

管式换热器的动态模拟*

林金清^① 胡上序^②

(^①华侨大学化工与生化工程系, 泉州 362011; ^②浙江大学化工系, 杭州 310027)

摘要 讨论四种不同热交换情况的管式换热器稳态和动态数学模型的建立. 基于建立的数学模型, 采用精度控制的变步长单步积分算法的 Merson 四阶算法求解常微分方程组, 以及部份自变量离散化的线上求解方法求解偏微分方程组, 相应地编制了一套通用软件, 对以上换热器进行了动态模拟.

关键词 管式换热器, 数学模型, 动态模拟, Merson 算法, 线上求解法

分类号 TK 124

换热器是化工生产中最为普遍使用的一类设备, 但时至今日, 有关换热器的常规计算仍大多限于稳态状况的分析, 诸如计算稳态操作时的进出口温度、传热系数、流动阻力以及估计所需要的换热面积等一些参数^[1~2]. 为了建立现代化工流程的动态分析系统, 以利于设计高质量的控制系统并提高生产效率, 对换热器进行动态模拟计算当然是一个不可缺少的重要环节. 本文建立于管式换热器的一组动态模型, 并相应地编制了一套可用于数值模拟管式换热器动态过程的通用软件.

1 数学模型

本文研究于四种不同情况的管式换热器, 为了以后叙述的方便, 我们采用如图 1 所示的管式换热器作为对象, 并做如下的约定.

(1) 换热器的左端称为 A 端, 右端称为 B 端.

(2) 换热器中的两股物流都为不可压缩流体, 化分别称为 L 物流和 G 物流, 流量分别记为 G_L, G_G , 比热分别记为 C_{PL}, C_{PG} 两物流在换热器两端 A, B 两处的温度分别记为 $T_{LA}, T_{GA}, T_{LB}, T_{GB}$, 在换热器中其他任意位置处的温度分别用 T_L, T_G 表示. 两物流在单位长度换热器中的滞留量分别记为 W_L, W_G . 换热器的总传热系数记为 U_K , 总传热面积记为 A_G , 单位长度的换热器的传热面积记为 A_L .

(3) 换热器中两股物流的流动方向规定为: 沿着 x 轴正方向者取正值, 沿着 x 轴负方向者取负值, 两者必居其一(两股物流不一定同方向流动).

此外, 又假定:

* 本文 1995-04-29 收到

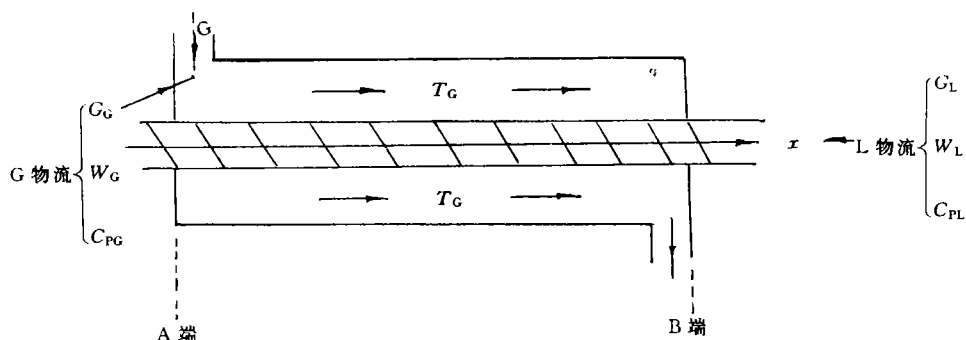


图1 管式换热器示意图

- (1) 换热器器壁的热容可忽略不计;
- (2) 换热器向周围环境散发的热损失可忽略不计.

作为数学模型基础的热平衡方程,对动态过程而言为

$$\text{输入量} - \text{输出量} = \text{积累量}, \quad (1)$$

当达到稳态时,因积累量为零,故稳态热平衡方程为

$$\text{输入量} - \text{输出量} = 0. \quad (2)$$

1.1 模型 I

对于如图1所示的换热器,若G物流处于冷凝或沸腾的相变状态,则 $T_{GA}=T_{GB}=T_G$;若L物流从A端流向B端,则在其流动方向上有温度梯度,即 T_L 在 x 轴方向上是一个分布函数 $T_L=f(x)$;假定L物流在与 x 轴垂直的方向上呈理想均匀的混合,则与流动方向垂直的平面上L物流的温度的均匀的.

稳态模型:稳态情况下,对如图2所示的一个微热段进行热平衡计算

$$\begin{aligned} \text{输入量} = & G_L \cdot C_{PL} \cdot T_L + \\ & A_L \cdot U_K (T_G - T_L) dx, \end{aligned}$$

$$\text{输出量} = G_L \cdot C_{PL} (T_G + dT_L).$$

代入热平衡方程(2),经简化整理后得到稳态数学模型

$$\frac{dT_L}{dx} = \frac{A_L \cdot U_K}{G_L \cdot C_{PL}} (T_G - T_L). \quad (3)$$

这是一个简单的常微分方程,且由进口温度计算 x 轴方向不位置处的温度是一个常微分方程的初值问题,容易采用数值积分方法求解.

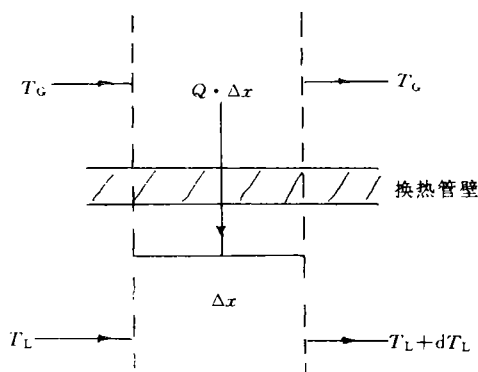


图2 微换热段示意图

动态模型:仍取如图2所示的一个微换热段,对L物流进行动态情况下的热平衡计算

$$\text{输入量} = G_L \cdot C_{PL} \cdot T_L \cdot dt + A_L \cdot U_K dx \cdot (T_G - T_L)dt,$$

$$\text{输出量} = G_L \cdot C_{PL} \cdot (T_L + dT_L) \cdot dt,$$

$$\text{积累量} = W_L \cdot C_{PL} \cdot dx \cdot dT_L.$$

代入热平衡方程(1),简化并整理就得到换热器在动态时的数学模型

$$\frac{\partial T_L}{\partial t} = -\frac{G_L}{W_L} \frac{\partial T_L}{\partial x} + \frac{A_L \cdot U_K}{W_L \cdot C_{PL}} (T_G - T_L). \quad (4)$$

这是一个偏微分方程,用部份变量离散化的方法,将方程(4)中空间自变量 x 离散而转化成一组常微分方程,则由 t 时刻计算 $t+dt$ 时刻温度的动态模拟问题成为常微分方程组的初值问题,可采用数值积分方法求解.

1.2 模型 I

对于如图3所示的换热器,L物流的流动情况与模型I相同,G物流由端进入,进口温度为 T_{GA} 若在换热器中 G 物流得到充分理想的混合,温度均匀为 T_{GB} ,则其出口温度仍为 T_{GB} .

稳态模型:对一个微换热段,L物流与模型I一样,有

$$\frac{dT_L}{dx} = \frac{A_L \cdot U_K}{G_L \cdot C_{PL}} (T_{GB} - T_L), \quad (5)$$

再对整个换热器进行热量衡算,根据

$$\text{输入量} = G_L \cdot C_{PL} \cdot T_{LA} + G_G \cdot C_{PG} \cdot T_{GA},$$

$$\text{输出量} = G_L \cdot C_{PL} \cdot T_{LB} + G_G \cdot C_{PG} \cdot T_{GB},$$

代入热平衡方程(2)并整理,得到

$$G_L \cdot C_{PL} \cdot (T_{LB} - T_{LA}) = G_G \cdot C_{PG} (T_{GB} - T_{GA}), \quad (6)$$

方程(5),(6)是常微分方程与超越方程联立的方程组.由于L物流温度的计算是由其进口温度开始,因此方程(5)是常微分方程的初值问题,容易用数值积分方法求解,而方程(6)是个超越方程,用作者开发的超越方程解算包也容易得到数值解.

动态模型:在动态情况下,L物流与模型I一样,有方程

$$\frac{\partial T_L}{\partial t} = -\frac{G_L}{W_L} \frac{\partial T_L}{\partial x} + \frac{A_L \cdot U_K}{W_L \cdot C_{PL}} (T_{GB} - T_L). \quad (7)$$

而对于G物流,在 $t+dt$ 时刻各参数的值如图4所示.为了作热平衡,需要分别写出以下各项

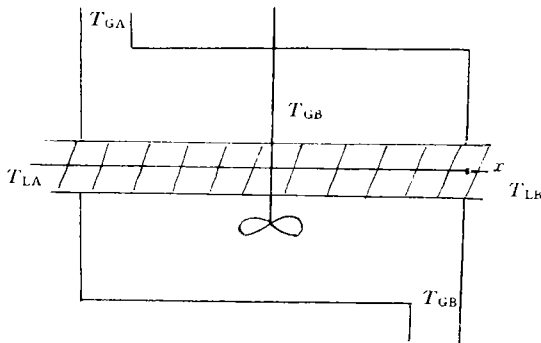


图3 换热器模型I的稳态情况

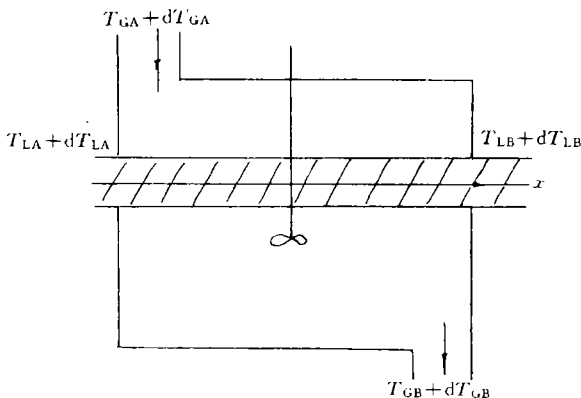


图4 换热器模型I的动稳态情况

$$\text{输入量} = G_G \cdot C_{PG} \cdot (T_{GA} + dT_{GA}) \cdot dt,$$

$$\text{输出量} = G_G \cdot C_{PG} \cdot (T_{GB} + dT_{GB}) \cdot dt +$$

$$A_G \cdot U_K \cdot \frac{T_{LB} + dT_{LB} - T_{LA} - dT_{LA}}{\ln \frac{T_{GB} + dT_{GB} - T_{LA} - dT_{LA}}{T_{GB} + dT_{GB} - T_{LB} - dT_{LB}}} \cdot dt,$$

$$\text{积累量} = W_G \cdot C_{PG} \cdot dT_{GB},$$

代入热平衡方程(1),略去高阶无穷小项作简化并经整理,得

$$\frac{dT_{GB}}{dt} = -\frac{A_G \cdot U_K}{W_G \cdot C_{PG}} \cdot \frac{T_{LB} - T_{LA}}{\ln \frac{T_{GB} - T_{LA}}{T_{GB} - T_{LB}}} + \frac{G_G}{W_G} (T_{GA} - T_{GB}). \quad (8)$$

方程(7)和(8)即为图3所示的换热器在动态时的数学模型。

这是一个常微分方程与偏微分方程联立的方程组。如果对偏微分方程采用部份变量离散化的方法,即把方程(7)沿 x 轴方向离散为一组常微分方程,则整个数学模型将归结为一常微分方程组的初值问题,就可容易用数值积分方法来求解。

1.3 模型Ⅲ

考虑如图1所示的换热器,若L物流的流动情况与模型一中L物流一样,G物流也从A端流向B端,与L物流呈并流流动,则 T_G 在 x 轴方向上也将是一个分布函数,同时与L物流一样,假设在与 x 轴垂直的方向上也不存在温度梯度。

稳态模型:对如图5所示的微换热段进行稳态热平衡计算,得到换热器在稳态时的数学模型如下(与模型Ⅰ中L物流在稳态时的情况类似,具体推导略)

$$\frac{dT_L}{dx} = \frac{A_L \cdot U_K}{G_L \cdot C_{PL}} (T_G - T_L), \quad (9)$$

$$\frac{dT_G}{dx} = -\frac{A_L \cdot U_K}{G_G \cdot C_{PG}} (T_G - T_L). \quad (10)$$

这是一个常微分方程组,由进口温度计算 x 轴方向不同位置处的温度是一个求解常微分方程组的初值问题,可采用数值积分方法求解。

动态模型:在动态时,对图5所示的微元进行热平衡计算,得到换热器的动态数学模型如下(参考模型Ⅰ中的动态模型的推导略)

$$\frac{\partial T_L}{\partial t} = -\frac{G_L}{W_L} \frac{\partial T_L}{\partial x} + \frac{A_L \cdot U_K}{W_L \cdot C_{PL}} (T_G - T_L), \quad (11)$$

$$\frac{\partial T_G}{\partial t} = -\frac{G_G}{W_G} \frac{\partial T_G}{\partial x} + \frac{A_L \cdot U_K}{W_G \cdot C_{PG}} (T_G - T_L). \quad (12)$$

这是一个偏微分方程组,采用部份变量离散化的方法,将方程(11)和(12)在 x 轴方向上离散化而构成一组常微分方程,成为常微分方程组的初值问题,用数值积分方法来进行模拟计算,其中求导计算采用五点的多项式函数求导方法。

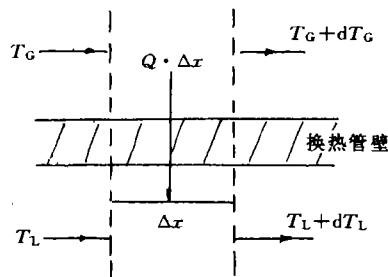


图5 换热器模型Ⅲ微换热段示意图

1.4 模型Ⅳ

仍考虑如图 1 所示的管式换热器. L 和 G 两股物流流动情况与模型Ⅲ相似,唯一不同之处在于本模型中两股物流相互呈逆流流动. 例如, G 物流从 A 端流向 B 端, L 物流则从 B 端流向 A 端.

稳态模型:对如图 6 所示的微换热段进行稳态热量平衡计算,得到换热器的稳态数学模型如下

$$\frac{dT_L}{dx} = -\frac{A_L \cdot U_K}{G_L \cdot C_{PL}}(T_G - T_L), \quad (13)$$

$$\frac{dT_G}{dx} = -\frac{A_L \cdot U_K}{G_G \cdot C_{PG}}(T_G - T_L). \quad (14)$$

这是一个常微分方程组,但由进口温度求 x 轴方向不同位置处的温度是常微分方程组的边值问题,可用试射法或其他方法求解.

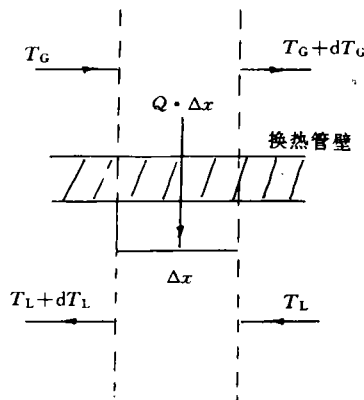


图 6 换热器模型Ⅳ微换热段示意图

动态模型:对如图 6 所示的微换热段进行热平衡计算,得到如下的数学模型

$$\frac{\partial T_L}{\partial t} = \frac{G_L}{W_L} \cdot \frac{\partial T_L}{\partial x} + \frac{A_L \cdot U_K}{W_L \cdot C_{PL}}(T_G - T_L), \quad (15)$$

$$\frac{\partial T_G}{\partial t} = -\frac{G_G}{W_G} \cdot \frac{\partial T_G}{\partial x} - \frac{A_L \cdot U_K}{W_G \cdot C_{PG}}(T_G - T_L), \quad (16)$$

这是一个偏微分方程组,与模型Ⅲ中的动态模型一样,可采用部份变量离散化的方法把偏微分方程(15)和(16)在 x 轴方向上离散而构成一组常微分方程,成为常微分方程组的边值问题,用试射法求解,其中求导采用三次样条函数求导方法.

2 数值模拟计算软件

以上建立的各种不同换热情况的换热器的稳态和动态数学模型都是常、偏微分方程组,一般很难甚至根本不能得到解析解. 因此,作者采用精度控制的变步长单步积分算法四阶的 Merson 方法数值求解常微分方程组,采用线上求解法对偏微分方程作离散化后按,常微分方程组求解,计算结果采用建立数据文件的形式存入软盘. 求导的方法有两种:五点的多项式函数求导和三次样条函数求导,并用 FORTRAN 语言编写了相应的模拟程序块. 用户使用本文提出的模拟软件,只需根据研究的对象,以一定的形式输入换热器的结构参数、物流的物性数据、流量、进出口温度及其扰动量,就可以得到稳态及动态过程的数值模拟结果和温度分布曲线图形.

3 模拟计算实例

在一逆流管式换热器中,将苯用冷却水从 350 K 冷却下来,苯的流量为 $1.25 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$,平均比热取 $1.9 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. 冷却水入口温度 290 K,平均比热取 $4.18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$,水和苯的传热系数分别为 $0.85 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ 和 $1.7 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. 换热器总换热面积为

11.511 m², 管长 2 m, 换热器单位长度内流体的滞留量 W_G, W_L 分别为 $1.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}, 1.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1(3)}$.

3.1 稳态模拟

采用本文建立的管式换热器动态模拟通用软件对上述换热器进行稳态数值模拟计算, 得到如图 7 所示的温度分布图.

3.2 动态模拟

若对换热器施加阶跃扰动: T_{GA} 从 350 K 降到 290 K, 而 T_{LB} 从 290 K 升到 350 K, 模拟结果如图 8~11 所示.

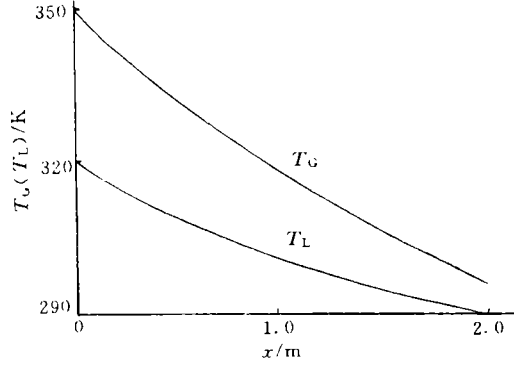


图 7 稳态时的温度分布图

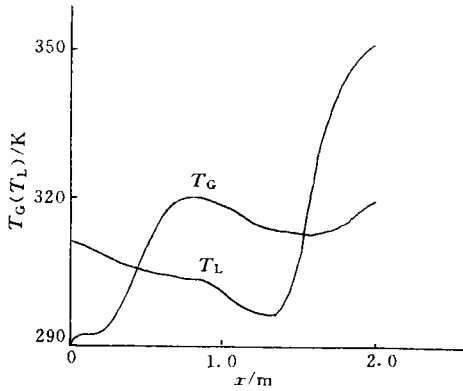


图 8 扰动后 1 s 时的温度分布图

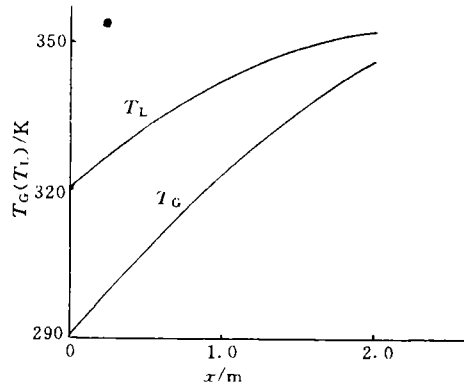


图 9 扰动后 15 s 时的温度分布图

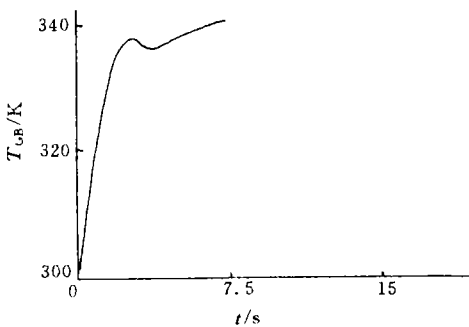


图 10 扰动发生后 G 物流出口
温度随时间变化曲线图

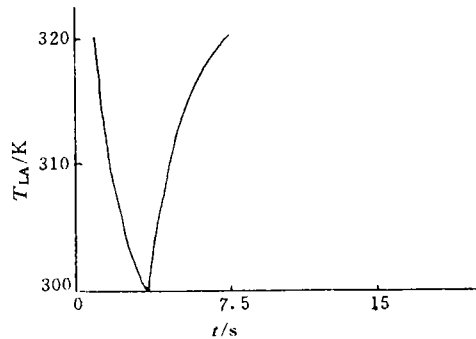


图 11 扰动发生后 L 物流出口
温度随时间变化曲线图

4 结束语

(1)首次建立了四种不同换热情况的管式换热器的稳态和动态数学模型。

(2)开发编制了各种通用的数值计算程序块,这些通用程序块除用于本文外,也可用于其它场合的数值计算。

(3)基于以上两点,本文建立了管式换热器的稳态和动态数值模拟通用软件包,可对上述四种管式换热器进行各种动态模拟实验。

参 考 文 献

- 1 Guy J L. Fundamentals of chemical process dynamics. Chem. Eng. America, 1981,(6):74~82
- 2 Guy J L. Modeling heat-transfer systems. Chem. Eng. America, 1982,(5):93~98
- 3 上海化工学院编. 化学工程:第 1 册,北京:化学工业出版社,1980. 299~300

Dynamic Analog of Pipe-Type Heat Exchangers

Lin Jinqing^① Hu Shangxu^②

(^①Dept. of Chem. & Biochem. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou;

^②Dept. of Chem. Eng., Zhejiang Univ., 310027, Hangzhou)

Abstract Applicable to 4 different kinds of heat exchangers, the respective steady and dynamic mathematical models are established. Based on which a common software is developed for the dynamic analog of these heat exchangers. In developing this common software, ordinary differential equations are solved by Merson method; while partial differential equations, by lumped parameter method.

Keywords pipe-type heat exchanger, dynamic analog, mathematical model, Merson method, lumped parameter method