

# 楼板优化的计算机辅助设计\*

王浩 王金凤

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

**摘要** 在计算机辅助建筑结构工程中,采用拉格朗日乘子法求解;与 Auto CAD 的接口,选择了使用方便、安全可靠的 SCR 接口形式,本计算机辅助设计能使楼板优化结果自动生成施工图。

**关键词** 楼板,优化,计算机辅助设计,建筑结构工程

**分类号** TU 201.4

由于整体建筑结构优化需要考虑的因素很多,使问题复杂而难以解决。因此,便把整个建筑拆开成若干部分,分别使之优化,最后再综合统一,使结果符合实际要求,从而实现建筑结构的整体优化。分部优化的集合是否符合整体优化是不肯定的,其集合是否收敛也难以肯定;不过,不肯定并不意味着不能解决问题。我们可采用分部优化的方法,并充分利用前人对于构件优化的研究结果,使问题得到圆满的解决。

满铺整个楼面的钢筋砼楼板是经常遇到的结构形式,其建筑成本经济与否便显得十分重要。用传统设计方法设计的板虽也能满足使用等方面的要求,但不一定是最经济的,而优化后的板则肯定是最经济的。楼板中也有多种情况,本文是对最基本的结构——单向板进行优化,其目的是使板的造价最低。

## 1 建立数学模型

(1) 确定设计变量。设计变量个数越多,结构优化问题越复杂,所需的计算时间也越长。从另一方面来说,其设计的自由度便愈大,可望取得的结果也愈好。所以要选择地优化结果最有影响的参数作为设计变量。在单向板结构中,由钢筋和混凝土两种材料构成,因此,选择钢筋面积  $A_s$  和楼板有效厚度  $h_0$  作为设计变量。

(2) 确定目标函数。它是设计变量的函数,是判别结构设计优劣的标准。根据需要,可选结构的体积、重量、变形等作为目标函数。其中最常用的是结构最轻,但结果并不一定是最好的结构。从重量角度讲,砼的重量占的比例较大;从材料价格讲,钢筋则占较大比重。设计出来的必然是截面较小、钢筋配置较多的结构,显然,这是不经济的。所以,本文取每平米板的造价作为目标函数具有更大的现实意义。每平方米的造价可用  $C$  表示,其值主要由钢筋和砼的造价决定。

\* 本文 1995-01-25 收到;福建省自然科学基金资助项目

(3) 确定约束条件. 约束条件一般有两类: 一是设计规范等规定和要求的, 如板的最小厚度、最大和最小配筋率等; 注意不要遗漏一些显而易见的约束条件, 如边界约束条件; 否则得到的优化结果可能无现实意义; 二是对结构的强度、稳定、频率等的限制, 这必须通过复杂的结构计算才能求得, 与设计变量无直接关系. 本文将确定抗变强度约束条件、刚度约束条件、构造要求、配筋率限制、边界约束条件. 下面建立其数学模型. 其目标函数为

$$\begin{aligned} C &= C_h \times [1\ 000 \times 1\ 000 \times (h_0 + a)] - C_h \times A_{st} \times 1\ 000 \\ &\quad + C_g \times 7.85 \times A_{st} \times 1\ 000 \\ &= 0.478 h_0 + 0.034 A_s + 7.17. \end{aligned} \quad (1)$$

其约束条件为

$$\begin{aligned} M - f_y A_s (h_0 - \frac{f_y A_s}{2b f_{mc}}) &\leq 0, \\ M - 210 A_s h_0 + 2.0045 A_s^2 &\leq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$h_0 = \max \begin{cases} [h_0] = L/35 - a, \\ h_{\min} = \begin{cases} \text{民用建筑 } 55 \text{ mm}, \\ \text{工业建筑 } 65 \text{ mm}, \\ \text{屋面板 } 45 \text{ mm}, \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

$$\rho = A_s / 6 h_0 \geq \rho_{\min} = 0.15\%^{(1)}, \quad (4)$$

$$\rho = A_s / 6 h_0 \leq \rho_{\max} = 3.2\%^{(2)}. \quad (5)$$

除此之外, 设计变量  $A_s$  和  $h_0$  还肯定要分别满足  $A_s \geq 0, h_0 \geq 0$ , 上述数学模型中,  $A_s$  为每米宽受力钢筋面积,  $A_{st} = 1.2 A_s$  (式中 1.2 系数考虑到增加构造筋及损耗等);  $a$  为板的保护层厚度;  $C_h$  为砼造价, 取其值为每  $\text{mm}^3 4.78 \times 10^{-7}$  元;  $C_g$  为钢筋造价, 取其值为每  $\text{kN} 368$  元;  $M$  为板承受变矩;  $f_y$  为 I 级钢抗拉设计强度;  $f_{mc}$  为 C20 砼抗变设计强度;  $[h_0]$  为允许有效板厚;  $L$  为板的计算跨度;  $\rho$  为配筋率.

## 2 问题优化

本文的数学模型属于非线性规划问题, 可选择拉格朗日乘子法求最优解<sup>[2]</sup>. 其方法如下: 设不等式约束条件为  $g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0$  ( $j=1, 2, \dots, m$ ), 将其变成等式约束条件 (引入松弛变量  $s_j^2$ ), 则为  $g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) + s_j^2 = 0$  ( $j=1, 2, \dots, m$ ). 这样, 就把极值问题转化为求下式

$$Z(X, \lambda, S) = C(x) + \sum_{j=1}^m \lambda_j [g_j(X) + S_j^2] \quad (6)$$

的无约束极值问题.

$Z$  为极值的必要条件为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial x_i} &= \frac{\partial C}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial g_j}{\partial x_i} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n), \\ \frac{\partial Z}{\partial \lambda_j} &= g_j + s_j^2 = 0 \quad (j=1, 2, \dots, m), \\ \frac{\partial Z}{\partial s_j} &= 2\lambda_j s_j = 0 \quad (j=1, 2, \dots, m), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中共包含 $(n+2m)$ 个方程式,可用以求解 $x_i^*$  ( $i=1,2,\dots,n$ )、 $\lambda_j^*$  ( $j=1,2,\dots,m$ )及 $s_j^*$  ( $j=1,2,\dots,m$ ),总共 $(n+2m)$ 个未知量.

数学模型按照拉格朗日乘子法可如下求解.

引入 $s_j^*$ ,则式(2),(3)变为下面等式

$$\left. \begin{aligned} M - 210 A_s h_0 + 2.0045 A_s^2 + s_1^2 &= 0, \\ L/35 - h_0 - 15 + s_2^2 &= 0, \\ 55 - h_0 + s_3^2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

将式(1),(8)代入式(6),则得

$$\begin{aligned} Z = & 0.478 h_0 + 0.034 A_s + 7.17 + \lambda_1 (M - 210 A_s h_0 \\ & + 2.0045 A_s^2 + s_1^2) + \lambda_2 (L/35 - h_0 - 15 - s_2^2) \\ & + \lambda_3 (55 - h_0 + s_3^2), \end{aligned} \quad (9)$$

对式(9)分别求导,则得 $Z$ 为极小值的必要条件为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial h_0} &= 0.478 - 210 A_s \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 = 0, \\ \frac{\partial z}{\partial A_s} &= 0.034 - 210 h_0 \lambda_1 - 4.009 A_s \lambda_1 = 0, \\ \frac{\partial z}{\partial \lambda_1} &= M - 210 A_s h_0 + 2.0045 A_s^2 + s_1^2 = 0, \\ \frac{\partial z}{\partial \lambda_2} &= L/35 - h_0 - 15 + s_2^2 = 0, \\ \frac{\partial z}{\partial \lambda_3} &= 55 - h_0 + s_3^2 = 0, \quad \frac{\partial z}{\partial s_1} = 2\lambda_1 s_1 = 0, \\ \frac{\partial z}{\partial s_2} &= 2\lambda_2 s_2 = 0, \quad \frac{\partial z}{\partial s_3} = 2\lambda_3 s_3 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

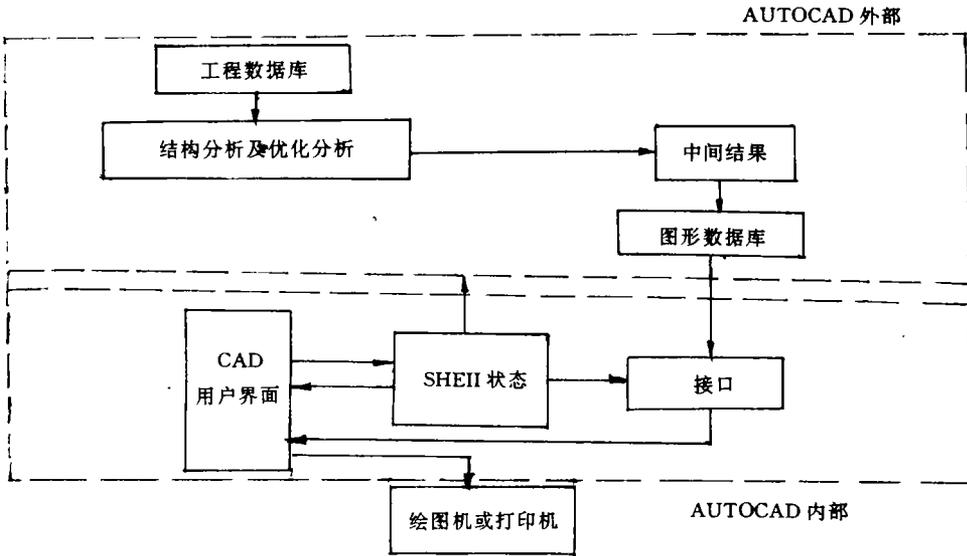
对式(10)求解,当 $\lambda_2 = s_1 = s_3 = 0$ 时,即可求出板跨 $L$ 为1.7~2.4 m情况下的优化解为 $A_s^*$ ,  $h_0^*$ ,  $\lambda_1^*$ ,  $s_2^*$ ,  $\lambda_3^*$ ;当 $\lambda_3 = s_1 = s_2 = 0$ 时,可求出 $L$ 为2.5~2.7 m情况下的优化解为 $A_s^*$ ,  $h_0^*$ ,  $\lambda_1^*$ ,  $\lambda_2^*$ ,  $s_3^*$ .

### 3 CAD在楼板优化中的应用

采用的微计算机系统包括AST 386微机、EPSON打印机.采用的软件系统是以汉化Auto CAD V 2.6作为支撑软件;以Auto CAD丰富的图形处理功能来完成图形的输入/输出和人机对话.内力分析程序用FORTRAN 77编写.优化分析程序和数据库文件用Turbo C编写.CAD系统结构框图见附图.

### 4 图形数据库的建立

(1)图形数据库的几个约束条件.使结构优化分析的结果自动生成一张施工图,应具备下面几个约束条件.结构优化分析结果决定图形的几何尺寸;制图规范主要决定图形的规范形式;结合专业进行图形规范处理的专业规范;狭义专家系统和广义专家系统提供制图信息.



附图 CAD 系统结构框图

(2) 图形和文字数据的产生. 图形部件分为结构平面图, 剖面图、图框和图标以及说明.

(3) 图形数据库的产生. 开发的基本图素模块: 图框块、图标块、剖面图块、尺寸标注参数块、剖面图的标注块、结构平面图的标注块、说明块和画图块.

(4) 与 Auto CAD 的接口. 选择 SCR 接口, 其使用方便、可读、易改. 因为 Auto CAD 的绘图功能只能表现在其作为其他应用软件的支撑作用之上. 数据库是在选定了接口方式之后才研制而成的. 接口程序正是在图形库中若干总体描述信息的控制下, 将记录区的内容逐一“翻译”成 Auto CAD 的 SCR 文件.

(5) 图形的实现. 选择进入 Auto CAD 绘图目录, 打入 Script 命令, 便自动生成施工图. 此时仍可对施工图进行一些人为干预, 直至满意为止.

### 5 板的优化分析与结论

平面楼板结构的布置型式范围如下: 次梁间距一般为 1.7~2.7 m; 次梁跨度一般为 4~6 m. 所以, 板跨取 1.7~2.7 m. 本文优化的结果同时满足所有约束条件. 从输出结果可发现, 其中  $\lambda_1$  值都为正数, 说明强度约束全部起控制作用. 其他  $\lambda$  值有时为零; 有时为正数. 说明板跨取 1.7~2.4 m 时, 起控制作用的还有构造要求; 而板跨取 2.5~2.7 m 时, 起控制作用的还有刚度要求; 其他约束条件均可满足. 从输出结果还可知道, 配筋率在 0.221%~0.950% 之间, 这是优化结果提出的多种情况的最佳配筋率. 有关资料提供的板的经济配筋率在 0.4%~0.8% 之间<sup>[3]</sup>. 因此, 本文的配筋率与此基本符合, 说明优化结果较经济; 且绝对满足正常使用情况下的各方面条件, 并安全可靠. 优化后的板的造价, 是每平方米内混凝土和钢筋的造价之和, 并没有考虑材料加工、模板、安装等因素. 因此, 得到的值只是结构层材料本身的造价, 比我们平时所认为的造价要少.

优化分析与目前使用的设计方法的结果比较见附表, 表中  $L$  表示跨距. 由附表可知, 优化的板偏厚, 造价偏少; 另一方面, 对整体结构来说, 偏厚的板会使结构重量稍有增加, 但仍在

合理范围之内。

附表 相同情况下优化与未优化的造价(元)比较

| $L/m$ | 1.7  | 1.8  | 1.9  | 2.0  | 2.1  | 2.2  | 2.3  | 2.4  | 2.5  | 2.6  | 2.7  |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 优化    | 38.2 | 38.7 | 39.4 | 40.0 | 40.7 | 41.4 | 42.0 | 43.0 | 44.9 | 46.6 | 48.3 |
| 未优化   | 45.1 | 45.1 | 45.1 | 45.1 | 45.4 | 45.8 | 46.1 | 46.5 | 51.5 | 51.9 | 52.4 |

综上所述,我们可得出如下的结论:

(1) 从  $\lambda_j (j=1,2,3)$  值可看出,对优化结果起控制作用的除了强度约束条件外,可能还有刚度约束条件或构造要求,其同时满足配筋率要求和边界约束条件;

(2) 本文提出各种荷载情况下,不同板跨的最佳配筋率;它满足最大和最小配筋率限制,并且比有关资料提出的经济配筋率更经济和更合理;

(3) 优化后的造价比工程设计方法的造价低。这是由于砼的造价远低于钢筋的价格及优化所选的板偏厚之故。

### 参 考 文 献

- 1 中华人民共和国原城乡建设环境保护部. GBJ10-89 混凝土结构设计规范. 北京:中国建筑工业出版社, 1989. 96~97
- 2 江爱川. 结构优化设计. 北京:清华大学出版社, 1988. 30~40
- 3 许占发. 建筑结构设计. 北京:北京科学技术出版社, 1992. 191~192

## Computer-Aided Design of an Optimized Floor

Wang Hao Wang Quanfeng

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** In computer-aided architectural working of floor, the method of Lagrange multiplier is adopted for solving and SCR interfac is chosen as a handy and reliable interface for AUTOCAD. By which an architectural working drawing is automatically generated for the optimization of floor.

**Keywords** floor, optimization, computer-aided design, architectural working