

# 垂直密闭容器内辐射与自然对流的耦合传热\*

林 金 清

(华侨大学化工与生化工程系, 泉州 362011)

**摘要** 用数值方法研究垂直密闭容器内, 半透过性流体在辐射光的照射下产生的自然对流现象及其对热传递的影响. 建立基于二维假设下的流体流动和热量传递的稳态数学模型, 并用有限差分法进行数值求解, 得到了等温线和流线图. 结果表明, 流体的自然对流和传热受流体的光学厚度的影响, 理论计算与实验结果比较表明两者吻合.

**关键词** 半透过性流体, 辐射, 自然对流, 热传递, 稳态数学模型

**分类号** TB 124

自然对流现象在化工、食品和冶金工业等众多领域中都具有重要的理论和技术意义. 尤其是密闭容器内自然传热问题, 已被公认为数值传热学的一个基本问题, 引起学者们的普遍兴趣和研究<sup>[1~5]</sup>. 但是, 半透过性流体在辐射光的照射下引起的自然对流现象却未见报道. 本文从开发利用太阳能贮热器的角度出发, 用数值方法研究垂直密闭矩形容器内辐射与自然对流的耦合传热现象, 并着重研究流体的光学厚度对流体的自然对流和传热的影响.

## 1 数学模型

物理模型如图1所示. 密闭容器由表面透过板和底面吸收板组成, 内装满半透过性流体. 辐射光束从透过板表面垂直入射, 吸收板与水面之间的夹角为  $\pi/2$ .

**假设** (1) 辐射能以  $z$  方向一维传动, 其余的热迁移和流体流动以  $x$  和  $z$  方向二维传动. (2) 流体为不可压缩流体. (3) 流体内粘性耗散略而不计, 除密度外其他物性为常数. 对密度也仅考虑动量方程中与体积力有关的项, 其余各项中的密度亦作为常数, 即遵从 Boussinesq 假设.

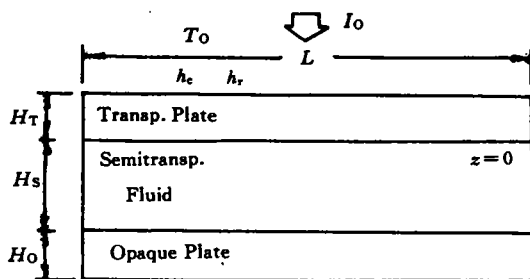


图1 物理模型示意图

基于上述假设, 可推导得到本研究对象的稳态数学模型为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0; \quad \rho_s \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} - \rho_s g + \mu_s \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right);$$

\* 本文 1996-03-14 收到, 日本文部省基金资助项目

$$\begin{aligned}\rho_s(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z}) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_s(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}); \\ C_{rs}\rho_s(u\frac{\partial T_s}{\partial x} + v\frac{\partial T_s}{\partial z}) &= k_s(\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2}) - \frac{\partial q_{rs}}{\partial z}; \\ k_T(\frac{\partial^2 T_T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_T}{\partial z^2}) - \frac{\partial q_{iT}}{\partial z} &= 0; \quad k_0(\frac{\partial^2 T_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_0}{\partial z^2}) = 0.\end{aligned}$$

其中 辐射热流束  $q_{iT}$  和  $q_{is}$  分别为

$$\begin{aligned}q_{iT} &= (1-r)I_0 \exp[-\tau_T(z+H_T)/H_T], \quad \tau_T = \alpha_T H_T, \\ q_{is} &= (1-r)I_0 \exp(-\tau_T) \exp(-\tau_s z/H_s), \quad \tau_s = \alpha_s H_s.\end{aligned}$$

如果外界环境温度为  $T_a$ , 侧面和底面都绝热, 表面的自然对流和辐射的复合传热系数为常数, 则以下为其边界条件.

(1)  $0 \leq x \leq L$

$$\begin{aligned}z = -H_T \quad (h_c + h_r)(T_a - T_T) &= -k_T \frac{\partial T_T}{\partial z}; \\ z = 0 \quad -k_T \frac{\partial T_T}{\partial z} &= -k_s \frac{\partial T_s}{\partial z}, \quad T_T = T_s, \quad u = v = 0; \\ z = H_s \quad -k_s \frac{\partial T_s}{\partial z} + q_{is} &= -k_0 \frac{\partial T_0}{\partial z}, \quad T_s = T_0, \quad u = v = 0; \\ z = H_s + H_0 \quad -k_0 \frac{\partial T_0}{\partial z} &= 0.\end{aligned}$$

(2)  $x=0$

$$\begin{aligned}-H_T \leq z \leq 0 \quad -k_T \frac{\partial T_T}{\partial x} &= 0; \\ 0 \leq z \leq H_s \quad -k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} &= 0, \quad u = v = 0; \\ H_s \leq z \leq H_s + H_0 \quad -k_0 \frac{\partial T_0}{\partial x} &= 0.\end{aligned}$$

(3)  $x=L$

$$\begin{aligned}-H_T \leq z \leq 0 \quad -k_T \frac{\partial T_T}{\partial x} &= 0; \\ 0 \leq z \leq H_s \quad -k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} &= 0, \quad u = v = 0; \\ H_s \leq z \leq H_s + H_0 \quad -k_0 \frac{\partial T_0}{\partial x} &= 0.\end{aligned}$$

## 2 数值方法

采用涡量流函数法, 并且令

$$\begin{aligned}\Theta &= (T - T_a)/(H_s I_0/k_s); \quad \Phi = q_r/I_0; \quad U = uH_s/\nu_s; \quad V = vH_s/\nu_s; \quad X = x/H_s; \quad Z = z/H_s; \quad A = L/H_s; \\ Gr &= g\beta H_s^3(H_s I_0/k_s)/\nu_s^2; \quad Pr = \nu_s/\alpha_s; \quad Ra = Gr \cdot Pr; \quad Bi = (h_c + h_r)H_s/k_T; \quad S_T = H_T/H_s; \\ S_0 &= H_0/H_s; \quad E_T = k_T/k_s; \quad E_0 = k_0/k_s; \quad \partial F/\partial Z = U; \quad \partial F/\partial X = -V; \quad \Omega = \partial U/\partial Z - \partial V/\partial X.\end{aligned}$$

因此可得到无因次化的稳态数学模型为

$$\left(\frac{\partial \Theta_T}{\partial X^2} + \frac{\partial \Theta_T}{\partial Z^2}\right) - \frac{1}{E_T} \frac{\partial \Phi_T}{\partial Z} = 0, \quad U \frac{\partial \Theta_s}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta_s}{\partial Z} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial \Theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial \Theta_s}{\partial Z^2}\right) - \frac{1}{Pr} \frac{\partial \Phi_s}{\partial Z},$$
$$U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Z} = -Gr \frac{\partial \Theta_s}{\partial Z} + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial \Omega}{\partial Z^2}\right), \quad \frac{\partial \Theta_0}{\partial X^2} + \frac{\partial \Theta_0}{\partial Z^2} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial X^2} + \frac{\partial F}{\partial Z} = -\Omega.$$

流函数的边界值取零,边界的涡量采用 Thom 公式<sup>[6]</sup>计算,无因次化的温度和速度边界条件可从边界条件的公式中推导得到. 这里从略.

基于上述无因次化方程和边界条件,采用差分法进行数值求解. 对流项采用一阶的上风差分法,扩散项采用二阶的中心差分法进行差分. 在此基础上,能量和涡量差分方程采用迭代法,流函数差分方程采用超松弛法进行数值计算,得到稳态下各变量的数值解.

3 结果与讨论

图 2 表示了光学厚度  $\tau_s$  为 0.08, 0.7 和 2.7 时温度分布的计算和实验结果( $Pr=83.23$ ,

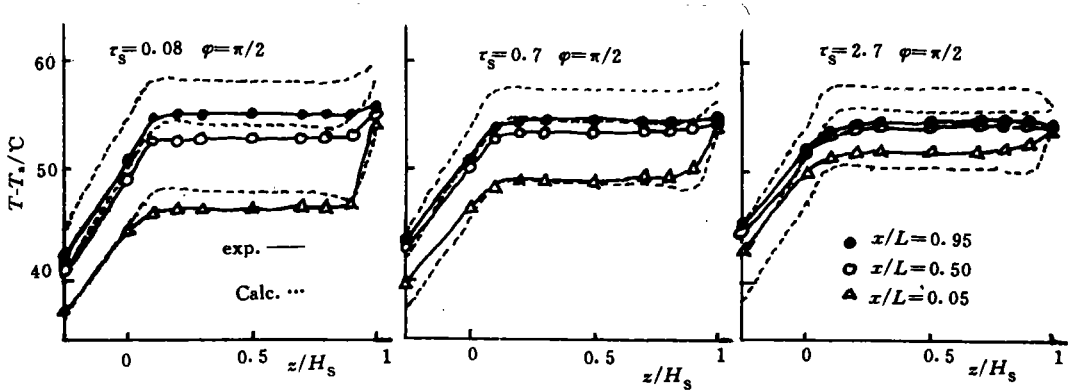


图 2 温度分布图

$Ra=8.62 \times 10^6$ ). 可以看出,二者的变化趋势是一致的,吻合较好. 图 3 是假设流体层内不存

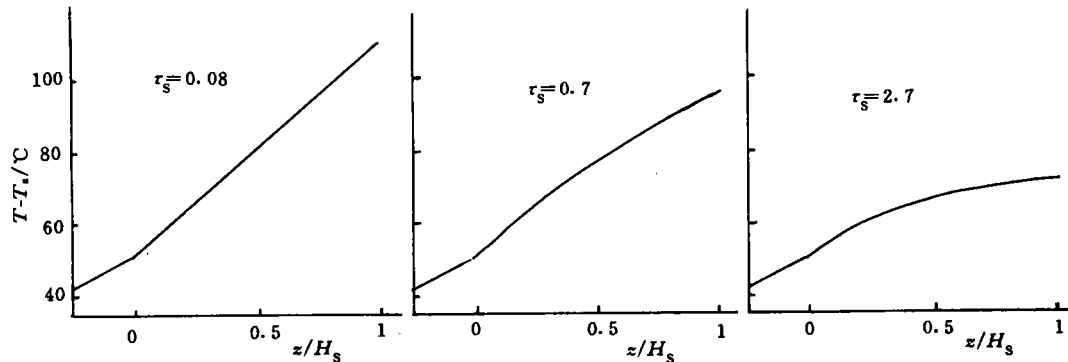


图 3 流体层内不存在自然对流时的温度分布图

在自然对流时的温度分布的理论计算结果. 比较图 2 和图 3 可以看出,由于流体层内自然对流的影响,图 2 中  $z$  方向的温度分布比图 3 变得平坦多了,而图 3 中  $x$  方向上无温度梯度,图 2

中却出现了。

再来看看光学厚度对温度分布的影响。随着  $\tau_s$  的增大,底面吸收板附近  $z$  方向的温度梯度逐渐变小,  $\tau_s=2.7$ ,  $x/L=0.95$  时,  $z$  方向的温度分布在底板附近还出现了逆转下降的现象。另一方面,随着  $\tau_s$  的增大,  $x$  方向的温度梯度逐渐变小。

图4给出了等温线和流线的理论计算结果。可以看出,密闭容器内的自然对流流动是沿底面吸收板作向上流动、沿透过板作向下流动的一个循环流。正是由于流体的这种循环流动,

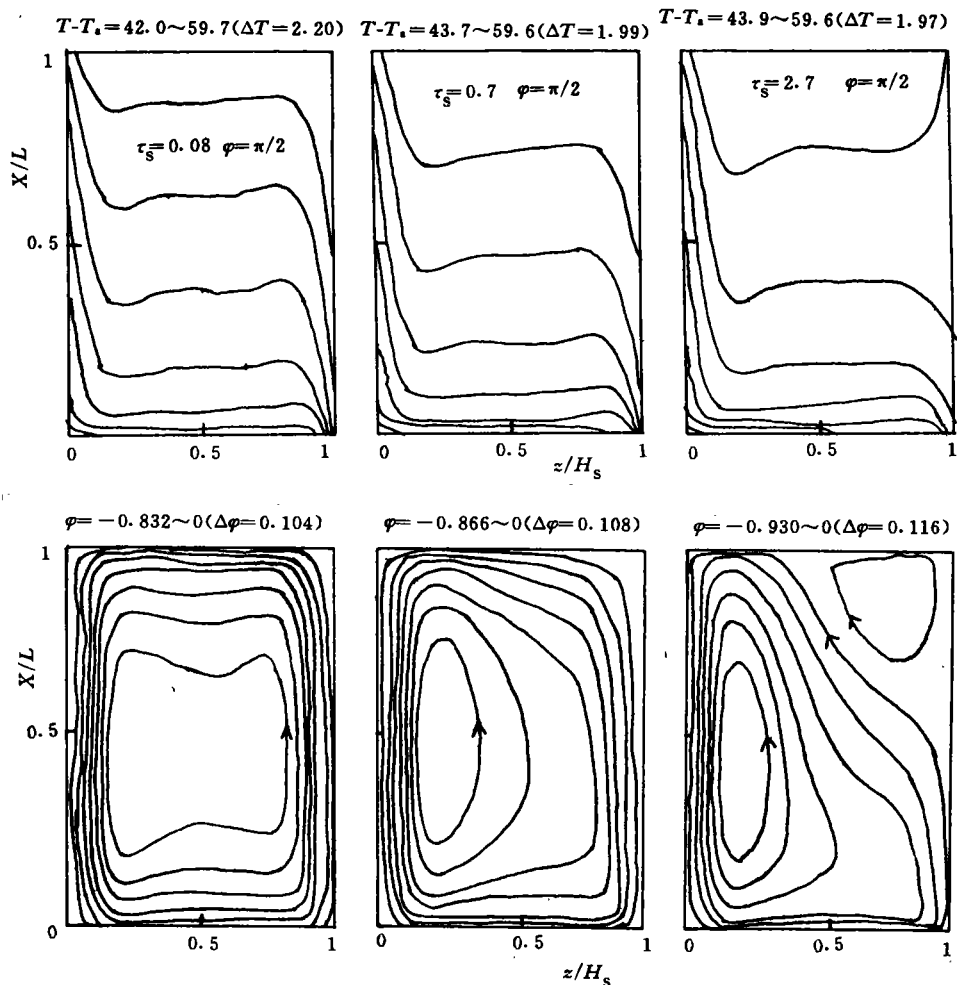


图4 等温线和流线图

将底面吸收板附近的能量带到表面透过板附近,使底面吸收板附近流体的温度降低而透过板附近流体的温度上升,  $z$  方向的温度分布因此变得平坦了,而同时  $x$  也产生了温度梯度。

再来看一下  $\tau_s$  对自然对流流动的影响。当  $\tau_s=0.04$  时,由于流体内部吸收的热量很少,辐射热量基本上被底面吸收板吸收,因此这种情况近似于底面加热,流体的流动是表底面基本对称、中心部分几乎静止不动的循环流;当  $\tau_s=0.7$  时,流体内部直接吸收的比例增大,到达吸收板的热量变小。因此,流体流动出现了不对称性,底板附近的流动变得缓慢了,  $z$  方向的温度梯度也变小;当  $\tau_s=2.7$  时,辐射热量大部分被流体直接吸收,到达吸收板的热量更少了。因

此,除了吸收板附近的流动变得更加缓慢外,在底部的上方还出现了一个流动方向相反的小逆循环流,正是由于这个小逆循环流的出现, $z$  方向的温度梯度在  $x/L=0.95$  处发生了逆转.从图 4 的等温线也可清楚的看到这种逆转现象.

## 4 结论

基于以上结果,可得到如下结论:(1) 理论计算和实验结果吻合很好,说明本文建立的数学模型是正确的,所采用的数值方法也是有效可行的;(2) 密闭容器内的自然对流受光学厚度的影响.光学厚度增大时,底面吸收板附近的流体流动变得缓慢.

## 参 考 文 献

- 1 Ostrach S. Natural convection in enclosures. ASME J. Heat Transfer, 1988, 110:1 175~1 190
- 2 李家春.小 Grashof 数自然对流的近似理论.中国科学(A 辑),1989, (5): 487~494
- 3 高应才,阎庆根.环流空腔内自然对流问题的广义解.应用数学学报,1992, (12): 213~221
- 4 陈善年,梁习锋.梯形闭合空间多孔介质中自然对流的有限元计算.计算物理,1989, 6(1): 84~93
- 5 Frederick R L. Natural convection in an inclined square enclosure with a partition attached to its cold wall. Int. J. Heat Mass Transfer, 1989, 32 (1): 87~94
- 6 陶文铨.数值传热学.西安:西安交通大学出版社,1988. 322~343

# Coupling Heat Transfer by Radiation and Natural Convection in an Airtight Vertical Enclosure

Lin Jinqing

(Dept. of Chem. & Biochem. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** A numerical study is devoted to the radiation-induced natural convection of a semitransparent fluid in an airtight vertical enclosure and its influence on heat-transfer. A steady-state mathematical model of fluid flow and thermal transmission based on two-dimensional hypothesis is set up at first, and then numerical solution is brought about by finite difference method. Thus an isotherm and a stream-line diagram under steady-state will be obtained. As shown by the result, natural convection and heat-transfer of fluid are influenced by optical thickness of fluid; and the result from theoretical calculation tallies with that from experiment.

**Keywords** semitransparent fluid, radiation, natural convection, heat-transfer, steady-state mathematical model