

变热特性参数条件下环形肋片非稳态传热研究*

杨翔翔 许绿丝

(华侨大学化工与生化工程系, 泉州 362011)

摘要 研究在变热特性参数条件下, 根部温度作周期性变化时环肋的传热规律. 应用差分预测-校正格式的数值计算方法, 分析了肋片的温度分布, 热流量和肋效率受各种因素的影响状况.

关键词 变热特性参数, 差分预测-校正格式

分类号 TK 124

在工程实际中, 肋片的导热系数是温度的函数, 而与外界环境的对流换热系数则是肋片位置的函数. 特别是对于非稳态传热, 肋片中温度场的变化往往会导致导热系数有较大的波动^[1]. 因此, 本文将研究在变热特性参数条件下非稳态环形肋片的传热规律, 从而使研究的结果更接近于实际应用的模型.

1 数学模型的建立

1.1 基本假设

- (1) 导热系数 k 是温度的线性函数, 写成 $k = k_0[1 + \alpha(T - T_\infty)]$.
- (2) 对流换热系数 h 是肋片位置的函数, 即 $h = h_s H(r/r_0)$.
- (3) 梯形环肋, 且肋端为绝热条件, $\frac{\partial T}{\partial r}|_{r=r_0} = 0$.
- (4) 肋根温度按正弦规律作周期性变化, 即 $T_b - T_{bm} = (T_{bm} - T_\infty)\epsilon \sin \omega t$.
- (5) 一维传热且不考虑辐射影响.

1.2 瞬态无因次传热控制微分方程

参见图 1 所示, 可导出如下

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi^2} + \frac{E}{1 + E\theta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)^2 + f_1(\xi) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \frac{f_2(\xi) H(\xi)}{1 + E\theta} \theta = \frac{1}{1 + E\theta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi}, \quad (1)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \xi = 1, & \theta = 1 + \epsilon \sin Bt, \\ \xi = L, & \theta'(L) = 0, \end{cases}$$

式中 $f_1(\xi) = \frac{1}{\beta \xi} \frac{\partial(\beta \xi)}{\partial \xi}$, $f_2(\xi) = \frac{N^2}{\beta \cos \varnothing}$. 换热系数位置变

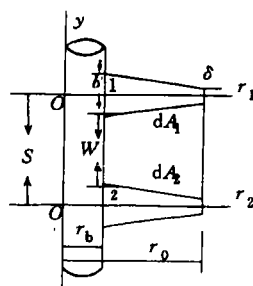


图 1 环肋排列示意图

* 本文 1995-11-06 收到; 福建省自然科学基金资助项目

量 $H(\xi)$ 选用文[2].

1.3 热流量计算

$$\text{无因次热流量为 } Q_h = \frac{-[1+E\theta(1)]\theta'(1)}{N^2},$$

$$\text{平均无因次热流量为 } \bar{Q}_h = \frac{\beta}{2\pi} \int_0^{2\pi/\beta} Q_h dt,$$

1.4 肋效率

$$\text{最大无因次传热量为 } q_{\max} = 4\pi h_a r_b^2 (T_b - T_\infty) \int_1^L \frac{H(\xi)\xi}{\cos\varnothing} d\xi,$$

$$\text{实际传热量为 } q_h = -4\pi h_a r_b^2 (T_{bm} - T_\infty) Q_h,$$

$$\text{肋效率为 } \eta = \frac{q_h}{q_{\max}} = \frac{-[1+E\theta(1)]\theta'(1)}{N^2\theta(1)I},$$

$$\text{其中 } I = \int_1^L \frac{H(\xi)\xi}{\cos\varnothing} d\xi.$$

2 求解方法

应用差分预测-校正格式解式(1)^[3], 预测公式为

$$\begin{aligned} & -\frac{\Delta t}{2\Delta\xi^2}\theta_{i+1}^{j+1/2} + \left(\frac{1}{1+E\theta_i^j} + \frac{\Delta t}{\Delta\xi^2}\right)\theta_i^{j+1/2} - \frac{\Delta t}{2\Delta\xi^2}\theta_{i-1}^{j+1/2} \\ & = \frac{\Delta t E}{1+E\theta_i^j} \left(\frac{\theta_{i+1}^j - \theta_{i-1}^j}{2\Delta\xi}\right)^2 + \frac{\Delta t}{4\Delta\xi} f_1(i)(\theta_{i+1}^j - \theta_{i-1}^j) + \left[1 - \frac{\Delta t}{2} f_2(i)H(i)\right] \frac{1}{1+E\theta_i^j} \theta_i^j, \quad (2) \end{aligned}$$

校正公式为

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta t}{2\Delta\xi^2}\theta_{i+1}^{j+1} + \left(\frac{1}{1+E\theta_{i+1}^{j+1/2}} + \frac{\Delta t}{\Delta\xi^2}\right)\theta_i^{j+1/2} - \frac{\Delta t}{2\Delta\xi^2}\theta_{i-1}^{j+1} \\ & = \frac{\Delta t}{2\Delta\xi} f_1(i)(\theta_{i+1}^{j+1/2} - \theta_{i-1}^{j+1/2}) + \frac{\Delta t}{2\Delta\xi^2}(\theta_{i+1}^j + \theta_{i-1}^j) \\ & + \left(\frac{1}{1+E\theta_{i+1}^{j+1/2}} - \frac{\Delta t}{\Delta\xi^2}\right)\theta_i^j - \frac{\Delta t f_2(i)H(i)}{1+E\theta_{i+1}^{j+1/2}} \theta_i^{j+1/2} + \frac{\Delta t E}{1+E\theta_{i+1}^{j+1/2}} \left(\frac{\theta_{i+1}^{j+1/2} - \theta_{i-1}^{j+1/2}}{2\Delta\xi}\right)^2, \quad (3) \end{aligned}$$

边界条件为

$$\begin{cases} \xi = 1; & \theta_0^j = 1 + \varepsilon \sin(Bj\Delta t) \quad (j = 0, 1, \dots), \\ \xi = L; & \theta_{i+1}^j = \theta_i^j, \quad \theta_{i+1}^j = \theta_i^j, \\ \theta_i^0 = 0 & (i = 0, 1, \dots, I_1), \end{cases}$$

将边界条件代入式(2)求出 $\theta_i^{j+1/2}$, 再代入式(3), 应用追赶法求出 θ_i^{j+1} ^[4].

3 结果与讨论

3.1 温度分布

由图2可见 E 的变化不影响温度的波动幅度和相位. $E > 0$ 时各点在同一时刻的温度均大于 $E = 0$ 时的温度值; $E < 0$ 时各点同一时刻的温度均小于 $E = 0$ 时的温度值. E 的增加使温度-时间、温度-长度位置曲线上移. E 的减小使曲线下移. 平均温度沿肋片分布曲线靠近肋根部一半的肋片区域内, m 越大平均温度越低, 但在靠近肋端一侧区域正好相反(图3). 这种现

象随着 N 值的减小, 将起变化, 转折点将向肋根部靠近. m 值越大平均温度越低. 但总趋势均

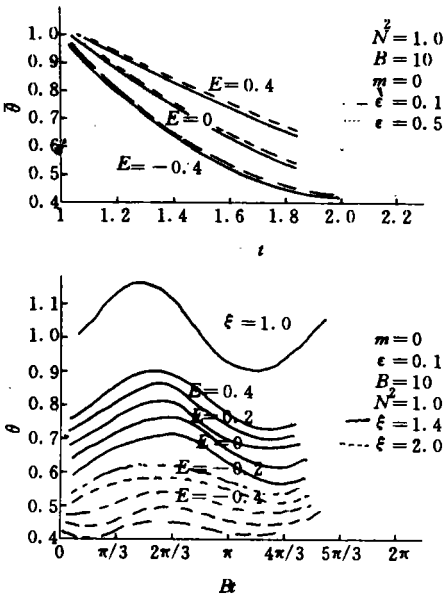


图 2 E 值对温度分布的影响

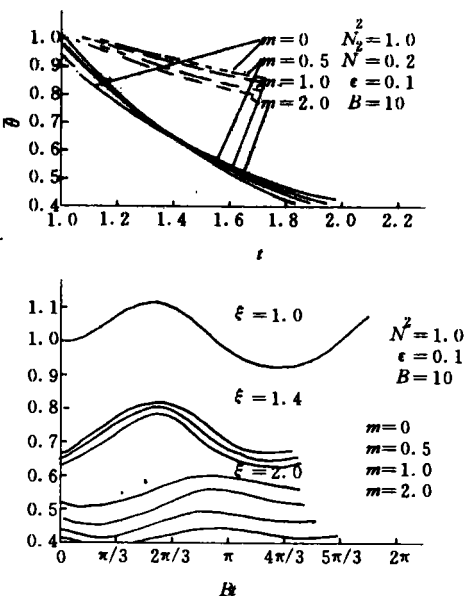


图 3 m 值对温度的影响

是沿肋片长度方向温度逐渐降低. m 的变化不影响温度的波动幅度及相位, 只引起温度-时间曲线上下移动. 温度-时间曲线围绕某一平均值波动, 该平均值为 $\epsilon=0$ 时的温度值, 不随 ϵ 值改变.

3.2 热流量

图 4 表示了不同 m 值时 E 值对热流量的影响, 无论 m 为何值, $E>0$ 时的热流量均大于同一时刻 $E=0$ 时的热流量; $E<0$ 则相反. 这说明对导热系数随温度增大的肋片, 向外传热量将

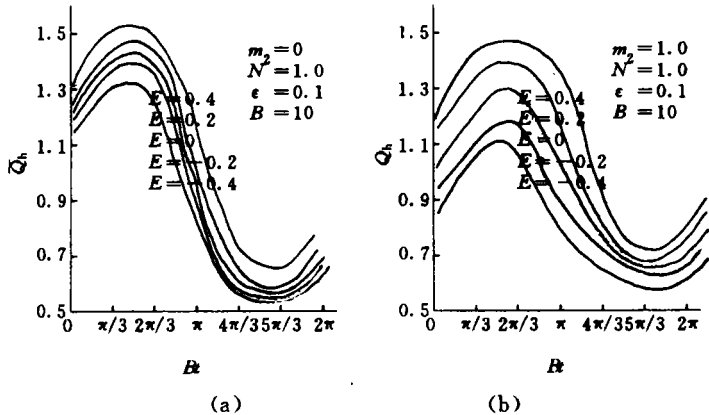


图 4 E 值对热流量的影响

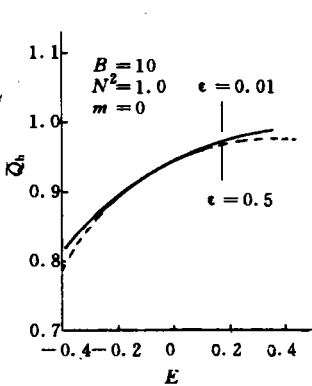


图 5 E, ϵ 变化对 \bar{Q}_h 的影响

增大. 图 5 表示了 ϵ 变化时 E 对平均热流量 \bar{Q}_h 的影响. 图 6 示出了 m 对热流量的影响, m 不改变热流量的波动状态, 仅仅使曲线上下平移. m 对平均热流量的影响与 N 值有关, 如图 7 所示, 当 N 较小时, 随着 m 值的增大, \bar{Q}_h 值增大. 但当 N 超过某一极限值时 (约 0.6~0.7), m 值

越大,其相应的 \bar{Q}_h 反而减小.

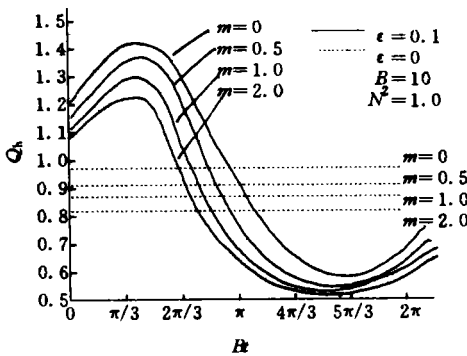


图 6 m 值对热流量的影响

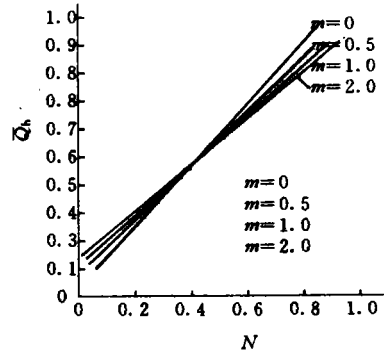


图 7 m 值对 \bar{Q}_h 的影响

3.3 肋效率

图 8(a)为 E 对 $\bar{\eta}-N^2$ 曲线的影响. E 的变化将引起曲线上下摆动. 在同样 N 值时, $E > 0$,

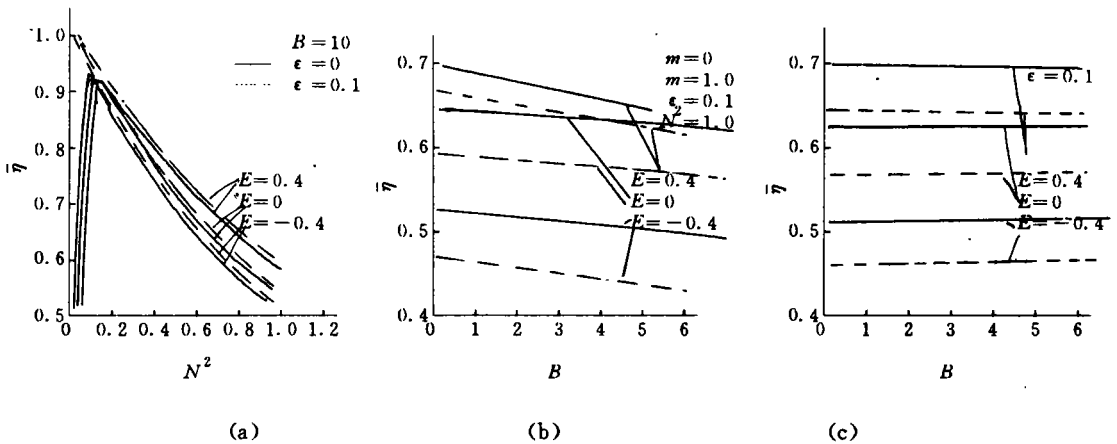


图 8 E 值对平均效率的影响

$\bar{\eta}_+ > \bar{\eta}_0 (E=0)$. $E < 0, \bar{\eta}_- < \bar{\eta}_0 (E=0)$. 因此当肋片采用导热系数随温度升高而增大的材料,能改善肋片的散热性能. m 的增大将使 $\bar{\eta}-N^2$ 曲线更加倾斜,最高点升高,如图 8(b)所示. 当 ϵ 较小时 B 值的变化不会影响 $\bar{\eta}$,如图 8(c)所示,但当 ϵ 较大时,随着 B 值的增加,在相同的 E, m 情况下的 $\bar{\eta}$ 均将下降.

m 值对平均肋效率的影响与 N 值有关,如图 9 所示,当 N 值较小时, m 值越大 $\bar{\eta}$ 越高;但当 N 值增大到某一数值后, m 值越大 $\bar{\eta}$ 反而越小. 无论何种情况, $\bar{\eta}$ 均小于相同 m, N, E 值 $\epsilon=0$ 时的 η . 所以温度的波动将削弱传热效果.

a 为热扩散率 ($k_0/\rho c$); β 为无因次肋片半厚度 (y/b); B 为肋根温度波动频率参数 ($\omega^2 r_b^2/a$); ϵ 为肋根温度波动幅度参数; E 为导热系数变化参数 ($\alpha(T_{bm}-T_\infty)$); ζ 为无因次半径 (r/r_0); h_0 为平均换热系数; η 为肋效率; k_0 为肋片在环境温度下的导热系数; $\bar{\eta}$ 为平均肋效率

$(\frac{B}{2\pi} \int_0^{2\pi/B} \eta dt)$; L 为无因次肋端半径(r_0/r_b); θ 为无因次温度($(T-T_\infty)/(T_{bm}-T_\infty)$); m 为换热系数变化参数;
 λ 为肋片斜率参数(δ/b); N 为无因次肋片因子($(h_0 r_b^2 / k_0 b)^{1/2}$); τ 为时间变量; t 为无因次时间参数($a\tau/r_b^2$); ϕ 为肋片倾角; α 为导热系数随温度变化参数; ω 为肋根温度的波动频率。

4 结论

对于变热特性参数情况而言, N, B, ϵ 对温度分布、热流量及肋效率的影响,基本上与定热特性参数时情况相同。但 E, m 参数对肋片温度、热流量、肋效率的平均值有很大的影响,在整个传热效果方面起着重要的作用。 $E > 0$ (即导热系数随温度而增加的肋片),传热效果得到改善, $E < 0$ (即导热系数随温度升高而减小的肋片),传热效果将减弱。 m 变化的影响主要根据 N 值来决定,即要根据具体肋片形状、材料、流况来决定。 m 值选择得当将有利于改善传热效果,反之亦然。

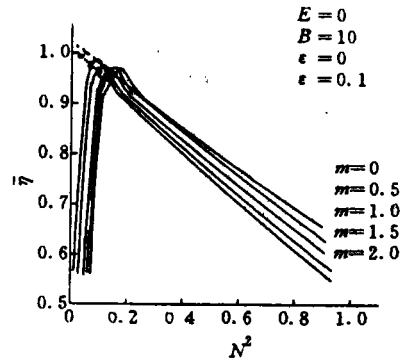


图9 m 值对平均肋效率的影响

参 考 文 献

- 1 Aziz A, Na T Y. Periodic heat-transfer in fins with variable thermal parameters. J. Heat & Mass Transfer, 1981, 24(8): 1 397~1 404
- 2 Razelos P. The optimum dimensions of circular fin with variable thermal parameters. J. Heat Transfer, 1983, 102(8): 420~425
- 3 陆金甫. 偏微分方程数值解法. 北京:清华大学出版社, 1987. 121~170
- 4 邓建中. 计算方法. 西安:西安交通大学出版社, 1992: 37~39, 155

A Study on the Unsteady Heat Transfer of a Circular Fin under Variable Thermal Characteristic Parameters

Yang Xiangxiang Xu Lusi

(Dept. of Chem. & Biochem. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A study is made on the heat transfer of a circular fin under variable thermal characteristic parameter and periodic change of finbase temperature. By applying difference forecast-correction scheme as the method of numerical calculation, an analysis is made on the influence of various factors on temperature distribution, heat flow and efficiency of the fin.

Keywords variable thermal characteristic parameter, difference forecast-correction scheme