

双环状态优化反馈控制系统*

王永初

(华侨大学精密机械工程系, 泉州 362011)

摘要 单环状态优化控制系统已有许多设计方法,而双环状态优化控制的设计方法至今论述仍甚少. 作者认为引入操作频率协调,可以将单环设计方法推广到双环甚至多环系统,本文详细论述这类系统的设计方法.

关键词 双环控制系统, 状态反馈, 优化控制

分类号 TP 273.1; TP 271.9

当控制系统包含有观测器的时候,状态反馈控制系统的结构,就是一个双环控制系统. 如果该系统是由串级系统演变而来的分段观测控制系统,则是三环结构. 双环以上结构的控制系统均存在干涉谐振,为了避免谐振,可采用协调次优化方法. 虽然方法较简单,但仅仅是局部优化,或者说是次优化. 其原因是该方法优化仅是一对主极点,其它极点的配置有很大的随意性. 本文研究整体优化的双环系统设计方法,其目标有三个:(1)各环路协调工作;(2)各环路特征方程式的根的优化分布;(3)可推广到三环路及更多回路的系统.

众所周知,传递函数是有因次的. 例如,同样是 $1/s+1$ 的系统,在单位阶跃信号作用下,得到输出响应 $y(t)=1-e^{-t}$,其时标可以是秒、分或时等. s 虽是拉普拉斯算子,但隐含有时间意义,这对于规范化设计或优化设计都是不方便的.

1 以操作频率为基准的规范化传递函数

操作频率是指一个闭环控制回路在正常操作状态下的工作频率,记为 ω_n . 一个闭环控制回路的传递函数确定的情况(例如, $W(s)=A(s)/B(s)=\sum_{i=0}^n A_i s^i / \sum_{i=0}^n B_i s^i$), ω_n 满足 $\arg B(\omega_n)=-180^\circ$. 此式虽是一个非线性方程式,但利用计算技术进行搜寻, ω_n 值是不难确定的;而逆问题求解就不甚容易. 要求在 ω_n 值已知的场合下,确定指定阶的闭环传递函数,至今学术或工程界研究都较少. 低阶系统分析容易,高阶系统分析就很困难. 例如,对一个二阶系统,其闭环传递函数可写成 $W_2(s)=k_0/(a_2 s^2+a_1 s+a_0)$. 为使它具有 ω_n 的固有操作频率,可改写成 $W_2(s)=k_1 \omega_n^2/(s^2+2\xi \omega_n s+\omega_n^2)$,从优化的角度分析 ξ 值在 0.5~0.7 之间(一般文献取 $\xi=0.707$). 以 ω_n 为基准的设计,首先将原函数写成 $W_2(s)=k_0/(a_2 s^2+a_1 s+a_0)=k_0/a_0(\frac{a_2}{a_0} s^2+\frac{a_1}{a_0} s+1)$,进而

* 本文 1996-03-01 收到;福建省自然科学基金资助项目

引入 ω_n^2 , 可得到

$$W_2(s) = k_0 \omega_n^2 / a_0 (\frac{a_2}{a_0} \omega_n^2 s^2 + \frac{a_1}{a_0} \omega_n^2 s + \omega_n^2). \quad (1)$$

设

$$\bar{s}^2 = \frac{a_2}{a_0} \omega_n^2 s^2, \quad (2)$$

式(2)代入式(1), 则有

$$W_2(s) = k_2 \omega_n^2 / \bar{s}^2 + \frac{a_0 \omega_n}{\sqrt{a_0 a_2}} \bar{s} + \omega_n^2 = \frac{k_2 \omega_n^2}{\bar{s}^2 + 2\xi \omega_n \bar{s} + \omega_n^2}, \quad (3)$$

其中 $k_2 = k_0 / a_0$, $\xi = a_1 / 2 \sqrt{a_0 a_2}$. 这就是以操作频率 ω_n 为基准的规范化系统的设计方法, 其结构参数的选择也相当容易. 对一个无静态调节余差的系统, 即 $y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} W_2(s)$ 的条件为 $k_2 = 1$ (或者 $a_0 = k_0$), 一旦选定 ξ_{opt} 值, 则由 $\xi_{opt} = a_1 / 2 \sqrt{a_0 a_2}$ 可确定有一组 (a_0, a_1, a_2) 满足这个条件, 可见参数的选择范围很宽, 系统的鲁棒性将会很高的.

由式(2)知道, 当 $a_2 = a_0$ 时, 有

$$s = \bar{s} / \omega_n. \quad (4)$$

许多最优传递函数的 a_n 均等于 a_0 , 如 $ISE = \int_0^\infty e^2(t) dt \rightarrow \min$, $ISTSE = \int_0^\infty e^2[t] \cdot t^2 dt \rightarrow \min$, 或巴特沃什最优滤波器等方法, 得出的最优传递函数均有 $a_n = a_0$. 例如, 按巴特沃什七阶最优滤波器模型实现最优状态反馈控制, 可将其系数加以校正, 得到优化系统. 七阶巴特沃什最优模型为

$$\begin{aligned} w_7(s) = & 1/s^7 + 4.493s^6 + 10.0975s^5 + 14.591s^4 \\ & + 14.591s^3 + 10.097s^2 + 4.493s + 1, \end{aligned} \quad (5)$$

其最高阶次的系数 $a_7 = 1$, 且 $a_0 = 1$. 因此, 可用式(4)关系式代入式(5), 得到以 ω_n 为基准的传递函数, 即.

$$\begin{aligned} W_7(\bar{s}) = & \omega_n^7 / (\bar{s}^7 + 4.493\omega_n^2 \bar{s}^6 + 10.097\omega_n^2 \bar{s}^5 + 14.591\omega_n^2 \bar{s}^4 + 14.591\omega_n^2 \bar{s}^3 \\ & + 10.097\omega_n^2 \bar{s}^2 + 4.495\omega_n^2 \bar{s} + \omega_n^2). \end{aligned} \quad (6)$$

2 双状态反馈控制系统

串级控制系统是一种最基本的控制系统之一, 但在状态反馈控制中很少采用, 其中一个重要原因是直接采用状态反馈实现串级优化控制, 没有考虑拉开两个控制回路的操作频率. 图1表示双控制回路系统的构成方框图. 为简化说明, 这里假设两个观测器自身回路的操作频率均比两个控制回路的操作频率快得多(至少快4倍以上), 而且知道对象2与1的传递函数分别为

$$G_2(s) = 1/(s+1)(2s+1)(3s+1), \quad (7)$$

$$G_1(s) = 1/(0.5s+1)(s+1). \quad (8)$$

若采用常规的PID类型的串级控制系统, 因内环的固有操作频率 ω_{n2} 满足 $\arccos G_2(\omega_{n2}) + 180^\circ = 0$ 的条件为 $\omega_{n2} \approx 0.88 \text{ s}^{-1}$; 外环的 ω_{n1} 满足 $\arccos G_2(\omega_{n1}) + 180^\circ = 0$ 的条件为 $\omega_{n1} \approx 0.55 \text{ s}^{-1}$. ω_{n2} 远

远不足4倍 ω_{n1} ,因此系统存在严重干涉现象.为了采用状态反馈控制方法,传递函数应转化成状态方程式.设计一般由内环推向外环,因此先将式(7)写成状态方程与输出方程,即

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{6} & -1 & -\frac{11}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix} (u_1 + v_2), \quad (9)$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] [x_1 \ x_2 \ x_3]^T. \quad (10)$$

三阶最优传递函数,若选择巴特沃什滤波器优化准则,则有

$$W_2(s) = 1/(s^3 + 2s^2 + 2s + 1), \quad (11)$$

若取 $\omega_{n2} = 2.0 \text{ s}^{-1}$, $\omega_{n1} = 0.5 \text{ s}^{-1}$,则有 $\omega_{n2} = 4\omega_{n1}$,可以满足防止回路干涉振荡条件.因此将式(6)关系 $s = \bar{s}/\omega_{n2} = \bar{s}/2$ 代入式(11),可得

$$W_2(\bar{s}) = 8/(\bar{s}^3 + 4\bar{s}^2 + 8\bar{s} + 8), \quad (12)$$

式(12)用状态方程式与输出方程表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -8 & -8 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} u, \quad (13)$$

$$\hat{y} = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

简记为

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}u, \quad (15)$$

$$\hat{y} = \hat{C}^T \hat{x}. \quad (16)$$

当采用状态反馈时,可得

$$v_2 = -k_2 \hat{x} = -[k_{21} \ k_{22} \ k_{23}] \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

代入式(15),则有

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1/6 - k_{21}/6 & -1 - k_{22}/6 & -11/6 - k_{23}/6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/6 \end{bmatrix} u_1. \quad (18)$$

显然,当 u_1 输入端增加一个放大系数为48的比例器,并取 $1/6 + k_{21}/6 = 8$; $1 + k_{22}/6 = 8$; $11/6 + k_{23}/6 = 4$,则 $[k_{21} \ k_{22} \ k_{23}] = [47 \ 42 \ 13]$.内环闭环的传递函数可校正到式(12)所要求的理想特性.

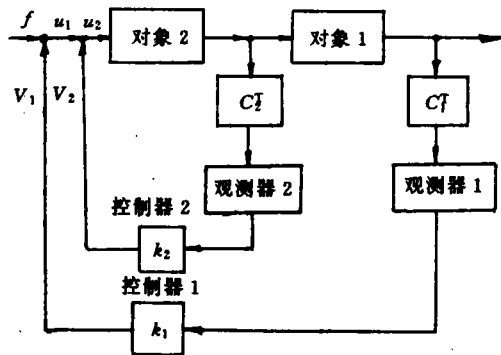


图1 双控制回路状态反馈控制系统

外环回路被控制对象应包括两个部份: 内环校正闭环传递函数和对象 1. 因此有 $G_o(\bar{s}) = W_2(\bar{s}) \cdot G_1(\bar{s})$, 其中 $G_1(\bar{s}) = 1/(0.5\bar{s} + 1)(\bar{s} + 1)$, 故有 $G_o(\bar{s}) = 16/(\bar{s}^3 + 4\bar{s}^2 + 8\bar{s} + 8)(\bar{s} + 2)(\bar{s} + 1)$. 因此, 外环被控制对象的状态方程式与输出方程式可分别写成

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -16 & -40 & -44 & -22 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 16 \end{bmatrix} (f + v_1), \quad (19a)$$

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0][x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T. \quad (19b)$$

将五阶优化与规范化, 则传递函数

$$W_1(s) = 1/(s^5 + 3.863s^4 + 5.235s^3 + 5.235s^2 + 3.863s + 1) \quad (20)$$

转化成以 $\omega_{n1} = 0.5 \text{ s}^{-1}$ 为基准的传递函数, 即

$$W_1(\bar{s}) = 0.03125/(\bar{s}^5 + 1.93150\bar{s}^4 + 1.30875\bar{s}^3 + 0.65438\bar{s}^2 + 0.24144\bar{s} + 0.03125), \quad (21)$$

式(21)对应的系统状态矩阵为

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.03125 & -0.24144 & -0.65438 & -1.30875 & -1.93150 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

对式(19a)加入状态反馈

$$v_1 = -[k_{11} \ k_{12} \ k_{13} \ k_{14} \ k_{15}][x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T,$$

校正后式(19a)的系统状态矩阵变成 $\tilde{A} = A_1 + KB$, 式中 A_1 为式(19)的原系统状态矩阵, 故有

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -16 - k_{11} \cdot 16 & -40 - 16k_{12} & -44 - 16k_{13} & -28 - 16k_{14} & -9 - 16k_{15} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

比较式(22)与式(23), 可得到 $k = [k_{11} \ k_{12} \ k_{13} \ k_{14} \ k_{15}] = [-0.99805 \ -2.48791 \ -2.45910 \ -1.29320 \ -0.33641]$. 图2的曲线a, b分别表示当 $f(s) = 1/s$ 时, 内、外环路输出的响应, 其中a为内环输出响应; b为外环输出响应.

3 结束语

双环控制系统的设计, 首先要选择一种优化准则, 并按系统阶次选择对应的最优闭环无因次传递函数, 然后确定内、外环的协调操作频率 ω_{n1} 与 ω_{n2} , 依照引频率将优化的无因次传递函数转换成实际的目标传递函数. 内、外环路用目标传递函数加以校正, 则可得到相应的控制器. 本系统设计方法不仅可协调双环路的工作状态和避免谐振, 而且可使每个环路都有最优的

控制状态.

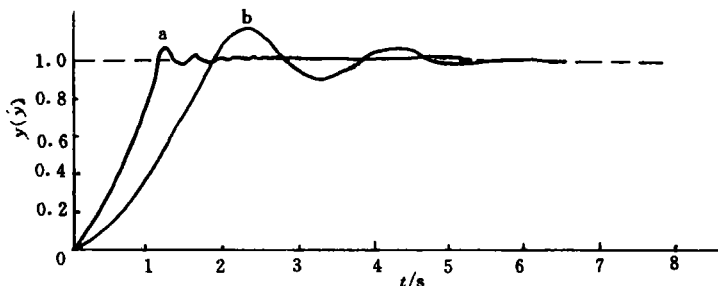


图 2 内、外环系统的输入单位阶跃响应曲线

参 考 文 献

- 1 William L B. Mordr control theorg. New York:Prentice Hall,1991. 512~553
- 2 王永初. Butterworth 滤波器在工业生产过程中的应用(I). 工业仪表与自动化装置,1994,(4):14~18
- 3 Luenberger K G. An introduction to observer. IEEE Trans. A-C 16,1971,(6):596~602
- 4 王永初. 最佳控制系统设计基础. 北京:科学出版社,1980. 331~336

An Optimal Control System of Two-Loop State Feedback

Wang Yongchu

(Dept. of Precis. Mech. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract There are very few discussion about design method of optimal control system of two-loop state feedback, while there are many single-loop ones. In the author's opinion, the design method of single-loop can be extended to two-loop and even multi-loop systems by introducing operating frequency coordination. The design methods of these systems are discussed in detail.

Keywords control system of two-loop, state feedback, optimized control