}{10+2} \right) = 5.8006 \times 10^{-4}, \hat{\theta}_1 = 1723.9125.$$

应用式(6)与式(10)计算 $\hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3$ 及 $\hat{\lambda}_4$, 得

$$\begin{aligned} r_{(4)} &= 4; r_{(3)} = 5 + j_4; r_{(2)} = 4 + j_3; r_{(1)} = j_2, \\ T_{(4)} &= 236; T_{(3)} = 692; T_{(2)} = 1596; T_{(1)} = 3096, \\ C_{j_4} &= (692)^{-5} \left(\frac{236}{692} \right)^{j_4} \frac{(4+j_4)!}{j_4!}; C_{j_3} = (1596)^{-3} \left(\frac{692}{1596} \right)^{j_3} \frac{(3+j_3)!}{j_3!}, \\ \hat{\lambda}_2 &= \frac{\sum_{j_4=0}^3 \sum_{j_3=0}^{4+j_4} \left(\frac{236}{692} \right)^{j_4} \frac{(4+j_4)!}{j_4!} \left(\frac{692}{1596} \right)^{j_3} \frac{(3+j_3)!}{j_3!} \left(\frac{4+j_3}{1596} \right)}{\sum_{j_4=0}^3 \sum_{j_3=0}^{4+j_4} \left(\frac{236}{692} \right)^{j_4} \frac{(4+j_4)!}{j_4!} \left(\frac{692}{1596} \right)^{j_3} \frac{(3+j_3)!}{j_3!}}, \\ \hat{\lambda}_3 &= \frac{\sum_{j_4=0}^3 \left(\frac{236}{692} \right)^{j_4} \frac{(4+j_4)!}{j_4!} \left(\frac{5+j_4}{692} \right)}{\sum_{j_4=0}^3 \left(\frac{236}{692} \right)^{j_4} \frac{(4+j_4)!}{j_4!}}. \end{aligned}$$

利用计算机算得: $\hat{\lambda}_2=0.00443, \hat{\lambda}_3=0.00954, \hat{\lambda}_4=0.01695; \hat{\theta}_1=1723.9, \hat{\theta}_2=227.3, \hat{\theta}_3=105.3, \hat{\theta}_4=59; \eta_i = \ln \hat{\theta}_i; \eta_1=7.4523, \eta_2=5.4263, \eta_3=4.6568, \eta_4=4.0775; \varphi_i = \varphi(s_i); \varphi_1=29.0124, \varphi_2=25.7888, \varphi_3=23.2099, \varphi_4=21.0999$. 然后由数组 $(\varphi_i, \eta_i), (i=1, 2, 3, 4)$ 建立回归方程, 即

$$\ln \hat{\theta} = -5.1302 + 0.4255 \varphi(s),$$

其相关系数 $\gamma_{\varphi} = 0.985\ 6$, 通过检验, 故回归方程可靠. 将 $\varphi_0 = \varphi(s_0) = 33.157$ 代入预测方程, 得

$$\ln \hat{\theta}_0 = 8.978\ 1, \hat{\theta}_0 = 7927.583\ 2, \hat{\lambda}_0 = 1.261\ 4 \times 10^{-4}.$$

如果直接应用 λ_i 的最大似然估计 $\hat{\lambda}_i = \frac{r_i}{T_i}, \hat{\theta}_i = \frac{T_i}{r_i}, (i=1, 2, 3, 4)$, 算得回归方程为

$$\ln \theta = -5.884\ 5 + 0.449\varphi(s),$$

其相关系数 $\gamma_{\varphi} = 0.968\ 1, \ln \hat{\theta}_0 = 9.003, \hat{\theta}_0 = 8\ 127.4, \hat{\lambda}_0 = 1.23 \times 10^{-4}$. 由此可见 θ_0 的估计值两者相差 199.82 d, 显然可以肯定本文的方法优于直接应用最大似然估计法.

5 结束语

当应力水平 S_1 下有失效数据时, 对 λ_1 就不必作特殊处理, 可直接应用式(8). 因此本文的方法适用于两种寿命试验模型, 即 $r_1 = 0$ 的试验模型及 $r_1 \neq 0$ 的试验模型.

参 考 文 献

- 1 吴绍敏. 指数分布场合步进应力加速寿命试验的 Bayes 分析. 华侨大学学报(自然科学版), 1994, 15(1): 6~9
- 2 高鹏遐, 吴绍敏. 几何分布场合步进应力寿命试验的 Bayes 分析. 华侨大学学报(自然科学版), 1994, 15(2): 139~147
- 3 茆诗松, 王玲玲. 可靠性统计. 上海: 华东师范大学出版社, 1984. 177~212

Reliability Evaluation of Exponentially Distributed Mixed Data from Life Test under Constant Accelerating Stress

Wu Shuosi Wu Shaomin

(Dept. of Manag. Info. Sci., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A reliability analysis is made on the mixed data exponentially distributed from life test under constant accelerating stress. The analysis results in the estimates of failure rate and average life under usual constant stress.

Keywords mixed data, reliability, exponential distribution, life test