

在复杂边值条件下非稳态肋片传热的最优化(IV)*

樊未军 杨翔翔

(华侨大学化工与生化工程系, 泉州 362011)

摘要 研究在辐射和对流同时作用下肋根温度作周期性变化时矩形肋片的传热特性. 着重讨论了肋片在这种复杂边值条件下传热的最优尺寸.

关键词 边值条件, 传热特性, 最优尺寸

分类号 TK 124

在辐射和对流同时作用下, 肋根温度作周期性变化, 肋片的传热特性呈现出相当的复杂性^[1~3]. 在此基础上, 本文将进一步对肋片传热的最优化进行分析.

1 精确解的最优化分析

1.1 最优尺寸的计算

计算肋片传热的最优尺寸, 通常有两种方法: 一种是在一定量的肋材消耗条件下, 肋片能传递的最大传热量的肋片尺寸; 另一种是在传递一定量的传热量条件下, 肋片的最优传热尺寸. 本文采用前者为基准.

肋片的传热量为

$$Q = -k \cdot b \cdot T_m \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0}, \quad (1)$$

经推导简化最后可得

$$Q = k \cdot b \cdot T_m \cdot E \cdot \frac{\operatorname{ash}(\alpha)}{\operatorname{ch}(\alpha)}, \quad (2)$$

式中 $E = 1 + \epsilon_a \cos \omega \tau + Q_r$.

当肋片体积一定时, 也即在 $H \cdot b = V$ 为常数的情况下求 Q_{\max} . 由文[1~3]可知

$$\alpha = \sqrt{2} \sqrt{B_i \cdot L} = V \cdot \sqrt{\frac{2h}{k}} \cdot b^{\frac{3}{2}},$$

* 本文 1995-09-20 收到; 振兴中华教育科学基金会启动基金资助项目

$$\frac{dQ}{db} = k \cdot T_m \cdot E \cdot V \cdot \sqrt{\frac{2h}{k}} \cdot \frac{d}{db} \left[b^{\frac{5}{2}} \cdot \frac{\text{sh}(V \sqrt{\frac{2h}{k}} \cdot b^{\frac{3}{2}})}{\text{ch}(V \sqrt{\frac{2h}{k}} \cdot b^{\frac{3}{2}})} \right].$$

令 $\frac{dQ}{db} = 0$, 可得 $5 \cdot \text{th}(x) + 3x(1 - \text{th}^2(x)) = 0$, 式中 $x = V \sqrt{\frac{2h}{k}} b^{-\frac{3}{2}}$.

设 e 为上述方程的解, 则得

$$V \cdot \sqrt{\frac{2h}{k}} \cdot b^{-\frac{3}{2}} = e,$$

由此可得肋片的最优根部厚度为

$$b_{\text{opt}} = \left(\frac{e^2}{V^2} \cdot \frac{k}{2h} \right)^{-\frac{1}{3}}. \quad (3)$$

1.2 对最优尺寸的分析

1.2.1 b_{opt} 与导热系数 k 的关系 b_{opt} 是 $k^{-\frac{1}{3}}$ 的函数关系, 当导热系数 k 增加时, 肋片宽度相应减小, 也就是说采用导热系数小的材料制作的肋片. 可以做的厚一点, 矮一点.

1.2.2 b_{opt} 与对流换热系数 h 的关系 b_{opt} 是 $h^{\frac{1}{3}}$ 的函数关系, 当对流换热系数 h 增加时, 肋片宽度应相应增加. 表明当对流换热系数 h 减小时, 肋片要做的高一点, 薄一点, 这才有利于肋片的传热.

1.2.3 b_{opt} 与肋片截面面积 S 的关系 当截面面积 S 增加时, 相应的最优尺寸 b_{opt} 要增加. 也即当肋片体积愈大, 与之对应的 b_{opt} 愈大, 肋片朝着厚而矮的方面发展, 体积愈大, 这种程度愈深.

1.3 对传热量 Q 的分析

由式(2)可知

$$Q = \sqrt{2h \cdot k \cdot b} \cdot E \cdot T_m \cdot H \cdot \text{th}(\sqrt{\frac{2h}{k \cdot b}} \cdot H). \quad (4)$$

1.3.1 传热量 Q 与对流换热系数 h 的关系 可以证明: 在 $x > 0$ 时 $\text{th}(x)$ 是一个单调整增函数, 且上有界(以 1 为界). 所以, 当对流换热系数 h 增加时, 可以增大传热量 Q . 但是, $\text{th}(\sqrt{\frac{2h}{k \cdot b}} \cdot H)$ 的增大是有限度的, 而 \sqrt{h} 增大时对传热量 Q 的增大才是显著的.

1.3.2 传热量 Q 与肋高 H 的关系 与对流换热量相同, 当肋高 H 增加时, $\text{th}(\sqrt{\frac{2h}{k \cdot b}} \cdot H)$ 也增加, 但是由于 $\text{th}(\sqrt{\frac{2h}{k \cdot b}} \cdot H)$ 数值的区域为 $[0, 1]$, 所以传热量 Q 只与肋高 H 成正比. 可见肋高 H 的增加, 使传热量 Q 的变化比增加对流换热系数 h 要来的强(前提条件是 $h > 1$, $H > 1$). 如果 $1 > h > 0$ 和 $1 > H > 0$ 时, 对流换热系数 h 对肋片传热的影响更大于肋高 H 变化对传热的影响.

1.3.3 传热量 Q 与 $k \cdot b$ 的关系 由式(4)可知, 当 $\sqrt{k \cdot b}$ 增加时, $\text{th}(\sqrt{\frac{2h}{k \cdot b}} \cdot H)$ 减少, 但是

$\sqrt{k \cdot b} \cdot \text{th}(\sqrt{\frac{2h}{k \cdot b}} \cdot H)$, 在 $k \cdot b$ 趋于 $+\infty$ 时, 它也趋于 $+\infty$. 由此可见, $\sqrt{k \cdot b}$ 的增加量, 远大于 $\text{th}(\sqrt{\frac{2h}{k \cdot b}} \cdot H)$ 的减少量, 所以增加导热系数 k 或增大肋厚 b 都有助于提高肋片的传热量 Q .

1.3.4 传热量 Q 与肋根平均温度 T_m 及 E 的关系 当肋根平均温度 T_m 增加时, 传热量 Q 也相应增加. 由于 $E=1+\epsilon_s \cos \omega \tau + Q_r$, 在 E 中有波动项 $\epsilon_s \cos \omega \tau$, 所以受 $\epsilon_s \cos \omega \tau$ 的影响. 当 $\omega \tau$ 在 $[2\pi n, 2\pi n + \pi]$ 区域时传热量从高向低变化, 当 $\omega \tau \in [2\pi n, 2\pi n + 2\pi]$ 区域时传热量从低又向高变化.

2 数值解的最优化分析

如上所述, 本课题研究的前提是: 需要传递最大数量的热量, 且肋片体积不变, 即 $V=H \cdot b$ 是常数. 在这种情况下当 Q_{\max} 和 V 不变时, 变动其他参数, 然后在这些参数之下分别找出最优传热尺寸^[4-5]. 设无量纲尺寸 $X=\frac{b}{H}$, X_{opt} 为最优的肋片尺寸变量.

2.1 导热系数 k 对最优尺寸 X_{opt} 的影响

如图 1 所示, 当导热系数 k 愈大时最优尺寸 X_{opt} 愈小, 即当肋片材料的导热系数愈大时, 肋片只有做得更薄更长些才有利于传热. 反之, 对于导热性较差的材料所制成的肋片做得太薄反而不利于传热. 这个结论是非常有意义的. 它可以避免一些盲目的、不必要的精加工.

图 2 是不同 k 值所对应的最优尺寸下的传热量. 显然, 导热系数 k 愈大传热量愈大, 但是

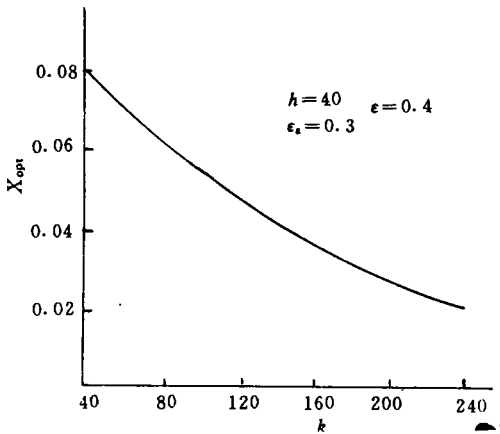


图 1 X_{opt} 随 k 的变化

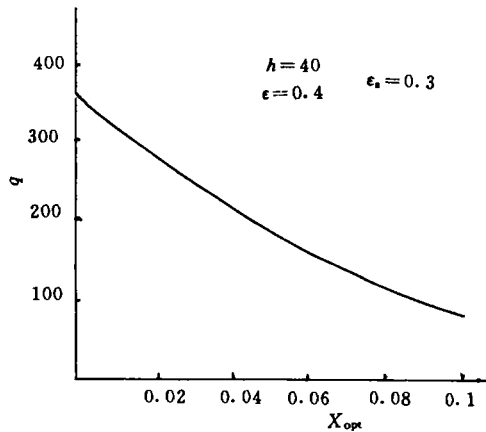


图 2 q 随 X_{opt} 的变化

仔细分析后会发现, 随着导热系数 k 的增加, 传热量的增加相对要慢一点. 所以在导热系数不是太大的情况下, 传出的热量有时也能满足要求. 另外, 即使 k 等于 40 与 k 等于 236 所传递的最大热量也是属于同一数量级, 所以只从传热量的角度出发, 只要取得最优尺寸, 那么就可以采用导热性能较差但较价廉的材料, 代替像铜或铝等较昂贵的材料.

2.2 对流换热系数 h 对最优尺寸 X_{opt} 的影响

由图 3 显而易见, 对流换热系数 h 取值愈大时, 最优尺寸 X_{opt} 也愈大, 即在同样的体积之

下,对流换热愈强,所要求的肋片愈厚,这才有利于热量的传递.当对流换热较强时,肋片要加工的厚一点.这是因为对流换热较强时,肋片上半段的温度已很小且趋于不变,所以减小一点长度反而能增加传热量.

传热量 q 与最优尺寸 X_{opt} 的关系曲线如图 4 所示.

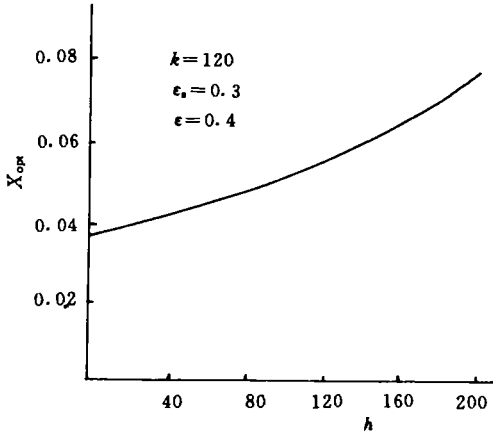


图 3 X_{opt} 随 h 的变化

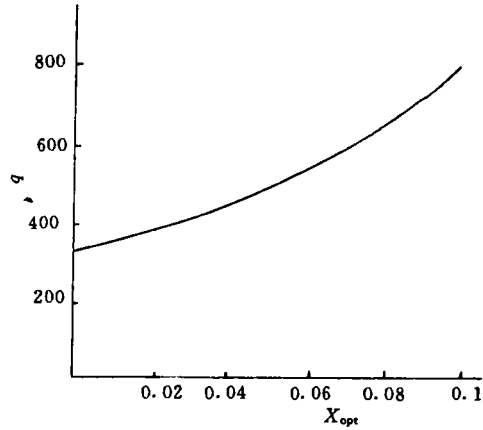


图 4 q 随 X_{opt} 的变化

在最优尺寸下,对流换热系数增加,其传热量会成倍增加.但是当对流换热系数 h 大于 200 时,这种势头会有所减弱.如果对流换热系数再加大时,传热量只在同一数量级内变化.因此,采用提高对流换热系数来提高传热是有限度的.

2.3 肋根温度 T_w 对最优尺寸 X_{opt} 的影响

从图 5 可以看出,即使肋根温度 T_w 成倍增加,最优尺寸 X_{opt} 也没有丝毫变化,即 X_{opt} 与肋根温度无关.但是从计算结果来看,传热量却会随肋根温度 T_w 的增加而成倍增加.

2.4 黑度系数 ϵ 对最优尺寸 X_{opt} 的影响

如图 6 所示,黑度系数 ϵ 与最优尺寸 X_{opt} 的关系有点象 h 与 X_{opt} 的函数关系.黑度系数 ϵ

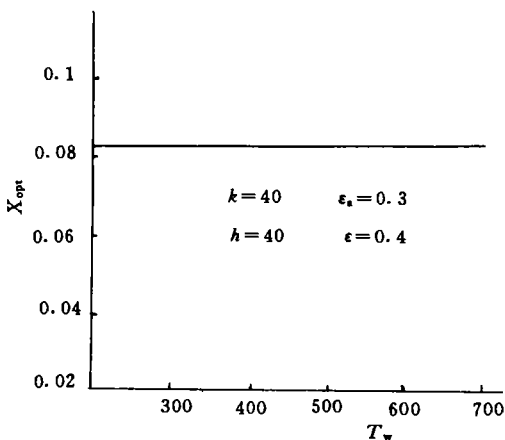


图 5 X_{opt} 随 T_w 的变化

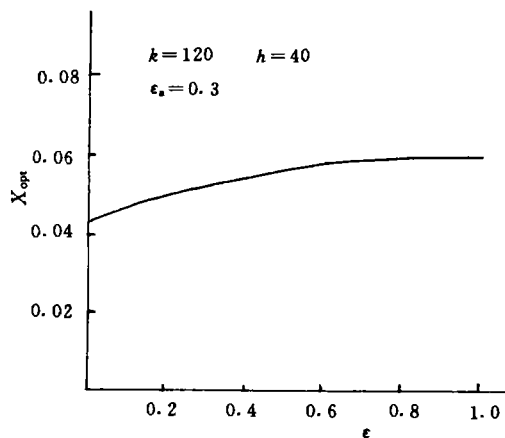


图 6 X_{opt} 随 ϵ 的变化

增加时,最优尺寸 X_{opt} 相应增加.即黑度愈大时,肋片可做的厚一点,但是随黑度的变化是有限

度的.

文中符号分别: B_i 为毕渥准则; b 为肋片根部厚度, m; b_{opt} 为最优肋片根部厚度, m; H 为肋高, m; h 为对流换热系数, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$; k 为导热系数, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$; L 为肋间距, m; Q_0 为无肋时总换热量, W; Q_r 为无因次辐射换热量; Q_T 为有肋时总换热量, W; T 为肋片温度, K; T_f 为环境温度, K; T_m 为肋根平均温度, K; T_w 为肋片根部温度, K; V 为肋片体积, m^3 ; X 为无因次厚度; X_{opt} 为最优无因次厚度; Y 为无因次肋高; ϵ 为黑度; ϵ_a 为温度波动系数; ϵ_f 为肋片有效度; θ 为无因次肋片温度.

3 结束语

本文通过考虑对流换热和辐射换热同时存在的条件下, 研究了矩形肋片的传热特性及其传热的最优化, 得出了辐射换热不管是在低温还是高温时都是不可被忽略的结论. 分析了温度场, 热流密度和肋片有效度随各种热特性参数的变化规律. 最后找出了肋片最优传热的无量纲厚度, 为肋片的工程设计提供最优参考尺寸.

参 考 文 献

- 1 樊未军, 杨翔翔. 在复杂边值条件下非稳态肋片传热的最优化(I). 华侨大学学报(自然科学版), 1995, 16(3): 328~332
- 2 樊未军, 杨翔翔. 在复杂边值条件下非稳态肋片传热的最优化(II). 华侨大学学报(自然科学版), 1995, 16(4): 428~433
- 3 樊未军, 杨翔翔. 在复杂边值条件下非稳态肋片传热的最优化(III). 华侨大学学报(自然科学版), 1995, 17(1): 56~60
- 4 杨翔翔. 热特性参数可变时环形肋片传热的最优化研究(I)——不同截面环肋传热的比较. 华侨大学学报(自然科学版), 1987, 8(3): 312~318
- 5 杨翔翔. 热特性参数可变时环形肋片传热的最优化研究(II)——不变插值原理及其应用. 华侨大学学报(自然科学版), 1987, 8(4): 452~457

Optimization of Unsteady Heat Transfer of a Fin under Complex Boundary Value Conditions (IV)

Fan Weijun Yang Xiangxiang

(Dept. of Chem. & Biochem. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract The heat transfer performance of a rectangular fin during periodic fin base temperature change is studied under simultaneous action of radiation and convection. This fourth part centres on the optimized heat-transfer dimension of the fin under this complex conditions.

Keywords boundary value condition, heat transfer performance, optimized dimension