

部分预应力砼受弯构件的延性分析*

林雨生 方德平

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

摘要 采用弯矩-曲率法, 对部分预应力砼受弯构件, 在张拉、加载和卸载阶段分别进行受力特性的非线性分析, 并讨论了影响构件截面延性指标的主要因素. 文中提出部分预应力砼受弯构件曲率延性系数的计算方法.

关键词 部分预应力砼, 弯矩, 曲率, 延性

分类号 TU 378.1

部分预应力砼框架结构的抗震机理和普通砼结构基本相同, 即在考虑地震作用影响的时候都是以框架梁的临界截面(一般指框架梁端)在各柱开始屈服之前就进入屈服阶段; 并要求梁端截面在屈服后有足够的变形能力, 即首先在梁端形成塑性铰, 以期在地震水平力的作用下实现框架结构的梁铰机制, 降低框架结构的整体刚度, 并通过变形来耗散地震能量. 随着部分预应力砼结构在地震区的广泛运用, 人们日益重视其延性和耗能的能力. 但因为预应力钢材的应力-应变曲线没有比较确定的平稳屈服阶段, 部分预应力砼的屈服曲率及其延性系数相应较难确定, 至今还没有统一的定义. 本文采用弯矩-曲率法对受弯构件截面的受力状况进行全过程的非线分析, 以比较各种不同材料的力学特征、截面的几何特征以及荷载特征对构件 $M-\varphi$ 关系曲线的影响. 通过大量计算与分析比较, 提出一种曲率延性系数的简便计算方法. 目前已有许多文献^(1~3)可证实, 弯矩-曲率法的理论分析结果和实际试验数值吻合良好.

1 基本假定和材料的力学模型

1.1 基本假定

(1) 梁的截面受力前后, 其变形服从平截面法则; (2) 砼开裂后, 不考虑受拉区砼的作用; (3) 分析过程中, 预应力损失已完成; (4) 材料的应力应变关系为已知.

1.2 材料的力学模型

(1) 砼的应力-应变关系曲线. (a) 张拉阶段和加载阶段, 采用图 1a 中的曲线 1 所示二次抛物线的模型. 其应力应变关系式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \sigma_0 \left[2\epsilon_c / \epsilon_0 - (\epsilon_c / \epsilon_0)^2 \right] & (0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_0), \\ \sigma_c &= \sigma_0 & (\sigma_c = \sigma_0), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(b) 卸载过程如图 1a 中的曲线 2 所示, 其曲线方程⁽⁴⁾为

* 本文 1995-3-27 收到

$$\sigma_c = \sigma_{10}(\epsilon_c - 0.2\epsilon_{10}) / (1.8\epsilon_{10} - \epsilon_c), \tag{2}$$

式中 σ_c, ϵ_c 分别为砼的应力和应变; $\sigma_{10}, \epsilon_{10}$ 分别为卸载时的初应力与初应变; σ_0, ϵ_0 分别为砼轴心抗压强度和相应的应变值. 本文 $\sigma_0 = f_c, \epsilon_0 = 0.002$, 砼的极限压应变 $\epsilon_u = 0.0033$.

(2) 预应力筋的应力-应变关系曲线采用图 1b 所示的三折线模型. 其应力与应变关系式为

$$\sigma_p = \begin{cases} \epsilon_p \cdot E_p & (0 \leq \epsilon_p \leq \epsilon_e), \\ \sigma_e + (\epsilon_p - \epsilon_e)(\sigma_{0.2} - \sigma_e) / (\epsilon_{0.2} - \epsilon_e) & (\epsilon_e < \epsilon_p \leq \epsilon_{0.2}), \\ \sigma_{0.2} + (\epsilon_p - \epsilon_{0.2})(\sigma_b - \sigma_{0.2}) / (\epsilon_b - \epsilon_{0.2}) & (\epsilon_{0.2} < \epsilon_p \leq \epsilon_b), \end{cases} \tag{3}$$

式(3)中 σ_p, ϵ_p 分别为预应力筋的应力和应变; σ_e, ϵ_e 分别为预应力筋比例极限点的应力和应变; $\sigma_{0.2}, \epsilon_{0.2}$ 分别为预应力筋假定屈服点的应力和应变; σ_b, ϵ_b 分别为预应力筋破坏时的应力和应变. 预应力筋卸载采用与加载阶段初期相平行的曲线关系, 如图 1b 中的曲线 2 所示, 即卸载时的弹性模量采用初始弹性模量.

(3) 非预应力筋的应力-应变关系曲线如图 1c 所示, 曲线 1 为加载阶段; 曲线 2 为卸载阶段. 其应力-应变关系式为

$$\sigma_s = \begin{cases} \epsilon_s \cdot E_s & (0 \leq \epsilon_s \leq \epsilon_y), \\ f_y & (\epsilon_y \leq \epsilon_s), \end{cases} \tag{4}$$

其中 σ_s, ϵ_s 分别为钢筋的应力和应变; σ_y, ϵ_y 分别为钢筋屈服时的应力和应变.

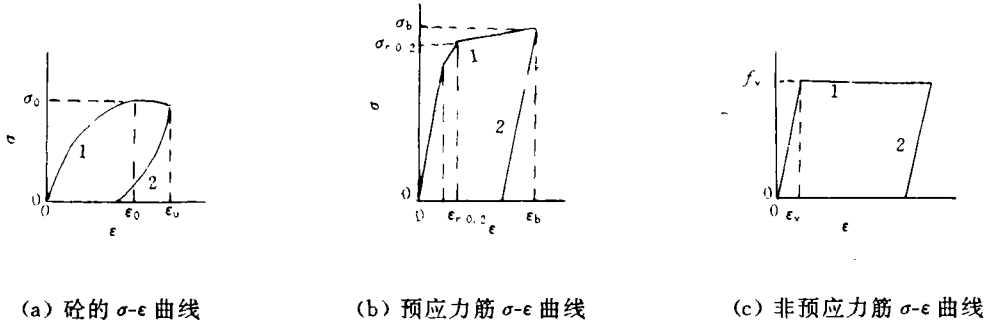


图 1 材料的 σ - ϵ 关系曲线

2 分析过程中计算方法的讨论

与钢筋砼结构不同的是, 预应力砼梁截面在受荷时, 主要是通过内力臂的增大来抵抗外力矩的增加, 尤其是在到达设计荷载之前, 预应力筋的应力增量较小; 而普通钢筋砼梁受荷时, 主要是靠增大钢筋的拉力和砼的压力来抵抗外力矩的增加, 其内力臂的变化相对来说较小. 然而, 预应力砼梁和钢筋砼梁内部的抵抗力矩都必须依靠力筋的受拉和砼的受压来提供^[5]. 在张拉预应力筋过程中, 当不考虑自重及次弯矩的影响时, 外力矩为零, 所以内力臂为零. 故张时预应力筋的拉力 $T = f_{pe} \cdot A_p$, 其中 f_{pe} 为扣除预应力损失后的有效预应力. 根据基本假定(3), f_{pe} 值不变, f_A 为预应力筋面积, 由力的平衡条件可得, 截面合压力 $C \Rightarrow T$, C 包括了砼及非预应力钢筋压力的合力, 合压力的作用点与预应力筋受拉点相一致. 以放张时的弯矩、曲率作

为加载阶段的初值,即 $M_0 = 0$, φ_0 可根据上述条件,用迭代或试算法求解. 加载阶段的计算框图见图 2. 图中, ϵ_1, ϵ_2 为梁截面上下边缘砼的压应变; T, C 为总的拉力和总的压力; 以加载至砼受压边缘应变达 ϵ_u 作为卸载过程的计算初值, 计算框图中 $\Delta\varphi$ 为负值, 以卸载至外力矩 M 为零时结束. 关键在于如何计算砼的压力和预应力筋的拉力.

2.1 张拉加载阶段的内力分析

2.1.1 砼合压力的计算 根据基本假定(1), 在张拉阶段和加载阶段, 砼的应变变化过程如图 3b 所示. 图中①为张拉阶段放张时截面的应变; ②是加载至消压时的应变(本文消压系指加载至力筋周围砼的应变为零); ③是加载至砼受压边缘的应变达 ϵ_u 时截面的应变. 各阶段砼合压力通过式(1)积分求解, 即

$$F_c = \int_0^{x_n} f_c b [(2\epsilon_c/\epsilon_0) - (\epsilon_c/\epsilon_0)^2] dx, \quad (5)$$

式中 x_n 为受压区高度, b 为截面宽度, 其余同式(1).

当截面受压区砼的应变呈三角形分布时, F_c 值为

$$F_c = f_c b x_n \epsilon_c (1 - \epsilon_c/3\epsilon_0)/\epsilon_0; \quad (6)$$

当截面受压区砼应变呈梯形分布时, F_c 值为

$$F_c = f_c b h (3\epsilon_1\epsilon_0 + 3\epsilon_2\epsilon_0 - \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 - \epsilon_1\epsilon_2)/3\epsilon_0, \quad (7)$$

式中 h 为截面高度, ϵ_1, ϵ_2 表示上、下边缘砼的压应变.

2.1.2 预应力筋拉力的计算 预应力筋的应变变化如图 3b 所示. 力筋的应变由三部分组成: 第一部分为张拉预应力筋至放张阶段, 放张时预应力筋的应变 $\epsilon_{p1} = f_{pe}/E_p$; 第二部分为放张后加载至消压时的应变 ϵ_{p2} , 该值等于放张时力筋周围砼的应变变化, 可由 φ_0 初值和基本假定(1)通过几何关系求出; 第三部分为消压后继续加载至截面受压区边缘砼应变达 ϵ_u 时力筋的应变 ϵ_{p3} . 将各阶段计算得到的力筋应变代入式(3)即可求得相应时刻力筋的应力 σ_p , 从而力筋的拉力 $F_p = \sigma_p \cdot A_p$. 极限状态时, 预

应力筋总应变值为 $\epsilon_p = \epsilon_{p1} + \epsilon_{p2} + \epsilon_{p3}$. 非预应力筋的应变可根据基本假定(1), 由几何关系求得各个不同阶段的应变值 ϵ_s , 然后将该值代入式(4), 并由 $F_s = \sigma_s \cdot A_s$ 计算各阶段的合力. 由于

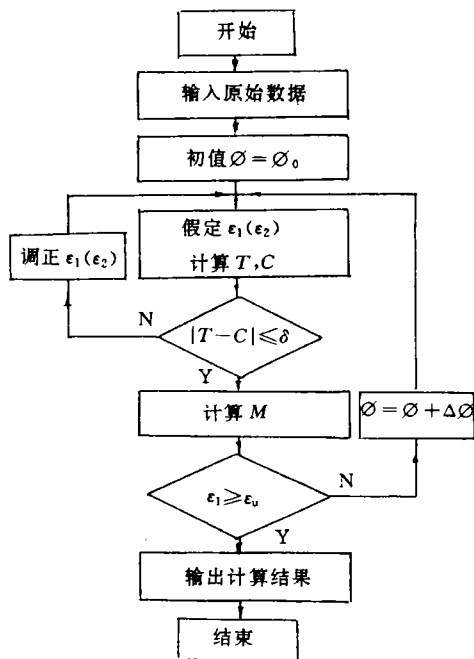
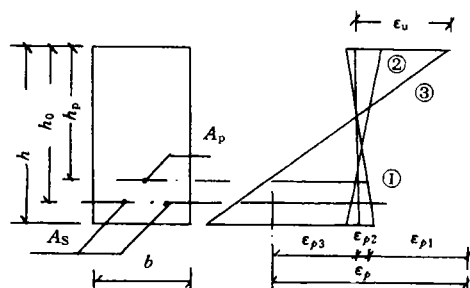


图2 加载阶段计算框图



(a) 截面尺寸 (b) 应变变化

图3 截面应变变化

非预应力筋的应变与其周围砼的应变相协调,因此各阶段所受的力可能受拉,也可能受压。

2.2 卸载过程内力分析

式(2)表明,砼在卸载过程中的应力值既与相应的应变有关,又与卸载时的初值 σ_{10} 、 ϵ_{10} 有关,因此难以用解析式来计算。本文采用近似法,将砼受压区分为 n 个条带(图 4),由式(1)计算第 i 条带卸载开始时的初应力 σ_{10} 和初应变 ϵ_{10} ,并代入式(2)得该条带的应力 σ_{ci} ,则砼的合压力为

$$F_c = \sum_{i=1}^n \sigma_{ci} \Delta A_i, \tag{8}$$

式中, n 为条带总数, ΔA_i 为第 i 个条带砼截面面积。

预应力筋和钢筋所受的拉力分别为

$$F_p = F_{p0} - \Delta \epsilon_p E_p A_p, \tag{9}$$

$$F_s = F_{s0} - \Delta \epsilon_s E_s A_s, \tag{10}$$

式中, F_{p0} 、 F_{s0} 分别为卸载初期预应力筋和非预应力筋的拉力,可由加载阶段确定; $\Delta \epsilon_p$ 和 $\Delta \epsilon_s$ 为从卸载开始至某卸载过程中预应力筋和非预应力筋应变的减小量,如图 4 所示。非预应力筋在卸载过程中,往往由受拉变为受压。由式(8),(9),(10)不难计算总的合力 T 和 C 。

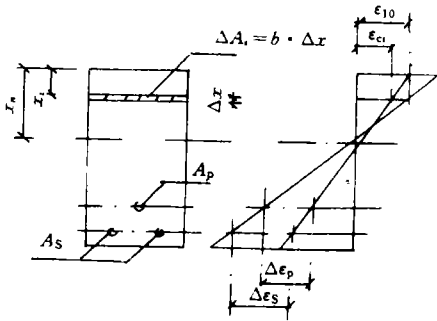


图 4 卸载过程应变图

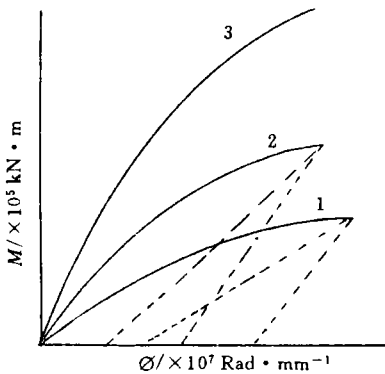
3 计算实例与结果分析

本文通过几组不同的参数,计算了配筋指数 $\omega = (f_{py}A_p + f_yA_s)/h_0bf_c$ 、预应力度 $\lambda = f_{py}A_p/(f_{py}A_p + f_yA_s)$ 、截面高度、砼的强度等,对砼梁截面 $M-\varphi$ 曲线的影响。其主要参数如下:(1) 预应力筋: $\sigma_c = 1\ 260\text{ MPa}$, $\sigma_{0.2} = 1\ 570\text{ MPa}$, $\sigma_b = 1\ 800\text{ MPa}$, $E_p = 2.01 \times 10^5\text{ MPa}$, 伸长率为 5%; (2) 非预应力筋: $f_y = 335\text{ MPa}$, $E_s = 2.0 \times 10^5\text{ MPa}$; (3) 截面宽度 $b = 200\text{ mm}$, 其余参数及部分计算结果见附表。

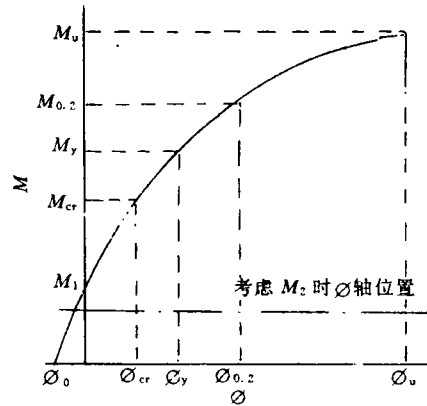
附表 $M-\varphi$ 曲线特征值

编号	ω	A_p/mm^2	A_s/mm^2	h/mm^2	f/MPa	$M/10\text{kN} \cdot \text{m} (\varphi/10^{-7}\text{rad} \cdot \text{mm}^{-1})$					
						(1)	(2)	(5)	(3)	(4)	(6)
1	0.15	388.1	202.1	800	29.5	0.0	7.4	12.4	28.7	38.1	42.3
						(-3.93)	0.0	7.9	33.4	79.0	190.6)
2	0.15	258.0	808.4	800	29.5	0.0	4.7	8.1	34.4	41.3	44.1
						(-2.2)	0.0	1.2	36.0	79.1	196.8)
3	0.15	431.2	0.0	800	29.5	0.0	8.5	13.8		37.2	42.0
						(-4.7)	0.0	2.1		79.1	189.0)
4	0.15	519.7	270.6	800	39.5	0.0	9.9	16.5	38.4	51.4	56.6
						(-3.9)	0.0	1.9	33.4	79.0	190.6)
5	0.15	489.6	254.9	1 000	29.5	0.0	13.7	21.7	48.4	63.8	71.2
						(-4.96)	0.0	1.6	26.1	62.3	149.6)
6	0.25	646.8	336.8	800	29.5	0.0	12.5	20.8	46.8	60.1	60.2
						(-6.6)	0.0	3.3	40.7	93.4	124.6)

附表取各不同阶段的 $M-\varphi$ 曲线特征值:(1) 放张预应力筋;(2) φ 为零,即 $M-\varphi$ 曲线与座标 M 轴相交点 M_1 为主弯矩;(3) 砼受拉区开裂瞬间;(4) 非预应力筋到达屈服点;(5) 预应力筋到达条件屈服点;(6) 砼受压区边缘达 ϵ_u 值. 图 5 给出另外几组不同参数的 $M-\varphi$ 关系曲线图. 实线表示加载阶段,虚线 a 表示卸载过程,虚线 b 表示相同配筋率的砼卸载曲线. 计算中以砼达极限应变为卸载初值,加载曲线和卸载曲线与坐标轴所图成的面积即为耗能能量. 由分析得知,配筋指数 ω 越低,其耗能越大;预应力度 λ 越小,耗能越大. 但从计算中发现,当 ω 较低时,在卸载过程,原张拉时建立的预加应力将会全部消失. 作为预应力结构,这点是值得考虑和探讨的. 图 6 表示各点所含特征值的意义,各特征点的 $M-\varphi$ 值连线表示 $M-\varphi$ 曲线的主要形状. 图 7 主要将附表中特征点的 $M-\varphi$ 值用折线图描绘,这样很容易比较出各种参数对

图 5 $M-\varphi$ 曲线

1. $\omega=0.1, h_0=765$; 2. $\omega=0.15, h_0=765$;
3. $\omega=0.15, h_0=965$

图 6 $M-\varphi$ 曲线特征值示意图

$M-\varphi$ 曲线各特征值以及对曲线形状的影响. 计算结果表明,配筋指数、截面高度、砼强度等都较显著地影响 $M-\varphi$ 曲线的形状和各特征值. 配筋指数 ω 越大,曲线上各特征点的弯矩也越大,但相应各点的曲率反而越小(除 $\varphi=0$ 以外). 图 7a 给出 ω 值分别为 0.15, 0.2, 0.25, 而其它参数均相同时的特征值折线图. 图 7b 各组线都是在同样配筋指数的条件下的 $M-\varphi$ 关系特征值折线图. λ 越大,即表示非预应力筋的面积所占的比例越小,放张时曲率 φ 绝对值越大. $\varphi=0$ 时相应的主弯矩 M_1 以及开裂弯矩 M_{cr} 越大,但对屈服弯矩 M_y 、条件屈服点弯矩 $M_{0.2}$ 以及极限弯矩 M_u 影响不大. 本例中 $M_y, M_{0.2}, M_u$ 均随 λ 减小反而略有增大,主要是由于非预应力筋较靠近受拉区边缘,内力臂较大而引起的. 当 f_y 增大时, M_y 也随着增大,但对相应的曲率 φ_y 影响不大. 截面的高度越大,从图 7b 曲线 4 可见,相应各特征点的弯矩有显著的增加,而曲率却较明显地减小;砼强度增大,各特征点的弯矩也随之增大,除开裂点的曲率减小外, $\varphi_y, \varphi_{0.2}, \varphi_u$ 均基本保持不变. 其它参数(如有效预应力、受压钢筋)的影响,都可以从 $M-\varphi$ 曲线分析得出(如有效预应力的值,对开裂时的 M_{cr}, φ_{cr} 有影响,对 M_y, φ_y 也有不小的影响,但对 $M_{0.2}, \varphi_{0.2}, M_u$ 和 φ_u 影响甚小).

根据计算结果进行比较和综合分析,笔者建议采用下式来计算部分预应力砼受弯构件的屈服曲率,即

$$\bar{\varphi}_y = \varphi_y (1 + k), \quad (11)$$

其中, $k = (\varphi_{0.2} - \varphi_y) / \varphi_{0.2}$, 式中各符号均与附表相同. 当极限曲率取砼应变 $\epsilon_u = 0.0033$ 时, 延性系数为

$$\mu = \varphi_u / \bar{\varphi}_y. \quad (12)$$

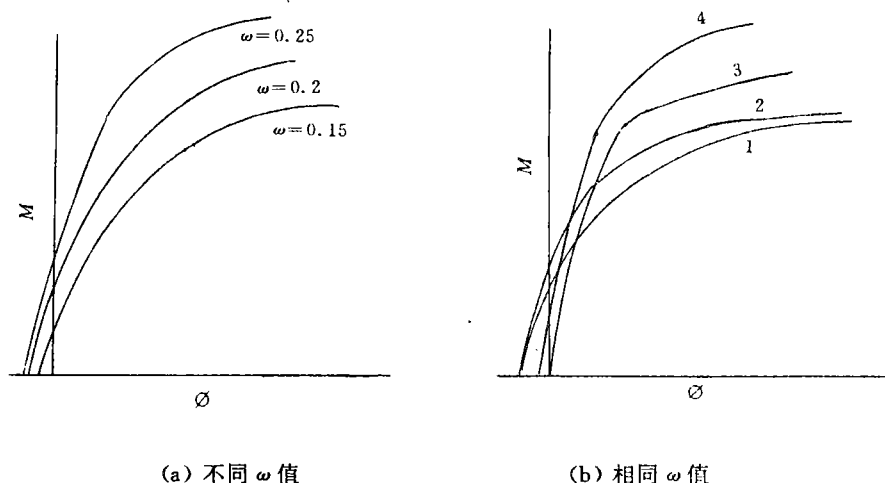


图 7 特征折线图

延性系数的计算既考虑了预应力筋条件屈服点的影响,又考虑了非预应力筋屈服点的影响. 不考虑开裂对延性的影响,这样便与普通砼结构相一致. 对附表各截面进行计算分析表明,配筋指数是影响延性系数的主要因素. 附表中截面 1,6 根据式(12)可分别求得 μ 为 3.6 和 2. 其余几项参数虽然影响了极限曲率,但相应的屈服曲率的比率也同样受影响,所计算的延性系数都较接近附表中编号 1 的截面.

4 结论

综上所述,可得到如下的结论.

(1) 由于影响部分预应力砼结构受力性能的因素较多,用 $M-\varphi$ 法对受弯构件进行全过程的非线性分析,可以进一步认识其受力机理和各影响参数间的关系,从而补充了试验数据之不足.

(2) 本文提出计算部分预应力砼受弯构件延性系数的方法较为简便,并考虑到非预应力筋屈服曲率和预应力筋条件屈服曲率等影响,可以比较客观地反映构件的延性性能.

(3) 配筋指数 ω 是影响延性系数的主要因素,配筋指数越低,延性系数越大. 当配筋指数相同时,预应力度的变化较显著地影响卸载时的耗能能力,但对延性系数(指曲率延性)影响不大. 考虑抗震时尚应分析滞回曲线的形状的影响(这方面工作尚待进一步探讨). 预应力度越小,下降段越接近普通钢筋砼的下降曲线,但此时对抗裂不利,且非预应力筋在张拉时受压,也

较大地影响砼预加应力的建立. 笔者认为, 预应力度宜取 $\lambda > 0.5$, 对于既要考虑抗裂的要求, 又要兼顾延性要求的情况, 提高砼的强度等级是较合适的.

参 考 文 献

- 1 王 逸. 无粘结部分预应力混凝土梁的延性分析. 建筑科学, 1993, (1): 19~24
- 2 杜拱辰. 部分预应力混凝土. 北京: 建筑工业出版社, 1990. 30~56
- 3 戴公连. 部分预应力混凝土受弯构件 $M-\varphi$ 特性曲线的分析. 见: 龙驭球主编. 首届结构工程学术会议论文集. 北京: 清华大学出版社, 1991. 432~437
- 4 朱伯龙, 董振祥. 钢筋混凝土非线性分析. 上海: 同济大学出版社, 1984. 7~67
- 5 Ling T Y. Design of prestressed concrete structures. 路湛沁等译. 北京: 中国铁道出版社, 1983. 7~40
- 6 林太珍, 饶 武, 夏靖华等. 高效预应力混凝土工程实践. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993. 139~146

Analysis of the Ductility of Partially Prestressed Concrete Flexural Members

Lin Yusheng Fang Deping

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract By flexure moment-curvature method, a nonlinear analysis is made on force-receiving characteristic of partially prestressed concrete flexural members during the stages of jacking, loading and unloading. The authors discuss the principal factors influencing ductility index of the section of member; and put forward a method for calculating ductility coefficient of the curvature of partially prestressed concrete flexural members.

Keywords partially prestressed concrete, bending moment, curvature, ductility