第17卷 第1期 华侨大学学报(自然科学版) Vol. 17 No. 1
1996年1月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Jan. 1996

积分形式的电容特性公式的应用*

林 文 枝

(华侨大学电气技术系，泉州 362011)

摘要 利用积分形式的电容特性公式，较合理地计算非平行板电容器的电容和具有相当普遍性的同轴非平行园柱形电容器的电容.

关键词 电容器，线性电容器，电容特性公式

分类号 TM 530.4

过去，一直利用电容定义式 $C=q/(v_1-v_2)$ 去计算各种电容器的电容，尽管所有的计算结果都已表明任何电容器的电容均取决于它的内部特性，即其几何形状和介质的性质与分布. 但是这一反映电容特性的普遍公式在1987年，研究交流网络基本方程的场论中[1]第一次被推导出来. 文〔2〕把此公式推广到介质为线性各向异性和介质为非线性的普遍情况中，文〔3〕又用三种不同的简单方法推导了这公式并着重介绍它在求电容方面的应用. 鉴于这个普遍的电容特性公式不仅对电容基本公式是个重要的遗补，而且对计算常用电容器的电容又显得特别简便，同时也提供了一类不同于传统计算的新方法，为了引起人们更加广泛的关注，本文针对文〔3〕中计算偏离对称性电容器的电容作出另一较合理的计算，同时对同轴锥台电容器加以伸展，计算了具有相当普遍性的同轴非平行园柱形电容器的电容.

1 积分形式的电容特性公式[4]

当电场 $\hat{\boldsymbol{E}}=\boldsymbol{E}_0e^{i\omega t}$ 谐变时，利用下面三式

$$\hat{\boldsymbol{D}}=\varepsilon C^{(0)}\hat{\boldsymbol{E}}, \tag{1}$$

$$\hat{j}^D=\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{D}}}{\mathrm{d}t}, \tag{2}$$

$$\hat{I}^D=\hat{j}^D_n S(l) \tag{3}$$

和高斯定理对电容器的内电路，研究位移电流迁移情况，得到它从正极板到负极板通过电容器内部充满电介质的全部空间所引起的电位降

$$\int\hat{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{l}}=\frac{\hat{I}^D}{i\omega}\int\frac{\mathrm{d}l}{\varepsilon^{(0)}(l)S(l)}, \tag{4}$$

---

* 本文1995-08-08收到

式中 $S(l)$ 为距离正极板为 l 处的一个等位面，$\hat{j}_a^D$ 为位移电流密度 $\hat{j}^D$ 在 $S(l)$ 上的平均密度，而积分路径是沿一条 $\hat{j}_a^D$ 的电流线 l 从正级板到负极板．式(4)表成介质中位移电流的欧姆定律

$$\hat{V} = \hat{Z}^C \hat{I}^D \tag{5}$$

的形式，从而反映出了电容复阻抗与电容器的几何形状、尺寸以及介质性质等有关

$$\hat{Z}^C = \frac{1}{i\omega}\int \frac{\mathrm{d}l}{\varepsilon^{(0)}(l)S(l)},$$

再根据复阻抗与电容的关系，就得电介质为线性各向同性的电容特性普遍公式

$$C = \frac{1}{\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}l}{\varepsilon^{(0)}(l)S(l)}}, \tag{6}$$

此式是电容定义式之外表达电容特性的另一个电容基本公式．当电容器为同心球形等对称形状时，可取两极板间任一电位降落为积分路径．

2 非平行板电容器的电容

有一边长为 b 的二个正方形平板，不是严格平行而是有一小类角 θ，如图 1 所示．设两极板间最短距离为 d，求电容．

文〔3〕在求电容时，令等位面表式为

$$S = \frac{2b^2}{1+\cos\theta},$$

并令积分路径为两极板间平均中场的力线，可见它是采用平均值求法．本文采用较为合理和准确的方法求之．

由于两平板有一小夹角 θ，显然，在两板间所有等分角面都是些等位面，其中一个与下极板夹角为 β 的等位面，它在纸面上的投影的边长为 $\dfrac{b}{\cos\beta}$，因此，它的等位面是

$$S(\beta) = \frac{b^2}{\cos\beta},$$

代入式(6)中

$$C = \frac{\varepsilon^{(0)}b^2}{\displaystyle\int_0^\theta \cos\beta \mathrm{d}l},$$

因偏离对称，积分路径应选在平均电场的力线上，即位于以 O 为园心，以 OM 为半径 r 的园弧上，则 $\mathrm{d}l = r\mathrm{d}\beta$，于是

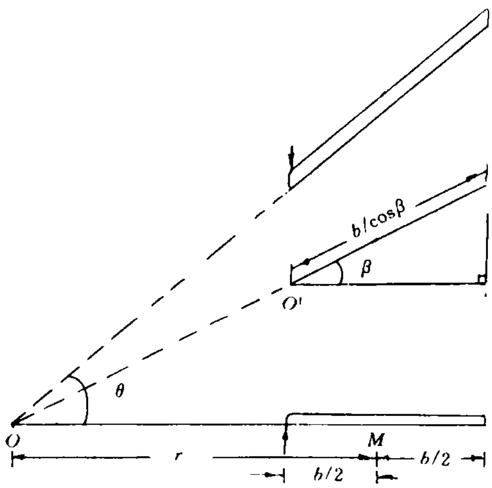

图 1　非平行板电容器截面图

$$C = \frac{\varepsilon b^2}{r\displaystyle\int_0^\theta \cos\beta \mathrm{d}\beta} = \frac{\varepsilon b^2}{r\sin\theta}.$$

式中 $r=\frac{b}{2}+\frac{d}{\mathrm{tg}\theta}$，代入上式得

$$C=\frac{\varepsilon b^2}{d\cos\theta(1+\frac{b}{2d}\mathrm{tg}\theta)},$$

当 $\theta\leqslant\frac{d}{b}$ 时，上式化为

$$C=\frac{\varepsilon b^2}{d}(1-\frac{b\theta}{2d}),\tag{7}$$

正是预期的结果．

3　同轴非平行园柱形电容器的电容

常用的同轴园柱形电容器，由于加工原因常使上、下底面外半径不一致，而呈现为同轴非平行园柱形电容(图2)，对此电容器可计算如下．

设有一个同轴非平行园柱形电容器，它的1/2剖截面图如图3所示．两极板分别是半径为 R_1 的园柱面和上，下半径为 R_2 和 R'_2 的外园锥台侧表面，高度为 h，其间充以均匀介质 ε，求电容．

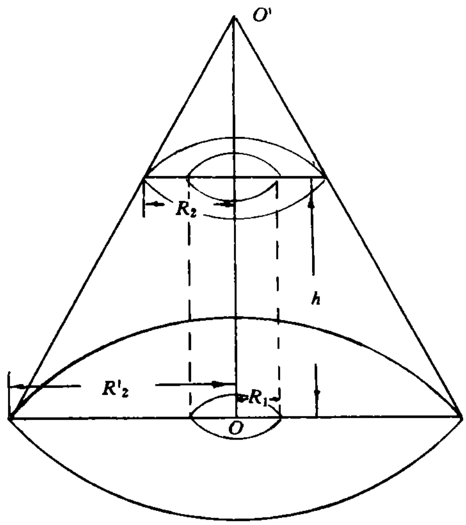

图2　同轴非平行园柱形电容器

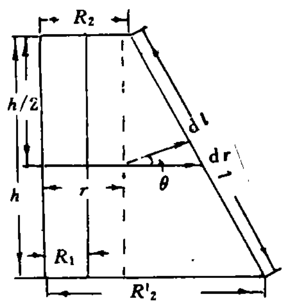

图3　同轴非平行园柱形电容器的1/2剖截面图

显然，两极板之间的等位面可近似看成是一族不同半径的园锥台的侧表面．取其中一个等位面，如图3中虚线所示，它在 $\frac{h}{2}$ 处半径为 r，其等位面方程为

$$S=\int\frac{2\pi r}{\cos\theta}\mathrm{d}h=\frac{2\pi rh}{\cos\theta},$$

又电力线是一族垂直于等位面的直线，在 $\frac{h}{2}$ 处的电力线为 l，它的长度元 $\mathrm{d}l=\cos(\mathrm{d}r)$．把 S 和 $\mathrm{d}l$ 代入式(6)得

$$C = \frac{1}{\frac{\cos^2\theta}{2\pi\varepsilon h}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}} = \frac{2\pi\varepsilon h}{\cos^2\ln(r_2/r_1)},$$

式中 $r_1=R_1, r_2=R_2+\frac{h}{2}\text{tg}\theta$,而 $\text{tg}\theta=\frac{R_2'-R_2}{h}$.

从而得所求电容为

$$C = \frac{2\pi\varepsilon h}{\cos^2\theta\ln(\frac{R_2'+R_2}{2R_1})},$$

当 $\theta=0$ 和 $R_2'=R_2$ 时,上式即是同轴园柱形电容器的电容

$$C = \frac{2\pi\varepsilon h}{\ln(R_2/R_1)},$$

正是预期的结果.

4 结束语

式(6)是电容的一个新的基本公式,它在求一般电容器的电容时也比传统方法简便得多.由于它推导出来时间不久,目前尚未引起人们的普遍注意,所以有必要予以推荐、宣传.期望在不久的将来,在电磁场、电磁学、电工和电路等教材中,能增补上这个新的电容基本公式.

参　考　文　献

1 陈棨年,电网络基本方程的场论.电子学报,1987,15(2):113～115

2 Chen S N. A set of new fonmulae of capacitance of a capacitor with no nlinear,anisotropic or isotropic dielectrics. Chinese J. of Electronics ,1988,5(1):60～66

3 陈棨年,何煜光.关于积分形式的电容公式及其应用.华侨大学学报(自然科学版),1989,10(4):372～381

4 陈棨年.一组从线性到非线性的电容特性普遍公式.科学通报,1991,36(1):24～27

Application of the Characteristic Formula of Capacitance in Integral Form

Lin Wenzhi

(Dept. of Electric Technique, Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract By applying the characteristic formula of capacitance in integral form, a calculation is reasonably made on the capacitance of nonparallel-plate capacitor as well as the capacitance of coaxial nonparallel cylindrical capacitor in general use.

Keywords capacitor, linear capacitor, characteristic formula of capacitance