

预应力框架中无粘结筋应力增量的弹性分析*

方德平 林雨生

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

摘要 提出弹性状态下精确分析无粘结筋应力增量的方法, 导出考虑整根梁变形状态的无粘结筋变形计算公式并编制相应的计算程序, 用迭代逼近法求解框架中无粘结筋的应力增量. 计算结果表明: 无粘结筋应力增量显著低于控制截面相应的有粘结筋, 它为跨中有粘结筋的 40%~60%.

关键词 预应力混凝土, 框架, 无粘结筋, 弹性, 应力

分类号 TU 378.4

由于无粘结筋与其周围砼的应变不协调, 当截面达到破坏时, 无粘结筋的极限应力一般为低于条件屈服点的未知量, 因此截面承载力计算成为超静定问题. 精确分析因涉及到破坏时整个构件的变形状态而相当复杂, 研究者大多通过试验得出实用公式^[1], 以计算构件破坏时无粘结筋的极限应力; 有些研究者将无粘结筋的强度设计值 f_{py} 乘上一个折减系数, 作为其极限应力^[2]. 这些公式简单、实用, 容易被工程界所接受. 在实际的预应力梁中, 无粘结筋的布置、梁的外荷载、梁端约束等因素与试验梁不尽相同, 这些因素又直接地影响着无粘结筋的受力. 因此有必要在理论上探讨无粘结筋在外荷载作用下的受力的情况. 鉴于问题的复杂性, 本文只作弹性分析, 未考虑开裂后的受力情况. 对预应力结构而言, 预应力使结构的弹性性能区“加大”, 即使只作弹性分析, 也可以定性地比较出有粘结和无粘结筋的受力情况.

1 力学模式和计算公式推导

预应力框架的受力可分为两个阶段——一是预应力产生的综合弯矩的综合轴力, 二是外荷载产生的弯矩和轴力; 两者叠加为框架的最终受力. 第一阶段的砼、预应力筋的内力容易求得, 由于只作弹性分析, 可不考虑此内力. 本文只分析第二阶段, 即分析外荷载作用下的结构内力增量. 由于无粘结筋与砼的应变不协调, 本文将两者分开, 分别进行分析. 图 1 为梁中砼的受力, 其中(a)为梁端位移的作用; (b)为梁上外荷载 q 及无粘结筋的等效荷载 q_p 的作用, 梁中砼的受力为两者的叠加. 图 2 为无粘结筋的受力, P 和 q_p 分别为外荷载产生的在有效预应力基础上的拉力增量和相应的等效荷载. 梁和无粘结筋之间的相互作用除 q_p 外, 还有两个锚固端的 P 和偏心生产生的 M_p , 按计算结构力学的方法^[3], 后者为节点荷载, 由梁柱共同承担. 无粘结筋的轴力 P 由力筋孔道变形求得, 这个变形为力筋分布长度上各杆变形之和. 孔道变形由

* 本文 1995-09-03 收到

三部分组成:一是杆端位移 $v_i, \theta_i, v_j, \theta_j$ 产生的;二是外荷载 q 和等效荷载 q_P 产生的;三是杆端位移 u_i, u_j 产生的。梁的孔道变形计算公式如图3所示。在图3中,力筋曲线为

$$y = ax^2 + bx + c, \quad (1)$$

取微段 dx 分析,其变形为

$$\Delta(dx) = y d\theta = -\frac{M(x)}{EI} y dx, \quad (2)$$

总变形 Δl 为

$$\Delta l = \int_0^l -\frac{M(x)}{EI} y dx, \quad (3)$$

v_i, θ_i, v_j 和 θ_j 产生的 $M(x)$ 为

$$M(x) = EI \left[\left(\frac{12}{l^3} x - \frac{6}{l^2} \right) v_i + \left(\frac{6}{l^2} x - \frac{4}{l} \right) \theta_i + \left(\frac{6}{l^2} - \frac{12}{l^3} x \right) v_j + \left(\frac{6}{l^2} x - \frac{2}{l} \right) \theta_j \right]. \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),计算整理后得

$$\Delta l_1 = D_1 v_i + D_2 \theta_i - D_1 v_j + D_3 \theta_j, \quad (5)$$

式中 Δl_1 为 $v_i, \theta_i, v_j, \theta_j$ 产生孔道变形; $D_1 = -al - b, D_2 = -\frac{a}{6}l^2 + c, D_3 = -\frac{5}{6}al^2 - bl - c$ 。

外荷载 q 和等效荷载 q_P 产生的 $M(x)$ 为

$$q_P = 2ap, \quad (6)$$

$$M(x) = \frac{1}{12}(q + q_P)l^2 + \frac{1}{2}(q + q_P)x^2 - \frac{1}{2}(q + q_P)lx. \quad (7)$$

将式(7)代入式(3),计算整理得

$$\Delta l_2 = -\frac{1}{360EI}(q + q_P)al^5, \quad (8)$$

式中 Δl_2 为荷载 q 和 q_P 产生的孔道变形。

杆件的轴向变形,可近似地认为是无粘结筋的孔道变形。

$$\Delta l_3 = u_j - u_i. \quad (9)$$

式(5),(8),(9)中的杆端位移 $u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j$ 和荷载 q, q_P 的正向如图1所示。

杆的孔道变形为

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3, \quad (10)$$

式中 $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3$ 的正值为拉伸变形; Δl 除以无粘结筋纵向投影长度为其应变,这应变值比真实的平均应变稍大,但由于无粘结筋十分平坦,其差值很小,一般在2%以内。

2 计算步骤及算例

图4为梁的索型图;图5(a)为框架的外荷载及截面尺寸;图5(b)为无粘结筋对梁的作用力 q_P, P 和 M_P 。在图5中,(a),(b)叠加为梁在外荷载作用下的受力。计算步骤如下:(1)令各

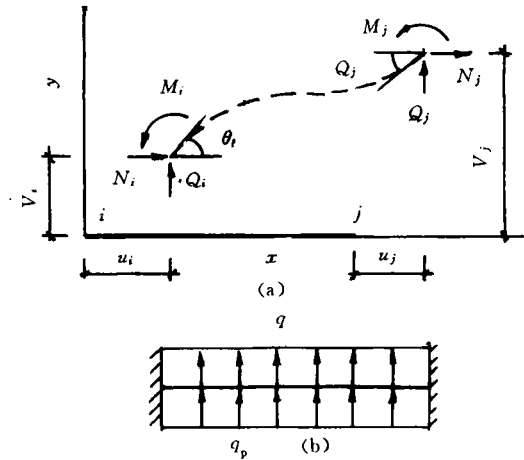


图1 梁中砼的受力图

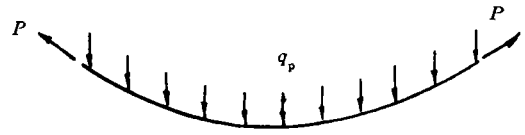


图2 无粘结筋受力图

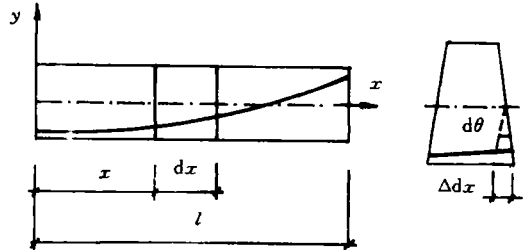


图3 无粘结筋的变形

预应力筋的 $q_p=0$, 两个锚固端的 $P=0, M_p=0$, 即不考虑无粘结筋作用, 计算结构在外荷载作

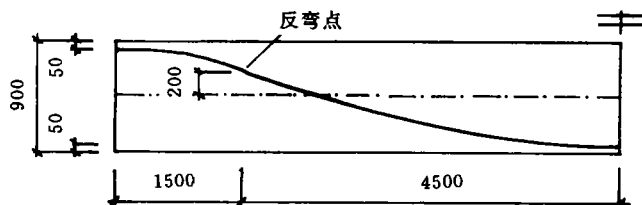


图4 梁的索型图

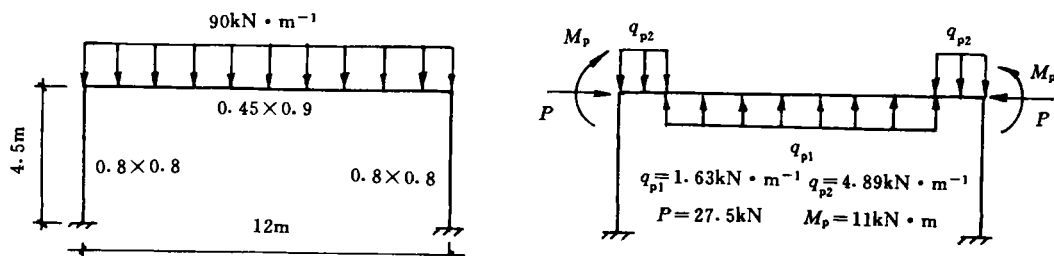


图5 框架的受力图

用下的节点位移；(2)由节点位移和杆上荷载，按式(5)，(8)，(9)，(10)算出杆件的孔道变形 ΔL ，将力筋分布长度上各杆的变形相加得 ΔL ，求出无粘结筋受力 $P = \frac{\Delta L}{L} EA$ ，进而按式(6)求出 q_p 根据端部无粘结筋的偏心值求出 M_p ，其中 L 为无粘结筋分布长度， EA 为其抗拉刚度；(3)计算结构在外荷载 q 及 q_p, P, M_p 共同作用下新一轮的节点位移；(4)重复步骤(2)和(3)，直到收敛条件 $\sum |P_i^{(N+1)} - P_i^{(N)}| / \sum |P_i^{(N+1)}| \leq S$ 得到满足。其中 $P_i^{(N+1)}, P_i^{(N)}$ 分别为第 $(N+1)$ 次和第 N 次迭代所得的第 i 组无粘结筋的轴力， S 为设定的精度；(5)计算杆件的内力。

一般经过 2 至 3 次迭代即可收敛。图 6 为图 5

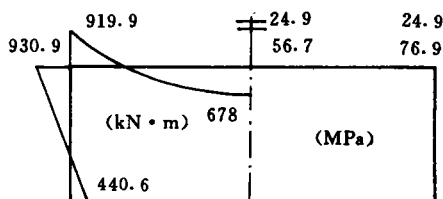


图6 框架内力图

框架的内力图，左侧为弯矩图，右侧梁上数值：上行为无粘结筋应力，下行为相应的有粘结筋应力(由外荷载作用下梁的弯矩及砼、钢的弹性模量求得)。

梁、柱、外荷载与图 5 相同的双跨单层、双层单跨的结构如图 7, 8 所示，图中标出弯矩，无

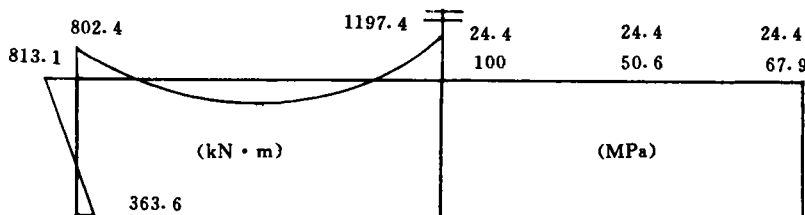


图7 双跨框架内力图

粘结筋、有粘结筋的应力。图 6, 7, 8 中的应力值都较小，原因是外荷载较小，以及弹性分析不能

考虑截面开裂、中性轴移动、刚度降低等因素,纯无粘结预应力梁具有裂缝集中、压应变集中和弯曲脆性破坏等特征。梁的性能变得接近于带拉杆的扁拱而不象梁。所以纯无粘结梁的破坏形态与有粘结梁有明显的差异。当附加有粘结的非预应力筋,即无粘结部分预应力梁,梁的性能大为改善,接近于有粘结梁。因此,对无粘结部分预应力梁而言,在相同的计算条件下,本文的计算仍可定性地说明有粘结筋和无粘结筋的受力情况。

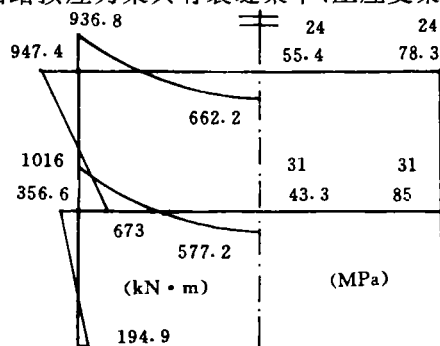


图8 二层框架内力图

3 结论

(1)无粘结筋的应力增量与外荷载、索型、约束、力筋面积等诸多因素有关,仅从一个截面受力出发,求解应力增量的实用公式是不够全面的。

(2)在部分预应力梁中,由于无粘结筋通过梁的低内力、低应变区,所以其平均应变较小,应力增量也较小,一般只有框架梁跨中相应粘结筋的应力增量的40%~60%。为有效地利用无粘结筋的强度,可适当地提高力筋的张拉控制应力,以弥补较小的外荷载产生的应力增量。

本文为校科研基金资助项目。

参 考 文 献

- 1 刘健行. 无粘结部分预应力砼梁受弯承载力计算. 建筑结合学报, 1992, (6): 30~39
- 2 陈惠玲. 部分预应力结构设计的应力比预应力度法. 建筑结构, 1993, (1): 3~9
- 3 薛德明. 计算结构力学. 上海同济大学出版社, 1988. 101~152

Elastic Analysis of the Stress Increment of Unbonded Tendon in Prestressed Concrete Frame

Fang Deping Lin Yusheng

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract For accurately analysing the stress increment of unbonded tendon under elastic state, a method is proposed. A formula is derived for calculating the deformation of unbonded tendon, with the deformation of the whole beam being taken into consideration. The corresponding computer program is developed, and the stress increment of unbonded tendon in the frame is calculated by iterative approximation. As shown by calculated effects, the stress increment of unbonded tendon is markedly lower than the counterpart of bonded one at control section, with a value about 40-60% of the bonded one at mid-span section.

Keywords prestressed concrete, frame, unbonded tendon, elasticity, stress