

机器人动力学的快速算法*

林瑞麟 蒋少茵 林 碧

(华侨大学精密机械工程系, 泉州 362011)

摘要 用旋量方法研究机器人的动力学模型, 将速度和角速度、力和力矩的内在联系有机地融合为一体, 使 Newton-Euler 方法更加简明有效. 文中相对于机器人各臂质心建立起参考系, 从而简化了惯性张量和质心加速度的计算, 达到快速、实时的目的.

关键词 机器人动力学, 旋量, 牛顿-欧拉方法

分类号 TP 24

机器人的运动学和动力学研究直接关系到机器人的设计和控制, 研究的目的在于寻找能够快速计算机器人动力学模型的方法. 目前关于这方面的研究有许多方法, 如 lagrange-Eugler 方法; Newton-Euler 方法; 递推形式 lagrange-Eugler 方法; 广义 D'Alembert 原理和方法^[1]. Newton-Euler 方法的计算量较小, 但是难以用它设计机器人的控制系统. 旋量方法是沿着另一条独立途径发展的动力学分析方法, 它将矢量与矢量矩融合为一体, 使牛顿-欧拉方程具有更加简明的表达形式, 将对偶数记法用矩阵形式表达使运算程式化而便于程式控制. 文中在构件的质心建立了附体坐标系, 使惯性张量和质心加速度计算进一步简化.

1 旋量

1.1 对偶矢量、旋量和对偶角

S 矢量在三维空间的位置和方向, 由其矢量 S 及其与给定参考点 A 的线矩 S' 确定, 用 Plücker 坐标表示为 (S, S') . 对偶矢量的表达式为 $\hat{S}_A = S + \epsilon S'$, 式中 S 称为对偶数 \hat{S}_A 的原部, S' 称为对偶数 \hat{S}_A 的对偶部, ϵ 是 Clifford 对偶标记, 并定义: $\epsilon^2 = \epsilon^3 = \dots = 0$.

当对偶矢量 \hat{S}_A 的参考点由 A 移至 B , 且 $S \cdot S' \neq 0$, 则存在 $\hat{S}_B = \hat{S}_A + \epsilon r \times S$. 此时的对偶矢量 \hat{S} 称为旋量(screw). r 是点 A 至点 B 的矢径. 力系中的主矩 M 与向任意点简化的主矢 F 、刚体的瞬时角速度 ω 及体内任意点的速度 U 、质系的动量 Q 与相对任意点的动量矩 H 等物理量均可以旋量形式表示, 即

$$\hat{F} = F + \epsilon M; \hat{\omega} = \omega + \epsilon W; \hat{Q} = Q + \epsilon H.$$

将对偶矢量 (S, S') 对参考基 $(O, X)_i$ 上的分量 \hat{S}_k, S'_k ($k=1, 2, 3$) 依次排成的六阶列阵, 称为矢量 \hat{S} 对于 $(O, X)_i$ 的旋量列阵, 也即 $\hat{S} = [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S'_1 \ S'_2 \ S'_3]^T$.

* 本文 1994-11-25 收到

1.2 旋量变换与旋量的矩阵记法

对偶矢量 \$(S, S')\$ 在不同基 \$(O, X)_i\$ 及 \$(O, X)_j\$ 的旋量坐标列阵 \$\hat{S}^i\$ 与 \$\hat{S}^j\$ 之间满足关系式, 即 \$\hat{S}^i = \hat{A}^{ij} \hat{S}^j\$, 式中 \$\hat{A}^{ij}\$ 为旋量变换矩阵.

设 \$\hat{A}^{ij}\$ 是将参考基 \$(O, X)_i\$ 旋转至基系 \$(O, X)_j\$ 的旋转螺旋变换矩阵, 即

$$A^{ij} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix},$$

\$\alpha_{\zeta\gamma}\$ 是第 \$\zeta\$ 行, 第 \$\gamma\$ 列基矢量 \$X_i^{\zeta}, X_j^{\gamma}\$ 之间夹角 \$\theta_{\zeta\gamma}\$ 的余弦, 即 \$\alpha_{\zeta\gamma} = X_i^{\zeta} \cdot X_j^{\gamma} = \cos \theta_{\zeta\gamma}\$

设 \$d^{ij}\$ 为基系原点 \$O_i\$ 至 \$O_j\$ 的矢径, 定义 \$B^{ij}\$ 为 \$d^{ij}\$ 相对 \$X_i\$ 的坐标方阵 \$\tilde{d}\$ 与 \$A^{ij}\$ 的乘积, 即

$$B^{ij} = \tilde{d} A^{ij}, \quad \tilde{d} = \begin{bmatrix} 0 & -d_3 & d_2 \\ d_3 & 0 & -d_1 \\ -d_2 & d_1 & 0 \end{bmatrix},$$

\$B^{ij}\$ 为在三维空间将参考基 \$(O, X)_i\$ 平移至基系 \$(O, X)_j\$ 的平移螺旋变换矩阵. \$d_1, d_2, d_3\$ 为矢径 \$d^{ij}\$ 在参考基 \$(O, X)_i\$ 中的三个投影. 不同原点的两个不同基 \$X^i\$ 和 \$X^j\$ 之间的旋量变换矩阵为⁽²⁾

$$\hat{A}^{ij} = \begin{bmatrix} A^{ij} & 0 \\ \hline 0 & A^{ij} \end{bmatrix},$$

任意两基之间的变换矩阵等于一系列相邻基之间变换矩阵的连乘积, 即 \$\hat{A}^{ij} = \prod_{\lambda=i}^{j-1} \hat{A}^{\lambda, \lambda+1}\$.

螺旋变换矩阵 \$\hat{A}^{ij}\$ 和其微分 \$d\hat{A}^{ij}\$ 的变换式为 \$d\hat{A}^{ij} = \Delta \hat{A}^{ij}\$, 在微分情况下 \$\sin \delta \rightarrow \delta, \cos \delta \rightarrow 1\$, 并略去高阶微量, 此时

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & -\delta x_3 & -\delta x_2 & 0 & 0 & 0 \\ \delta x_3 & 0 & -\delta x_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\delta x_2 & \delta x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -dx_3 & dx_2 & 0 & -\delta x_3 & \delta x_2 \\ dx_3 & 0 & -dx_1 & \delta x_3 & 0 & -\delta x_1 \\ -dx_2 & dx_1 & 0 & -\delta x_2 & \delta x_1 & 0 \end{bmatrix},$$

式中 \$\delta x_i\$ 表示第 \$i\$ 个参考基的微旋转, \$dx_i\$ 表示第 \$i\$ 个参考基的微平移. 定义如下函数

$$\mu_i = \begin{cases} 1 & (\text{当第 } i \text{ 个关节是转动关节时}), \\ 0 & (\text{当第 } i \text{ 个关节是移动关节时}), \end{cases}$$

令 \$\hat{\mu}_i = [0 \ 0 \ \mu_i \ 0 \ 0 \ (1-\mu_i)]^T\$, 取第 \$i\$ 关节副的转角 \$\theta_i\$, 或滑移距离 \$Z_i\$ 作为广义坐标, 则 \$q_i = (1-\mu_i)Z_i + \mu_i\theta_i\$ (\$i=1, 2, \dots, n\$). 因此可得

$$\partial \hat{A}^{ij} / \partial q_i = \sigma \hat{A}^{ij}, \quad \partial \hat{A}^{ij} / \partial q_j = \hat{A}^{ij} \sigma',$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & \mu_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1-\mu_i) & 0 & 0 & -\mu_i & 0 \\ (1-\mu_i) & 0 & 0 & \mu_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma' = \begin{bmatrix} 0 & \mu_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-\mu_j) & 0 & 0 & \mu_j & 0 \\ -(1-\mu_j) & 0 & 0 & -\mu_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2 动力学模型的旋量表达式

2.1 运动方程

为了使惯性张量和质心加速度计算简化,进而减少关节力(力矩)的计算,将固联于机器人各可动件上的附体参考系原点放在相应构件的质心 O_i 上, ($i=1, 2, \dots, n$). 如图 1, 设附体参考系 $(O, x^k)_{i-1}$ 和 $(O, x^k)_i$ ($k=1, 2, 3$) 中 x_{i-1}^3 , x_i^3 分别平行于前(或后)关节轴 s_i, s_{i+1} . x_{i-1}^3 与 s_i 之间距离为 d_{i-1} , x_i^3 与 s_{i+1} 之间距离为 b_i , 参考轴 x_{i-1}^1, x_{i-1}^2 分别沿 b_i, b_{i-1} , 图示箭头方向为正方向, 并令 x_{i-1}^1 同时与 s_i 及 x_i^3 正交, x_{i-1}^3 与 x_i^3 之间的扭角为 α_i , x_{i-1}^1 与 x_i^1 在关节轴 s_i 的垂足 p, t 之间距离无滑移时为 h ; 有滑移量 z 时为 $(h+z)$. 点 t 与 O_i 的长度为 a_i , θ 为 x_{i-1}^1 与 x_i^1 在垂直于 x_i^3 轴平面上的夹角. b_{i-1}, b_i, h, a_i 均为结构常量, θ 和 z 分别为转动关节变量和移动关节变量.

将附体参考系 $(O, x^k)_{i-1}$ 变换到 $(O, x^k)_i$ 位置的变换步骤为: (1) 将参考系 $(O, x)_{i-1}$ 沿 x_{i-1}^1 移动距离 b_{i-1} 至 s_i 轴的垂足 p 点, 使 x_{i-1}^3 轴与 s_i 轴重合; (2) 再沿 s_i 轴移 h 至 t 点; (3) 绕 x_{i-1}^1 轴转过 α_i 角, 使 x_{i-1}^3 与 x_i^3 轴平行; (4) 沿 x_i^3 轴方向移动 a_i 距离至 O_i 位置, 使 x_{i-1}^3 与 x_i^3 轴重合; (5) 绕轴 x_i^3 转过 θ 角, 使 x_{i-1}^1 与 x_i^1 重合. 因此, 第 i 构件附体参考系相对于第 $i-1$ 构件的旋转变换矩阵为

$$A_{i-1}^i = \begin{bmatrix} C\theta & -CaS\theta & SaS\theta \\ S\theta & CaC\theta & -SaC\theta \\ 0 & Sa & Ca \end{bmatrix},$$

平移变换矩阵为

$$B_{i-1}^i = \begin{bmatrix} 0 & -(h+z) & a_i S\theta \\ h+z & 0 & -(b_{i-1} + a_i C\theta) \\ -a_i S\theta & b_{i-1} + a_i C\theta & 0 \end{bmatrix} \cdot A_{i-1}^i.$$

当运动关节为回转副时, 滑移量 $z=0$; 运动关节为移副时, $\theta=0$. 式中 C, S 为 \cos, \sin 的缩写. 组成参考系 $(O, x)_i$ 相对于 $(O, x)_{i-1}$ 的旋量变换矩阵为

$$\hat{A}_{i-1}^i = \begin{bmatrix} A_{i-1}^i & 0 \\ B_{i-1}^i & A_{i-1}^i \end{bmatrix},$$

\hat{A}_{i-1}^i 的逆阵 \hat{A}_i^{i-1} , 则将组成 \hat{A}_{i-1}^i 的各子矩阵转置为

$$\hat{A}_i^{i-1} = (\hat{A}_{i-1}^i)^{-1} = \begin{bmatrix} (A_{i-1}^i)^T & 0 \\ (B_{i-1}^i)^T & (A_{i-1}^i)^T \end{bmatrix}.$$

假设: V_i 第 i 构件质心的绝对速度; V_i^* 为第 $i-1$ 构件上与 O_i 重合点的速度; V_i^r 为 O_i 相对于参考系 $(O, x)_{i-1}$ 的相对速度. ω_i 为第 i 构件的角速度; e_k ($k=1, 2, 3$) 为参考系的单位矢量. 构件质心的速度为 $V_i = V_i^* + V_i^r$, $V_i^* = \hat{A}_{i-1}^i V_{i-1}$, $V_i^r = \hat{A}_{i-1}^i (\omega_{i-1} \times b_{i-1}) e_1 + \dot{\mu} \hat{q}_i$. 因此, $V_i = \hat{A}_{i-1}^i (V_{i-1}$

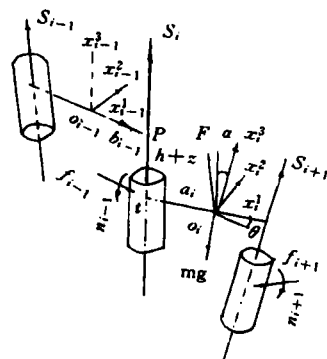


图 1 质心附体参考系

$+\omega_{i-1} \times b_{i-1})e_1 + \hat{\mu}\dot{q}_i) = \hat{A}_{i-1}^i(V_{i-1} + \hat{\mu}\dot{q}_i)$, 其中 $V_{i-1} = (V_{i-1} + \omega_{i-1} \times b_{i-1})e_1$.

构件 i 的角速度为 $\omega_i = \hat{A}_{i-1}^i(\omega_{i-1} + \hat{\mu}\dot{q}_i)$, 将 V_i, ω_i 写成基系的速度旋量式表示为

$$\hat{V}_i = \begin{bmatrix} \omega_i \\ V_i \end{bmatrix} = \hat{A}_{i-1}^i(\hat{V}_{i-1} + \hat{\mu}\dot{q}_i), \quad (1)$$

式中 $\hat{V}_{i-1} = \begin{bmatrix} \omega_{i-1} \\ V_{i-1} \end{bmatrix}$. 将式(2)对时间求导得下列质心加速度旋量式

$$\dot{\hat{V}}_i = \dot{\hat{V}}_{i-1}(\hat{V}_{i-1} + \hat{\mu}\dot{q}_i) + \sigma' \hat{A}_{i-1}^i \hat{V}_{i-1} \dot{q}_i. \quad (2)$$

2.2 动力学方程

设 m_i 为第 i 构件总质量, \hat{J}_i 为第 i 构件质心对于自身参考系的惯性矩阵, f_{i+1}, n_{i+1} 为第 $i+1$ 构件通过 $i+1$ 关节对 i 构件作用的力和力矩, f_{i-1}, n_{i-1} 为第 $i-1$ 构件通过关节 i 对构件 i 作用的力和力矩, F_i, N_i 为作用于第 i 构件质心的主矢和主矩. 根据牛顿-欧拉方程 $F_i = m_i(\dot{V}_i + \omega_i \times V_i)$, $N_i = \hat{J}_i \cdot \dot{\omega}_i + \omega_i \times \hat{J}_i \cdot \omega_i$, 将上两式综合写成旋量方程, 即

$$\hat{F}_i = \Phi_i \dot{\hat{V}}_i + H_i \Phi_i \hat{V}_i, \quad (3)$$

式中

$$\hat{F}_i = \begin{bmatrix} F_i \\ N_i \end{bmatrix}, \quad \Phi_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_i \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \hat{J}_i & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H_i = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_i^3 & \omega_i^2 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_i^3 & 0 & -\omega_i^1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_i^2 & \omega_i^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_i^3 & \omega_i^2 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_i^3 & 0 & -\omega_i^1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_i^2 & \omega_i^1 & 0 \end{bmatrix}.$$

作用于 i 构件的合力旋量, 等于与 i 构件关联的关节副给予构件的作用力 f_{i+1}, f_{i-1} 及力矩 n_{i+1}, n_{i-1} 组成的力旋量, 加上作用于该构件的重力相对于 O_i 的旋量, 即 $\hat{F}_i = \hat{A}_{i-1}^i \hat{f}_{i-1} - \hat{f}_{i+1} + \hat{F}_i^g$ 或写成由手部向内递推的方程, 即

$$\hat{f}_{i-1} = \hat{A}_{i-1}^i(\hat{f}_{i+1} + \hat{F}_i - \hat{F}_i^g). \quad (4)$$

上面均为递推关系式, 当已知运动副关节的广义坐标 q_i 及其导数 $\dot{q}_i, \ddot{q}_i (i=1, 2, \dots, n)$, 应用递推公式(2), (3)可求运动参数 $V_i, \dot{V}_i, \omega_i, \dot{\omega}_i (i=1, 2, \dots, n)$, 从基座向外递推求解. 为求各关节的驱动力(力矩), 可应用公式(4), (5)由手部向内递推求取, 末端外作用力 \hat{f}_{i+1} 由工作力确定.

3 算例

计算如图2, 三刚体空间机构的动力学方程. 取固定参考系 (O, X) . 固连于基座, 附体参考系 $(O,$

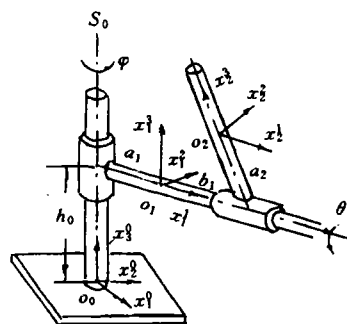


图2 三刚体空间机构

固定参考系 (O, X) . 固连于基座, 附体参考系 $(O, X)_1, (O, X)_2$ 的原点分别固连于构件 1, 2 的质心, 使 x_0^3 通过关节轴 s_0 . x_1^3 平行 x_0^3, x_2^3 平行 x_1^3, x_1^1 同时垂直于 x_1^3, x_2^3 . 构件之间的旋量变换矩阵为

$$\hat{A}_0^1 = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S\psi & -C\psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ hS\psi & hC\psi & 0 & C\psi & -S\psi & 0 \\ -hC\psi & hS\psi & a_1 & S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & a_1C\psi & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\hat{A}_1^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S\theta & C\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2C\theta & -a_2S\theta & 1 & 0 & 0 \\ -a_2 & b_1S\theta & b_1C\theta & 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & -b_1C\theta & b_1S\theta & 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix}.$$

据式(1), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= [0 \quad 0 \quad \dot{\psi} \quad 0 \quad a_1\dot{\psi} \quad 0]^T; \\ \dot{V}_2 &= [\dot{\theta} \quad -\dot{\psi}S\theta \quad \dot{\psi}C\theta \quad -\dot{\psi}a_2S\theta \quad \dot{\psi}C\theta(a_1+b_1) - \dot{\theta}a_2 \quad \dot{\psi}S\theta(a_1+b_1)]^T; \\ \hat{F}_1^1 &= [0 \quad 0 \quad m_1g \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T, \hat{F}_2^2 = [0 \quad m_2gS\theta \quad m_2gC\theta \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T; \end{aligned}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad H_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \psi & 0 & \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta & 0 & -\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \psi & 0 & \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta & 0 \end{bmatrix};$$

$$\varnothing_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \varnothing_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

设: $D = a_1 + b_1, k_1 = b_1 + D, k_2 = C\theta - S\theta, k_3 = a_1C\psi - C\theta - b_1C\theta, k_4 = b_1S\theta - a_1C\psi S\theta$;

则根据式(2), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= [0 \quad 0 \quad \ddot{\psi} \quad 0 \quad a_1\ddot{\psi} \quad 0]^T; \quad \dot{V}_1' = [0 \quad 0 \quad \ddot{\psi} \quad 0 \quad D\ddot{\psi} \quad 0]^T; \\ \dot{V}_2 &= [\dot{\theta} - \dot{\psi}S\theta \quad -\dot{\psi}S\theta \quad \dot{\psi}C\theta \quad \dot{\psi}C\theta k_1 - \dot{\psi}a_2S\theta \quad \dot{\psi}C\theta k_1 - \dot{\theta}a_2 + \dot{\psi}a_2S\theta \quad \dot{\psi}S\theta k_1]^T. \end{aligned}$$

据式(3), 得

$$\begin{aligned}\hat{F}^1 &= [-\dot{\psi}^2 m_1 a_1 \quad \ddot{\psi} m_1 a_1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T; \\ \hat{F}^2 &= [m_2(\dot{\psi}\dot{\theta}C\theta k_1 - \ddot{\psi}a_2 S\theta) - \dot{\psi}m_2(\dot{\psi}C\theta D - \dot{\theta}a_2) \\ &\quad m_2(\ddot{\psi}C\theta k_1 - \ddot{\theta}a_2 + \dot{\psi}\dot{\theta}a_2 S\theta) + m_2(\dot{\psi}S\theta(\theta D - \psi a_2) \\ &\quad m_2(\dot{\psi}S\theta k_1 + m_2\dot{\theta}\dot{\psi}S\theta D \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T.\end{aligned}$$

据式(4),得

$$\begin{aligned}n_1^2 &= m_2 a_2 (\ddot{\psi} k_1 k_2 + 1/2 \dot{\psi} S 2\theta (\theta D - \psi a_2) - \dot{\psi} \dot{\theta} D S^2 \theta \\ &\quad + g k_2) + m_2 a_2^2 (1/2 \dot{\psi} \dot{\theta} S 2\theta - \ddot{\theta} C \theta); \\ n_3^1 &= m_2 \ddot{\psi} k_1 (k_3 C \theta + k_4 S \theta) + m_2 k_3 a_2 (\dot{\psi} \dot{\theta} S \theta - \ddot{\theta}) + m_2 \dot{\psi} \dot{\theta} D S \theta (k_3 + k_4) \\ &\quad - m_2 k_3 \dot{\psi} \psi a_2 S \theta - m_2 g (k_3 S \theta + k_4 C \theta).\end{aligned}$$

4 结论

(1) 本文用旋量方法,将速度、角速度、力和力矩的内在联系融合成一体,给出的旋量方程是一个简洁、更有规律性和系统性的机器人动力学模型。

(2) 在构件的质心建立附体参考系,由于惯性张量和质心加速度计算的简化,最终使关节力(力矩)的计算量减少。

参 考 文 献

- 1 Hollerbach J M. A recursive lagrangian formulation of the manipulation dynamics and comparative study of dynamic formulation. IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics, 1980, 10(11): 730~736
- 2 刘延柱,洪嘉振,杨海兴. 多刚体系统动力学. 上海:高等教育出版社,1989. 165~194
- 3 黄 真. 空间机构学. 北京:机械工业出版社,1991. 180~183

Spinor Method in Dynamics of Robot

Lin Ruilin Jiang Shaoyin Lin Bi

(Dept. of Prec. Mech. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A dynamic model of robot was studied by spinor method, which integrates velocity and angular velocity, force and moment into an organic whole and makes Newton-Euler method more concise and efficient. Relative to the mass center of each arm of a robot, a reference system is set up, which simplifies the calculation of inertial tensor and mass center acceleration and reduces the work load of calculation and thus ensures a rapid and real-time calculation.

Keywords dynamics of robot, spinor, Newton-Euler method