

预应力砼梁截面的预应力度与弯曲延性分析*

方 德 平

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

摘要 提出预应力砼截面弯矩-轴力-曲率关系的计算方法,并计算了不同预应力度下载面的弯矩-曲率关系.指出预应力度对弯曲延性的影响,同时提出增加弯曲延性的方法.

关键词 预应力砼,截面,预应力度,非线性,弯矩,曲率

分类号 TU 378.1

预应力砼结构具有多方面的优越性,在我国土建工程中的应用越来越广泛.一般认为,由于施加了预应力,结构的刚度和抗裂度加大,延性降低,对抗震不利.作为抗震的预应力结构应有足够的弯曲延性,延性随预应力筋的配筋率 ρ 的降低而明显增加.因此提出了限制配筋指数,即减小配筋数量和面积的设计范围来保证构件有足够的延性^[1].然而这样并不利于充分发挥预应力结构的优越性.近年来,预应力度概念愈来愈为工程界所接受^[2],通过选择合适的预应力度来保证构件的延性.当具有一定延性的梁在较大的外弯矩作用下,砼的非线性变形越来越明显,预应力筋和非预应力筋可能进入材料的非线性范围或屈服阶段,所以必须进行全过程的非线性分析来探讨构件的延性,从而得出预应力度与延性的关系,并提出提高延性的措施.

1 截面的弯矩-轴力-曲率关系^[3]

本文对构件作出如下六个基本假设.(1)截面变形服从平截面假设.(2)预应力筋与非预应力筋和砼之间的粘结良好,受力后与砼的应变协调.(3)在预应力单独作用下或砼开裂前,构件处于线弹性状态.(4)砼的应力-应变曲线如图1所示,其方程为

$$\sigma_c = f_c [2\epsilon_c/\epsilon_o - (\epsilon_c/\epsilon_o)^2], \quad (1)$$

式中 σ_c, ϵ_c 为砼的应力和应变; f_c 为砼抗压强度; ϵ_o 为压应力 f_c 时的应变,可取 0.002 ; ϵ_{cu} 为砼的最大应变,可取 0.0033 ,不计开裂截面的拉应力.(5)预应力筋的应力-应变关系简化为图2的三折线. σ_p, ϵ_p 为预应力筋的应力和应变; σ_e, ϵ_e 为其应力和应变的弹性极限; $\sigma_{0.2}, \epsilon_{0.2}$ 为其条件屈服强度和应变; $\sigma_{pu}, \epsilon_{pu}$ 为其抗拉强度和应变; E_s, E_1, E_2 为三段相应的弹性模量.(6)非预应力筋的应力-应变关系简化为理想弹塑性,即

* 本文1994-10-05收到

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= E_s \epsilon_s \quad \epsilon_s \leq \epsilon_{sp}, \\ \sigma_s &= f_{su} \quad \epsilon_s > \epsilon_{sp}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 σ_s, ϵ_s 为非预应力筋的应力和应变; f_{su} 为其抗拉(压)强度; ϵ_{sp} 为其屈服应变, 即 $\epsilon_{sp} = f_{su}/E_s$.

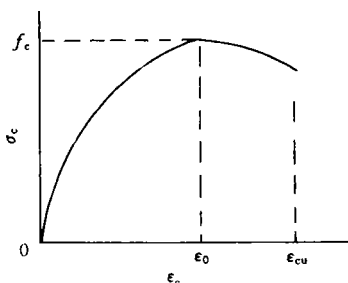


图1 砼的应力-应变关系

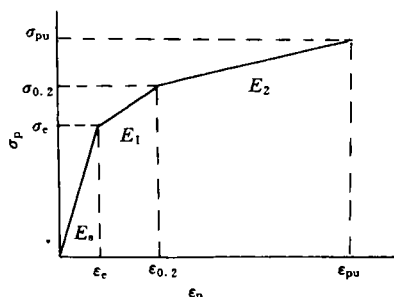
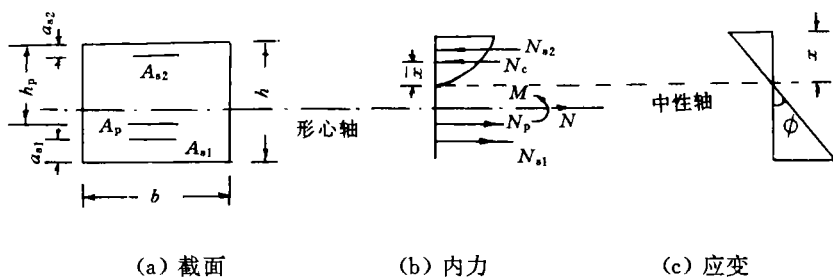


图2 预应力筋的应力-应变关系

对于未开裂截面($M < M_{cr}$), 其曲率 φ 及砼和钢筋应力可由材料力学公式计算, 此处不再赘述. 对于已开裂截面的力学分析, 本文提出以下计算方法. 图3中, A_{s1}, A_{s2} 分别为受拉、受压非预应力筋面积, A_p 为预应力筋面积, a_{s1}, a_{s2}, h_p 为非预应力筋、预应力筋至截面边缘的距离, x 为受压区高度, N_p, N_{s1}, N_{s2} 为预应力筋和受拉、受压非预应力筋的总拉(压)力, N_c 为砼压应力合力, 合力点至中性轴为 \bar{x} .



(a) 截面

(b) 内力

(c) 应变

图3 开裂截面的应变及内力

结合图3及式(1), 得砼受力为

$$N_c = f_c b x^2 \varphi / \epsilon_0 - f_c b x^3 \varphi^2 / 3 \epsilon_0^2, \quad (3)$$

$$N_c \bar{x} = 2 f_c b x^3 \varphi / 3 \epsilon_0 - f_c b x^4 \varphi^2 / 4 \epsilon_0^2, \quad (4)$$

预应力筋应变为

$$\epsilon_p = \epsilon_{p0} + \varphi(h_p - x), \quad (5)$$

其中 ϵ_{p0} 为预应力筋处砼应变等于零时的预应力筋应变, 其值为

$$\epsilon_{p0} = N_{p0} / E_s A_p + N_{p0} / E_c A + N_{p0} (h_p - h/2)^2 / E_c I \quad (6)$$

式中 N_{p0} 为有效预拉力; E_c 为砼弹性模量; A, I 为截面面积、惯性矩.

结合式(5)及图2, 可得预应力筋拉力为

$$N_p = C_1 + C_2 (h_p - x) \varphi, \quad (7)$$

其中当 $\epsilon_p \leq \epsilon_e$ 时, $C_1 = \epsilon_{po} E_s A_p$, $C_2 = E_s A_p$; 当 $\epsilon_e \leq \epsilon_p \leq \epsilon_{0.2}$ 时, $C_1 = [\sigma_e + (\epsilon_{po} - \epsilon_e) E_1] A_p$, $C_2 = E_1 A_p$; 当 $\epsilon_{0.2} \leq \epsilon_p \leq \epsilon_{pu}$ 时, $C_1 = [\sigma_{0.2} + (\epsilon_{po} - \epsilon_{0.2}) E_2] A_p$, $C_2 = E_2 A_p$. 非预应力筋受力为

$$\epsilon_{s1} = \varphi(h - x - a_{s1}), \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} N_{s1} &= A_{s1} E_s \epsilon_{s1} & \epsilon_{s1} &\leq \epsilon_{sp}, \\ N_{s1} &= A_{s1} f_{su} & \epsilon_{s1} &> \epsilon_{sp}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\epsilon_{s2} = \varphi(x - a_{s2}), \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} N_{s2} &= A_{s2} E_s \epsilon_{s2} & \epsilon_{s2} &\leq \epsilon_{sp}, \\ N_{s2} &= A_{s2} f_{su} & \epsilon_{s2} &> \epsilon_{sp}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由平衡关系得

$$\begin{aligned} f_c b x^2 \varphi / \epsilon_0 - f_c b x^3 \varphi^2 / 3 \epsilon_0^2 + A_{s2} E_s (x - a_{s2}) \varphi - A_{s1} E_s (h - x - a_{s1}) \varphi \\ - C_1 - C_2 (h_p - x) \varphi = -N, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} 2 f_c b x^3 \varphi / 3 \epsilon_0 - f_c b x^4 \varphi^2 / 4 \epsilon_0^2 + A_{s2} E_s (x - a_{s2})^2 \varphi + A_{s1} E_s (h - x - a_{s1})^2 \varphi \\ + [C_1 + C_2 (h_p - x) \varphi] (h_p - x) = M + N (h/2 - x). \end{aligned} \quad (13)$$

式(12)×(3/4x)−式(13)得

$$\varphi = Y/Z \quad (14)$$

式中 $Y = NX/4 - M - Nh/z - C_1(x/4 - h_p)$; $Z = f_c b x^3 / 12 \epsilon_0 - A_{s2} E_s (x - a_{s2})(x/4 - a_{s2}) - A_{s1} E_s (h - x - a_{s1})(h - x/4 - a_{s1}) - C_2(h_p - x)(h_p - x/4)$.

式(12), (13), (14)中非预应力筋均处于线弹性状态, 即 ϵ_{s1} 和 ϵ_{s2} 小于 ϵ_{sp} , 若处于塑性状态, 即 ϵ_{s1} 或 ϵ_{s2} 大于 ϵ_{sp} , 则 N_{s1}, N_{s2} 采用式(9), (11)中另一表达式代入式(12), (13), 得出的式(14)也略有不同, 推导从略. 依以上公式推导, 编排了相应的计算程序, 步骤如下:

(1) 判定截面开裂与否, 若未开裂, 按材料力学计算.

(2) 已开裂截面, 对不同的受压区高度 x 值进行循环, 由式(14)求出曲率 φ , 代入式(12), 直至满足设定的精度要求, 式(12)成立, 求得 x, φ . 由于方程的多解, 应对 x, φ 加以一定的约束, 如式(14)求得 $\varphi > 0$, 砼最大应变 $\epsilon_{cmax} = \varphi x \leq 0.0033$ 等约束条件, 才能求得正确的解.

(3) 把求得的 x, φ 代入式(5), (6), (7), 判定预应力筋的屈服阶段; 代入式(8), (10), 判断非预应力筋是否屈服.

(4) 比较步骤(3)中屈服状态与步骤(2)中屈服状态是否一致. 若不一致, 以步骤(3)屈服状态代入步骤(2), 重新计算, 直至二者屈服状态一致为止. 此时破坏条件为 $\epsilon_{cmax} \geq 0.0033$ 或 $\epsilon_p > \epsilon_{pu}$.

经过比较, 本计算方法具有计算稳定的特点. 本文的 $M-N-\varphi$ 公式实现了预应力、非预应力和梁、柱的计算统一.

2 算例与分析

图4为截面尺寸. 本算例不考虑受压钢筋的作用. 计算数据为 砼 $E_c = 2.8 \times 10^4$ MPa, $f_c = 35$ MPa; 非预应力筋为 $E_s = 2 \times 10^5$ MPa, $f_{su} = 335$ MPa; 预应力筋为 $E_1 = 8.79 \times 10^4$ MPa, $E_2 = 6.96 \times 10^3$ MPa, $\sigma_e = 1256$ MPa, $\epsilon_e = 6.28 \times 10^{-3}$, $\sigma_{0.2} = 1570$ MPa, $\epsilon_{0.2} = 9.85 \times 10^{-3}$, $\sigma_{pu} = 1650$ MPa, $\epsilon_{pu} = 21.3 \times 10^{-2}$. 有效预应力为 $\sigma_{po} = 900$ MPa. 截面使用弯矩 $M_s = 365.4$

kN·m,设计弯矩 $M=475\text{ kN}\cdot\text{m}$.

按照预应力度法^[2],砼、预应力筋和非预应力筋采用设计强度分别为 26 MPa,1 070 MPa,310 MPa. 所需预应力筋、非预应力筋面积如表 1 所示.

图 5 为不同预应力度度的截面弯矩-曲率关系. 从图 5 可看出,随着预应力度提高,梁的最大曲率($\epsilon_c=0.003\ 3$)减小了,非线性变形也相应减小,即延性减小. 本文以曲率为延性的指标,由于预应力筋的设计强度取值较低,与其标准强度有相当的差值,所以预应力度提高,梁破坏弯矩亦随之提高. 表 2 为不同预应力度度的破坏弯矩、曲率、预应力筋和非预应力筋应力.

从表 2 可知,对适筋梁来说,非预应力筋在梁破坏时都能达到屈服阶段. 当预应力度 $\lambda>0.5$ 时,预应力筋的应力都达不到 $\sigma_{0.2}$,此时力筋的塑性得不到发挥,因此降低了梁的延性. 一般来说,预应力筋的最大应变可达 2%~3%,这值对梁来说是充分的,可确保砼先压坏而不是力

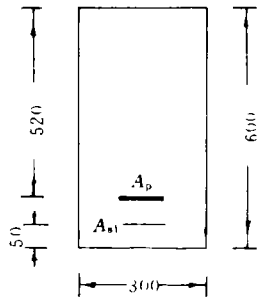


图 4 截面尺寸

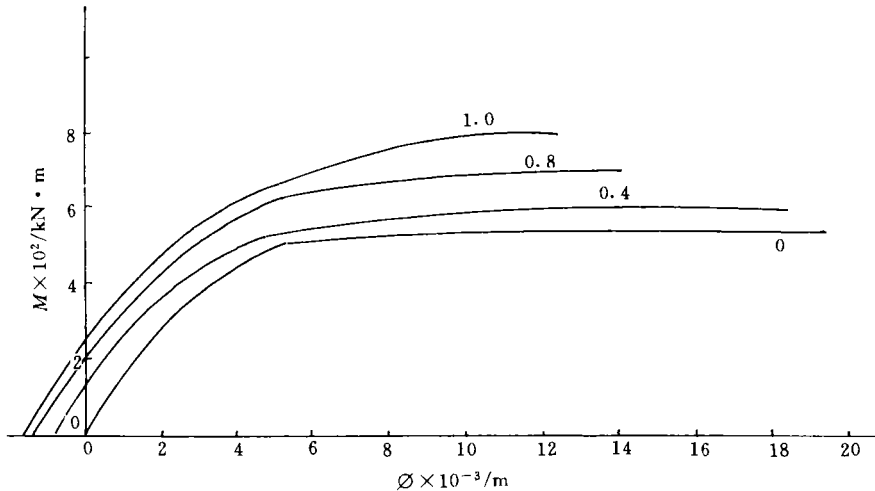


图 5 不同预应力度度的截面弯矩-曲率关系

筋先拉断. 保持预应力度不变,加大有效预拉应力,减小力筋面积,就能发挥预应力筋延性,增

表 1 不同预应力度度的非预应力筋和预应力筋面积

λ	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
A_s/mm^2	3 143	2 329	1 516	761.3	0	0
A_p/mm^2	0	253.7	507.5	702.5	1 015	1 268

表 2 不同预应力度度的 $M,\sigma_p,\sigma_s,\varphi$ 值

λ	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$M/\text{kN}\cdot\text{m}$	522	566	607	645	690	785
σ_p/MPa	0	1 580	1 574	1 567	1 551	1 154
σ_s/MPa	335	335	335	335	335	335
φ/km	20.1	18.0	16.1	14.8	14.5	118

大了梁延性. 如图6, σ_{p0} 由900MPa提高到1000MPa, 破坏时 $M=602\text{ kN}\cdot\text{m}$, $\sigma_p=1581\text{ MPa}$,

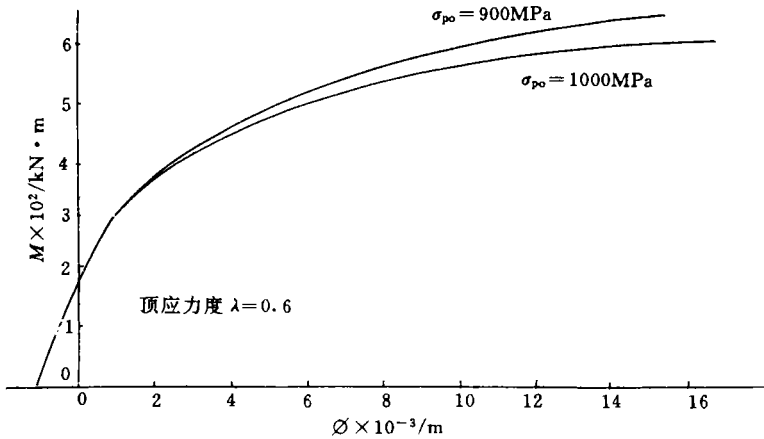


图 6 不同预拉应力 σ_{p0} 截面弯矩-曲率关系

$\varphi=17.3\times10^{-3}\text{ m}^{-1}$. 与表 2 比较, 曲率增加了 17%. 选取适当的预应力度, 也能保持梁一定的延性, λ 合适值应为 0.5~0.8.

4 结论

通过计算表明: (1) 梁的延性随预应力度增大而减小, 但选择适当的预应力度 0.5~0.8, 仍能保证梁延性. 事实上, 震害调查表明, 预应力结构的破坏主要不是由于预应力引起的, 而大都是由于支承结构倒塌, 节点破坏造成的. (2) 预应力梁延性降低是由于没有充分利用预应力筋的塑性产生的. 所以, 提高预拉应力、相应地减小力筋面积, 使梁破坏时, 其应力水平较高以发挥力筋塑性, 可有效地增加梁延性.

参 考 文 献

- 1 吕志涛. 现代预应力混凝土工程实践与研究. 北京: 光明日报出版社, 1989. 100~105
- 2 林太珍. 高效预应力混凝土工程实践. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993. 8~17
- 3 杜拱辰. 现代预应力混凝土结构. 北京: 中国建筑工业出版社, 1988. 250~281

Analysis of Prestressing Degree and Bending Ductility at the Section of Prestressed Concrete Beam

Fang Deping

(Dept. of Civil. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A computing method is presented for studying the bending moment, axial force and curvity relationship at the section of prestressed concrete beam. The author computates the relation between bending moment and curvity at the section under different prestressing degrees; and points out the effect of prestressing degree on bending ductility; and puts forward a method for the promotion of bending ductility.

Keywords prestressed concrete, section, prestressing degree, nonlinearity, bending moment, curvity