第16卷 第2期 华侨大学学报(自然科学版) Vol.16 No.2
1995年4月 Journal of Huaqiao University (Natural Science) Apr. 1995

圆柱圆锥相贯线的计算机绘图程序设计*

施 翠 娥

(华侨大学精密机械工程系,泉州 362011)

摘要 推导出任意相交(两轴线为平行线情况除外)圆柱圆锥相贯线和判别可见性的方程,并给出求该相贯线投影和判别可见性的程序的编制方法及其流程图.

关键词 圆柱,圆锥,相贯线,方程,可见性,流程图

分类号 TH 126

求立体表面相贯线的投影和判别可见性在工程制图中经常碰到.传统的解题方法是图解法,但用图解法求相贯线投影往往作图繁复.在工程制图中引入计算机绘图,从而实现了"形"与"数"的结合.在提供数学模型的基础上,我们可运用计算机进行相贯线上一系列点的计算,并通过自动绘图机绘出图形.本文以圆柱和圆锥相交为例[1],推导了求任意(两轴线为平行线情况除外)相交圆柱圆锥相贯线和判别可见性的方程[2].判别可见性方程为圆柱正面方向转向素线和水平方向转向素线与相贯线交点的直线方程.根据建立的方程可编制计算机绘图程序.建立相贯线和判别可见性方程,并进行计算机绘图程序设计,可解决在求圆柱圆锥斜偏相交相贯线的投影时,相贯线虚实线分界点无法有目的地通过作图求出来的问题.

1 确定坐标系并建立方程

(1) 设圆锥的高为 h,底圆半径为 R. 取圆锥轴线为 z,底圆在 xoy 坐标面上,建立坐标系 o-xyz. 如图1所示.圆锥在该坐标系中的方程为

$$(z-h)^2=\frac{h^2}{R^2}(x^2+y^2). \tag{1}$$

(2) 设圆柱的轴线与 z 轴夹角为 α,与 yoz 坐标面的交点坐标为 $(0,m,n)$,圆柱顶圆圆心的 x 坐标为 l、圆柱半径为 R_1、圆柱方程为

$$(y-m)^2+(z\sin\alpha-x\cos\alpha-n)^2=R_1^2. \tag{2}$$

(3) 圆柱圆锥相贯线方程为式(1),(2)联立解.

(4) 圆柱正面方向转向素线的方程为

$$(x-R)/(l-R)=(y-m)/0$$

* 本文1994-11-07收到

$$= [z\mathrm{tg}\alpha - (R + n\mathrm{tg}\alpha \pm R_1/\sin\alpha)]/(l - R). \quad (3)$$

(5) 圆柱水平方向转向素线的方程为

$$(x - R)/(l - R) = [y - (m \pm R_1]/0$$
$$= (z\mathrm{tg}\alpha - R - n\mathrm{tg}\alpha)/(l - R). \quad (4)$$

(6) 相贯线与正面方向转向素线的交点为式(1),(2),(3)联立解

$$\begin{cases} (z - h)^2 = \dfrac{h^2}{R^2}(x^2 + y^2), \\ (y - m)^2 + (z\sin\alpha - x\cos\alpha - m)^2 = R_1^2, \\ (x - R)/(l - R) = (y - m)/0 \\ = [z\mathrm{tg}\alpha - (R + n\mathrm{tg}\alpha \pm R_1/\sin\alpha)]/(l - R). \end{cases}$$

(7) 相贯线与水平方向转向素线的交点为式(1),(2),(4)联立解

$$\begin{cases} (z - h)^2 = \dfrac{h^2}{R^2}(x^2 + y^2), \\ (y - m)^2 + (z\sin\alpha - x\cos\alpha - m)^2 = R_1^2, \\ (x - R)/(l - R) = [y - (m \pm R_1)]/0 \\ = (z\mathrm{tg}\alpha - R - n\mathrm{tg}\alpha)/(l - R). \end{cases}$$

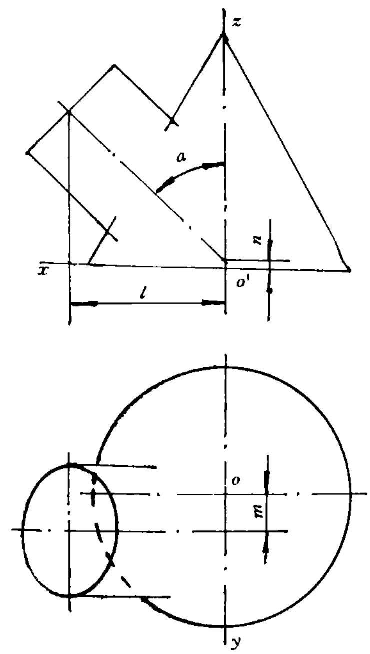

图 1 相对位置参数图

2 程序设计方法

本程序是在 AUTO CAD 11.0 的基础上进行二次开发的．由于 AUTO CAD 11.0 提供了 C 语言对文件的所有接口，其功能称为 AUTO CAD 开发系统(ADS). ADS 允许用 C 语言写的程序编译连接到 AUTO CAD 的数据库中，所以，圆柱圆锥相贯线的计算机绘图采用 C 语言来编写该设计程序．下面介绍其具体的设计方法．

2.1 画外形轮廓线

(1) 给 R、R_1, h, l, m、h, α 赋值．

(2) 求圆柱正面方向转向素线上的交点，如图 2 所示．根据式(1),(2)消去 y 得相贯线在正面投影的方程为

$$R^2(z - h)^2 - h^2x^2 - h^2[m \pm \sqrt{R_1^2 - (z\sin\alpha - x\cos\alpha - n)^2}]^2 = 0, \quad (5)$$

根据式(3)消去 y，得圆柱正面方向转向线在正面投影方程为

$$x - z\mathrm{tg}\alpha\sin\alpha + n\mathrm{tg}\alpha\sin\alpha \pm R_1 = 0, \quad (6)$$

式(5),(6)联立后得

$$\begin{cases} R^2(z - h)^2 - h^2x^2 - h^2[m \pm \sqrt{R_1^2 \pm (z\sin\alpha - x\cos\alpha - n)^2}]^2, \\ x - z\mathrm{tg}\alpha\sin\alpha + n\mathrm{tg}\alpha\sin\alpha \pm R_1 = 0. \end{cases}$$

由此可求出 A 点的坐标(x_A, z_A)，B 点的坐标(x_B, z_B). 此两点即为圆柱正面方向转向素线的端点，也是相贯线在正面投影虚实线的分界点．

(3) 求圆柱水平方向转向素线上的交点，如图 2 所示．根据式(1)，(2)消去 z 得相贯线在水平面投影的方程为

$$R^2[(x\cos\alpha + n - h\sin^2\alpha) \pm \sqrt{R_1^2 - (y-m)^2}]^2 - h^2\sin^2\alpha(x^2+y^2) = 0. \quad (7)$$

根据式(4)消去 z 得圆柱水平方向转向素线在水平面的投影为

$$y = m \pm R_1, \quad (8)$$

式(7)，(8)联立得

$$\begin{cases} R^2[(x\cos\alpha + n - h\sin^2\alpha) \\ \pm \sqrt{R_1^2 - (y-m)^2}]^2 - h^2\sin^2\alpha(x^2+y^2) = 0, \\ y = m \pm R_1. \end{cases}$$

由此可求出 C 点的坐标(x_C, y_C)和 D 点的坐标(x_D, y_D)，此二点即为圆柱水平方向转向素线的端点，也是相贯线在水平面投影虚实线的分界点．

(4) 求圆锥正面方向转向素线上的交点，如图 2 所示．圆锥正面方向转向素线的方程为

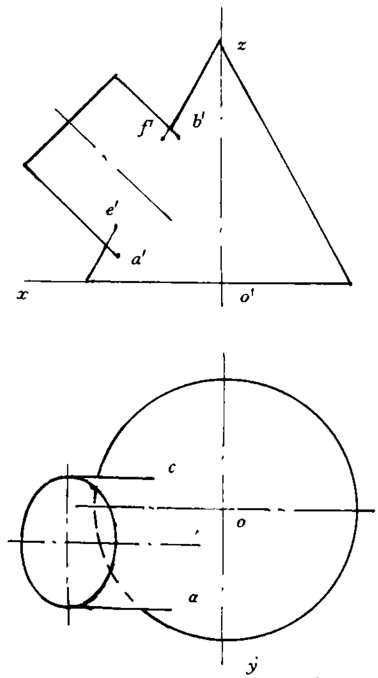

图 2　相贯线上特殊点的位置

$$x = \frac{Rz}{h}, \quad (9)$$

式(5)，(9)联立解，即可求出 E 点坐标(x_E, y_E)，F 点的坐标(x_F, y_F)．此二点是圆锥正面方向转向素线上的二个断点．

2.2　求相贯线

(1) 求相贯线的正面投影．在正面投影上，将圆柱正面方向转向素线上的点 z_A，z_B 间的坐标差($z_a \leqslant z \leqslant z_B$)$N$ 等分，每次的$(z_B - z_A)/N$ 的增量选取 z 值，则

$$z = z_A + (z_B - z_A)/N \cdot i, \quad (10)$$

将式(5)，(10)联立后得

$$\begin{cases} R^2(z-h)^2 - h^2x^2 - h^2[m \pm \sqrt{R_1^2 - (z\sin\alpha - x\cos\alpha - n)^2}]^2 = 0, \\ z = z_A + (z_B - z_A)/N \cdot i. \end{cases}$$

则一个 z 坐标可求出对应的两个 x 值，设为(x_1, z)，(x_2, z)，判别 x_1，x_2 之大小即可连线．从 A 点开始连线，与 x 值大的点连成虚线；与 x 值小的点连成实线．从而可求出相贯线上在正面投影的 $2N$ 个点．按照上面的次序连线，可画出相贯线的正面投影．

(2) 求相贯线的水平投影．在水平投影上，将圆柱直径 N 等分．以每次 $2R_1/N$ 的增量选取 y 值，y 的取值范围为 $m-R_1 \leqslant y \leqslant m+R_1$，其中 $R_1 > m$．y 值为

$$y = m - R_1 + 2R_1/N \cdot i \quad (0 \leqslant i \leqslant N, i \text{ 的增量为 } 1), \quad (11)$$

式(7)，(11)联立得

$$\begin{cases} R^2[(x\cos\alpha + n - h\sin^2\alpha) \pm \sqrt{R_1^2 - (y-m)^2}]^2 - h^2\sin^2\alpha(x^2+y^2) = 0, \\ y = a - R_1 + 2R_1/N \cdot i. \end{cases}$$

一个 y 坐标可求出两个 x 值，设为(x_1, y)，(x_2, y)．判别 x_1，x_2 之大小，即可连线．从 C 点开始连线，与 x 值小的点连成实线；与 x 值大的点连成虚线．由此可求出相贯线水平投影 $2N$ 个点．按照上面的次序连线，便可画出相贯线的水平投影．

根据上面用求点的方法求相贯线的投影，设计出该相贯线的程序流程图，如图3所示．

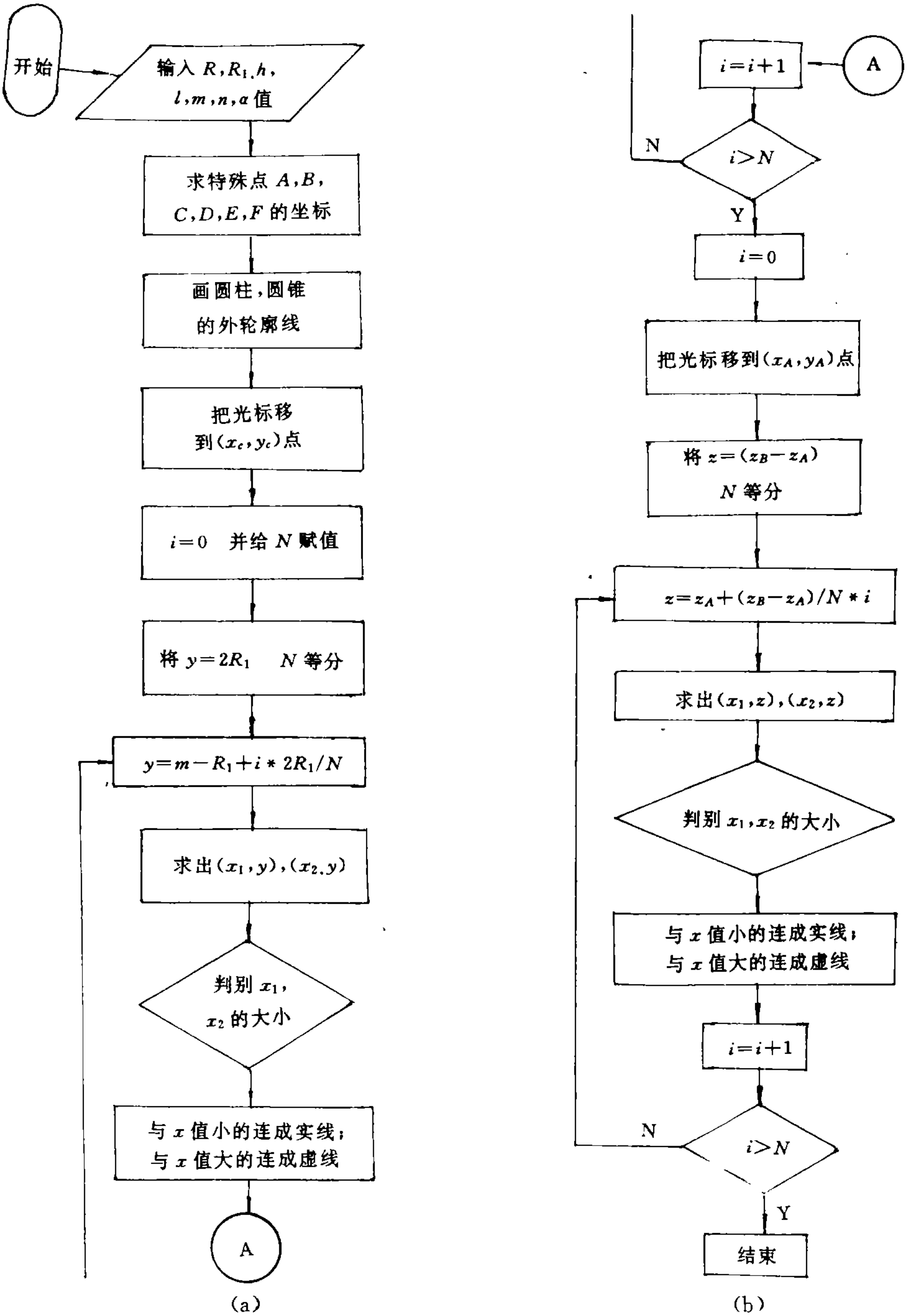

图3　相贯线程序设计流程图

根据坐标系的设置，变量 x,z 的取值为正值，而根据式(7)可求出 y 的取值范围为 $m-R_1 \leqslant y \leqslant m+R_1$，其中 $R_1 > m$.

4 应用举例

当 $m=10$, $n=0$, $\alpha=45°$, $h=80$, $R_1=20$, $R=40$, $l=50$ 时，可画出如图 4 所示的圆柱与圆锥相贯线的两面投影.

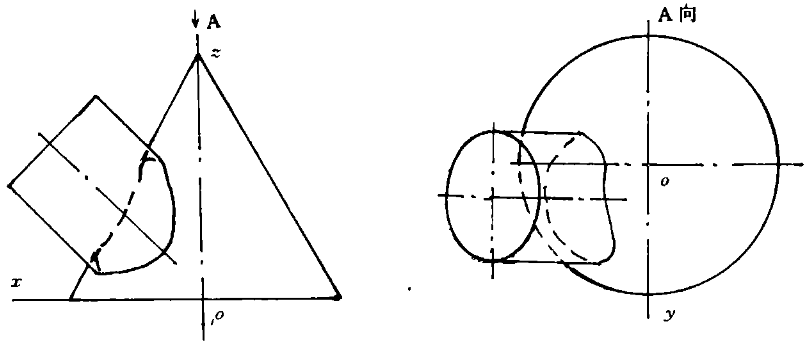

图 4　相贯线的两面投影

参　考　文　献

1 大连工学院工程画教研室编．画法几何学．北京：高等教育出版社，1989. 134～150
2 邱维声．解析几何．北京：北京大学出版社，1988. 103～116
3 戴建鹏，刘德贵．AUTO CAD 使用大全．北京：电子工业出版社，1992. 323～454
4 邱玉春，许耀昌．AUTO CAD 操作手册．北京：电子工业出版社，1992. 55～128

Programming of the Computer Graphics of Intersecting Line where Circular Column and Circular Cone Intersected

Shi　Cuio

(Dept. of Precis. Mech. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract　An equation is derived to show the intersecting line where circular column and circular cone are arbitrarily intersected except that two axial lines are parallel; and to discriminate the visibility. For solving the projection of intersecting line and discriminating the visibility by computer graphics, a discussion is made on the programming method and the flowchart.

Keywords　circular column, circular cone, intersecting line, equation, visibility, flowchart