

# 系统的分散与集中决策\*

## (Ⅲ) 符合优化决策的对象特性分离

王永初

(华侨大学精密机械工程系, 泉州 362011)

**摘要** 利用解耦理论与状态分段决策分离分散集中对象特性——类似于单边解耦系统与多自由度系统的设计, 阐述一个复杂的多变量系统分离成若干串级的简单系统, 以满足动态规划原理的过程及其系统设计.

**关键词** 解耦系统, 动态规划, 多自由度系统, 多变量系统

**分类号** TP 271.8

## 1 问题的提出

系统分散不是对象特性解耦. 对象特性解耦可称为“彻底分散”, 即将一个包含众多忆对象, 且关系十分密切又交互影响的系统, 彻底分离成互不干涉的子系统. 系统分散保留局部的干涉支路, 使之符合动态规划的结构, 以便分段优化决策. 这两者间的差别如图1, (a)为彻底分散的解耦结果, (b)为系统顺向分散的结果. 解耦后实施的是各个子系统的独立设计, 任一

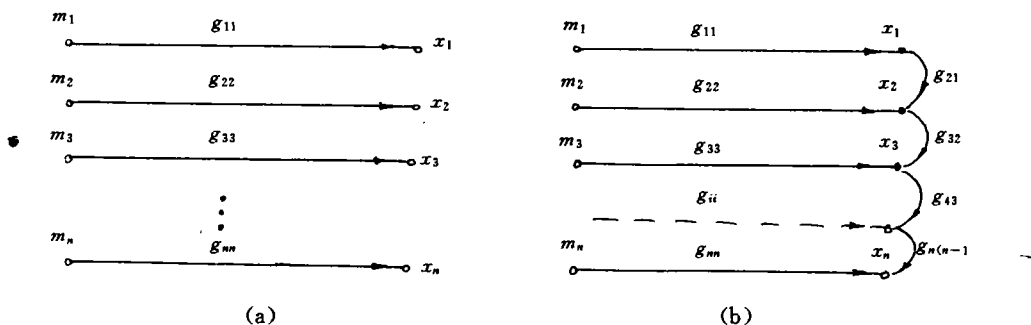


图1 系统解耦与分散结果的比较

个子系统均不受其他逆向子系统的影响, 而系统分散的结果是动态规划优化决策所必须的形式, 即  $\min J = \min F_1 \{x_1 + \min F_2 [x_2 + \min F_3 (x_3 + \min F_4 (\dots + \min F_n (x_{n-1} + \min F_{n-1}))])]\}$ . 这就是本文所要研究的对象特性符合优化控制与整体决策的分离的原因.

## 2 分散系统的目标结构

系统分散的结构是以实现图1(b)的流图为目的的. 根据该信号流图可得到如下关系式

\* 本文 1994-06-01 收到; 福建省自然科学基金资助项目

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & & & 0 \\ & g_{22}(s) & & \\ & & g_{33}(s) & \dots \\ & 0 & & g_{nn}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \vdots \\ m_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & & 0 \\ g_{21}(s) & 0 & & \\ & g_{32}(s) & \dots & \\ 0 & & g_{n,n-1}(s) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

或写成

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ -g_{21}(s) & 1 & & \\ & -g_{32}(s) & 1 & \\ 0 & & -g_{n,n-1}(s) & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_{11}(s) & & & 0 \\ & g_{22}(s) & & \\ & & g_{33}(s) & \dots \\ 0 & & & g_{nn}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \vdots \\ m_n \end{bmatrix} \\
 = \begin{bmatrix} \bar{g}_{11}(s) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \bar{g}_{21}(s) & \bar{g}_{22}(s) & 0 & \dots & 0 \\ \bar{g}_{31}(s) & \bar{g}_{32}(s) & \bar{g}_{33}(s) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \bar{g}_{n1}(s) & \bar{g}_{n2}(s) & \bar{g}_{n3}(s) & \dots & \bar{g}_{nn}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \vdots \\ m_n \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}_{ii}(s) &= g_{ii}(s), i = 1, 2, \dots, n, \\ \bar{g}_{ij}(s) &= g_{ij}(s) \left[ \prod_{k=j}^{i-1} g_{k+1,k}(s) \right], \\ i, j &= 1, 2, \dots, n; i \geq j. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

利用式(3)可求出  $\bar{g}_{ii}(s)$  或  $\bar{g}_{ij}(s)$ . 例如  $\bar{g}_{32}(s) = g_{22}(s) \cdot g_{32}(s)$ ,  $\bar{g}_{31}(s) = g_{11}(s) g_{21}(s) g_{32}(s)$ . 上述此结果还可直接由图 1(b)的信号流图求得. 图 1(b)等效于图 2 的信号流图, 写成数学关系式如式(2), 其中

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}_{11}(s) &= g_{11}(s), \bar{g}_{21}(s) = g_{11} g_{21}(s), \\ \bar{g}_{31}(s) &= g_{11}(s) g_{21}(s) g_{32}(s), \\ \bar{g}_{32}(s) &= g_{22}(s) g_{32}(s), \\ \bar{g}_{33}(s) &= g_{33}(s), \dots \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由式(4)可以写出式(3)的结果. 因此, 无论从矩阵方程求逆或按信号流图运算规则, 我们都可以得到分散系统的目标结构是半解耦结构.

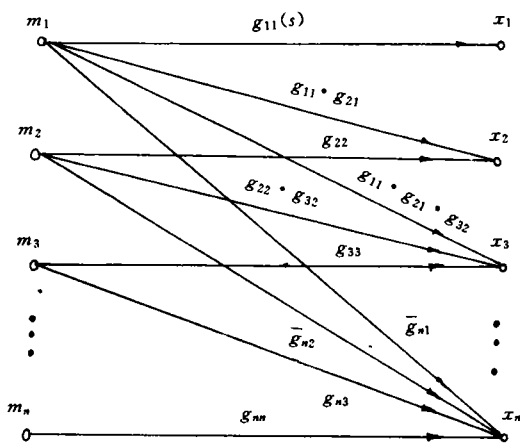


图2 图1(b)的等效信号流图

### 3 实现目标结构的方法

分散系统的目标结构是半解耦形式,不是全解耦形式.半解耦实质上是单边解耦.记系统分散与整形以前的特性为

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{II}(s) & G_{IS}(s) \\ G_{SI}(s) & G_{SS}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{g}_{11}(s) & \hat{g}_{12}(s) & \hat{g}_{13}(s) & \cdots & \hat{g}_{1n}(s) \\ \hat{g}_{21}(s) & \hat{g}_{22}(s) & \hat{g}_{23}(s) & \cdots & \hat{g}_{2n}(s) \\ \hat{g}_{31}(s) & \hat{g}_{32}(s) & \hat{g}_{33}(s) & \cdots & \hat{g}_{3n}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{g}_{n1}(s) & \hat{g}_{n2}(s) & \hat{g}_{n3}(s) & \cdots & \hat{g}_{nn}(s) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中  $G_{SS}(s)$  为  $s \times s$  维传递函数矩阵,  $G_{II}(s)$  为  $(n-s) \times (n-2)$  维传递函数矩阵,  $G_{IS}(s)$  与  $G_{SI}(s)$  分别为  $(n-s) \times s$  维与  $s \times (n-s)$  维传递函数矩阵.

采用  $G(s)$  前置解耦网络,使系统特性整形为式(2)形式,这时解耦网络为单边结构形式,即

$$D(s) = \begin{bmatrix} I_{II}(s) & D_{IS}(s) \\ 0 & I_{SS}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{II}(s) & -G_{II}(s)^{-1}G_{IS}(s) \\ 0 & I_{SS}(s) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中  $I_{II}(s)$  与  $I_{SS}(s)$  分别为  $(n-s) \times (n-s)$  维与  $s \times s$  维单位矩阵,  $D_{IS}(s)$  为  $(n-s) \times s$  维传递函数矩阵由式(6)与式(5)得到

$$G(s) = D(s) \begin{bmatrix} G_{II}(s) & 0 \\ G_{SI}(s) & G_{SS}(s) - G_{SI}(s)G_{II}(s)^{-1}G_{IS}(s) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

则得到分散决策系统所需要的结构形式.式(7)的结构可以进一步校正,如图3所示.从  $D(s)$  的一个支路引出一个校正支路  $G_{SI}(s)$ ,则整个网络的特性为

$$\begin{bmatrix} Y_I \\ \cdots \\ Y_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{II}(s) & 0 \\ G_{SI}(s) & G_{SS}(s) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

连续采用上述方法可以得到符合动态规划分段优化决策所要求的分散系统特性.尤其是当  $s = n-1$  时,系统变成逐一支路分离,工业对象模型有时仅需若干次逐一支路分离,对象的耦合度就可以明显弱化,因此逐一支路分离具有工作的可用性.例如式(6)对象,可取  $G_{II}(s) = \hat{g}_{11}(s)$ ,  $G_{IS}(s) = [\hat{g}_{12}(s), \hat{g}_{13}(s), \cdots, \hat{g}_{1n}(s)]$ ,  $G_{SI}(s)^T = [\hat{g}_{21}(s), \hat{g}_{31}(s), \cdots, \hat{g}_{n1}(s)]$ , 以及

$$G_{SS}(s) = \begin{bmatrix} \hat{g}_{22}(s) & \hat{g}_{23}(s) & \cdots & \hat{g}_{2n}(s) \\ \hat{g}_{32}(s) & \hat{g}_{33}(s) & \cdots & \hat{g}_{3n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{g}_{n2}(s) & \hat{g}_{n3}(s) & \cdots & \hat{g}_{nn}(s) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

则一次逐一支路解耦网络  $D_1(s)$  为

$$D_1(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\hat{g}_{12}(s) & \hat{g}_{11}(s) & -\hat{g}_{13}(s) & \hat{g}_{11}(s) & \cdots & -\hat{g}_{1n}(s) & \hat{g}_{11}(s) \\ \vdots & 1 & & & 0 & & & \\ & & 1 & & & \ddots & & \\ & & & 1 & & & & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

一次一个单边解耦与校正网络如图 4 所示。

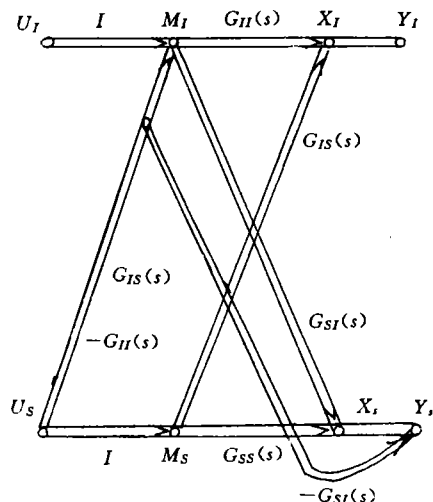


图 3 单边结构的整形

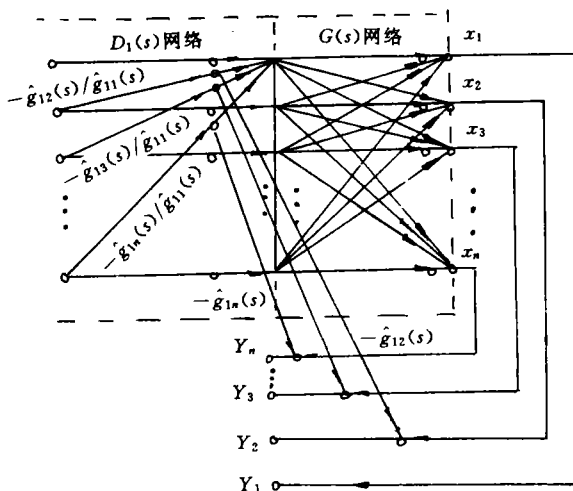


图 4 一次单边整形信号流图

## 4 目标结构模型

按照动态规划优化决策, 式(2)的对象目标结构模型需进一步转化成式(1)的结构模型. 因此, 模型中的支路特性  $\hat{g}_{ij}(s)$  应转换成  $g_{ij}(s)$ . 把式(1)与式(2), (5)比较, 不难得到  $\bar{g}_{ii}(s) = \hat{g}_{ii}(s) = g_{ii}(s)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , 且有  $\bar{g}_{ij}(s) = \hat{g}_{ij}(s)$ ,  $i \neq j$ ,  $i, j=1, 2, \dots, n$ . 故有

$$\left. \begin{aligned} g_{21}(s) &= \bar{g}_{21}(s)/\bar{g}_{11}(s) = \hat{g}_{21}(s)/\hat{g}_{11}(s), \\ g_{32}(s) &= \bar{g}_{32}(s)/\bar{g}_{22}(s) = \hat{g}_{32}(s)/\hat{g}_{22}(s), \\ &\vdots \\ g_{n,n-1}(s) &= \bar{g}_{n,n-1}(s)/\bar{g}_{n-1,n-1}(s) = \hat{g}_{n,n-1}(s)/\hat{g}_{n-1,n-1}(s), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

以及  $g_{31}(s) = \hat{g}_{11}(s) \cdot \hat{g}_{21}(s)/\hat{g}_{11}(s) \cdot \hat{g}_{32}(s)/\hat{g}_{22}(s) = \hat{g}_{21}(s) \hat{g}_{32}(s)/\hat{g}_{22}(s)$ , ...并可记成

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{g}_{11}(s) & 0 & & \\ & \hat{g}_{22}(s) & & \\ & & \hat{g}_{33}(s) & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & \hat{g}_{nn}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \vdots \\ m_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{g}_{21}(s)/\hat{g}_{11}(s) & & & 0 \\ & \hat{g}_{32}(s)/\hat{g}_{22}(s) & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \hat{g}_{n,n-1}(s)/\hat{g}_{n-1,n-1}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (12)$$



以一阶时间矩与二阶时间矩拟合作为  $\varphi(s)$  与  $D_{c+}(s)^{-1}$  的近似条件, 则比较式(17a)与(17b), 得到  $\varphi(s)$  模型参数的计算值为  $T_2=T_i$ ,  $T_1=T_i(1+K_p)/K_p$ . 于是有

$$D_p(s) = \frac{1 + T_i(1 + K_p)s/K_p}{1 + T_is} \cdot \frac{1 + T_d/r^s}{1 + T_d s} \quad (18)$$

当  $\hat{x}_i(s)$  为单位阶跃变化时(数字控制系统 SPC 信号可视为这种信号, 即  $\hat{x}_i(s) = \alpha/s$ , 在分析问题时令  $\alpha=1$ , 即  $\hat{x}_i(s) = 1/s$ ),  $X_i^*(s)$  的响应结果为

$$\mathcal{L}^{-1} X_i^*(s) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1 + T_i(1 + K_p)s/K_p}{1 + T_is} \cdot \frac{1 + T_d/r^s}{1 + T_d s} \cdot \frac{1}{s} \right\} = X_i^*(t) \quad (19)$$

根据我们的研究结果, 不完全微分 PID 调节器的最佳整定参数有  $T_i=T_d$  的结论.

为了比较  $D_p(s)$  的补偿效果, 以对象特性  $\hat{g}_{ii}(s) = (10s+1)^{-6}$  为例. 此时比例调节记录  $K_{ps}=2,375$ , 闭环系统产生等幅振荡, 其周期记录  $T_s=110$  s. 在这种场合下, 不完全微分 PID 的整定参数取  $T_d=T_i=0$ .

$17 T_s=18.7$  s,  $K_p=\frac{1}{2} K_{ps}=1.187$ . 则可以使闭环系统达到  $1/4$  衰减的理论状态. 但是如图 6(a), (b) 所示, 这个理想状态仅对克服来自外扰  $f_i(s)$  成立, 对于  $\hat{x}_i(s)$  的响应显然比较缓慢, 其中, 图 6(a) 为  $f_i(s)$  扰动后的控制响应过程曲线, 图 6(b) 为  $\hat{x}_i(s)$  阶跃输入后的随动过程曲线.  $D_p(s)$  参数选择为  $T_i=T_d=18.7$  s,  $r=10$ ,  $K_p=1.187$ , 则有

$$D_p(s) = \frac{1 + 34.45 s}{1 + 18.7 s} \cdot \frac{1 + 1.87 s}{1 + 18.7 s} \quad (20)$$

在  $T_s=110$  s 的固有振荡周期下(即  $\omega_s=2\pi/T_s=0.0571$  s),  $D_p(\omega_s)$  提供系统的是相迟角,  $\angle D_p(\omega_s)=-24.67^\circ$ , 而其动态增益略增,  $|D_p(\omega_s)|=1.035$ . 这有利于改善系统对给定值的响应.  $D_p(s)$  加入后, 系统对给定值的响应过程曲线如图 6(b) 的虚线所示. 显然  $D_p(s)$  加入系统可以协调随动系统的响应, 使该系统对定值跃变输入和外扰  $f_i(s)$  的控制均有最佳的响应.  $D_p(s)$  在系统中的作用是对跃变的给定值信号起着缓冲与时延的作用, 这个结论可由  $D_p(s)$  对  $\hat{x}_i(s)=1/s$  的响应得到进一步证明. 将  $D_p(s)$  已选定的参数代入式(19), 则有

$$\begin{aligned} X^*(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ 0.1842 \frac{(s + 0.0290)(s + 0.5348)}{(s + 0.05348)^2 s} \right\} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \left\{ 0.1842 \frac{(s + 0.0290)(s + 0.5348)}{(s + 0.05348)^2} \right\} e^{st} \\ &= \lim_{s \rightarrow -0.05348} \frac{d}{ds} \left\{ \frac{(s + 0.0290)(s + 0.5348)e^{st}}{s} \right\} \\ &= 1 - 0.8234 e^{-0.05348t} + 0.0406 t e^{-0.05348t} \end{aligned} \quad (21)$$

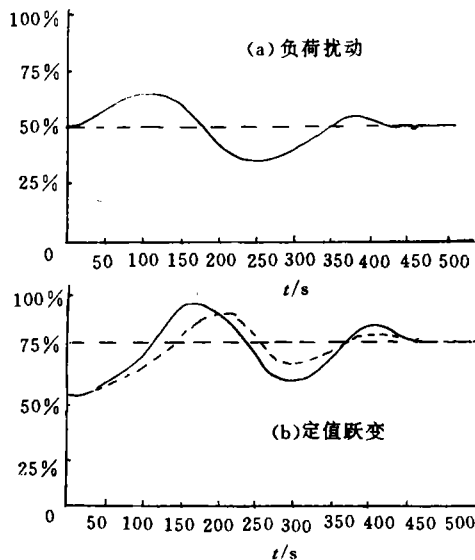


图6 过程响应曲线

根据式(21), 求出  $\hat{x}_i(s) = 1/s$  (单位跃变输入) 时,  $X^*(t)$  的响应曲线如图 7 所示.

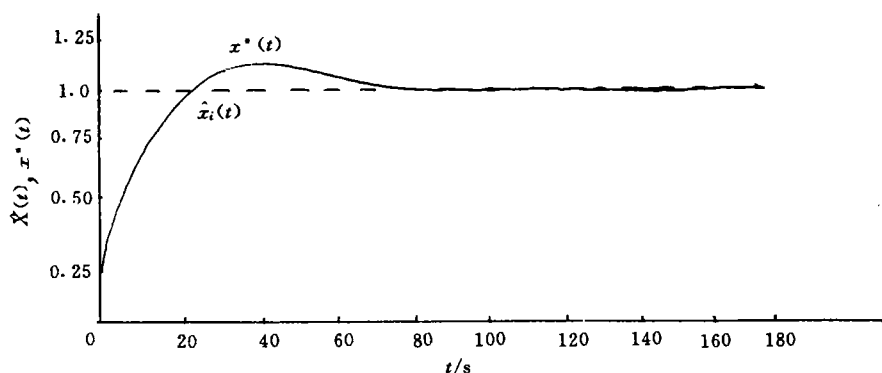


图 7  $X^*(t)$  的响应曲线

三自由度系统可以作为过程整体系统分离各的基本调节子系统, 使系统的决策转化成 SPC 系统决策, 这将大大简化系统的设计.

### 参 考 文 献

- 1 王永初. 解耦控制系统. 成都: 四川科技出版社, 1986. 115~203
- 2 Aström K J. Adaptive control. New York: Addison-Wesley, 1989. 372~398
- 3 Bierman G J. Factorization methods for discrete sequential Estimation. New York: Addison-wesley, 1977. 142~189

## Decision about Decentralization and Centralization of System III. Target Character Separation in Accordance with Optimal Decision

Wang Yongchu

(Dept. of Precis. Mech. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** A decentralized and centralized target character is separated by applying decoupling theory and state sectioning decision. It is a method similar to the design of one-sided decoupling system and multiple degree-of-freedom system. For satisfying the processes governed by the principle of dynamic programming and their system designs, the separation from a complex multivariable system into several cascade simple systems is explained in detail.

**Keywords** decoupling, dynamic programming, multiple degree-of-freedom system, multivariable system