

肋片温度周期性变化的传热研究*

杨翔翔 何宏舟

(华侨大学化工与生化工程系, 泉州 362011)

摘要 研究肋片根部温度作周期性变化时的传热规律. 利用分离变量技术, 对所建立的控制微分方程进行分解组合, 并用数值计算方法进行求解, 其中稳态部分应用不变插值原理, 波动部分应用叠加原理. 所得结果不但具有理论价值, 而且对工程设计也有现实指导意义.

关键词 肋片, 分离变量技术, 不变插值原理, 叠加原理

分类号 TK 21

在航空航天设备、太阳能集热器、内燃机和电子设备中, 广泛采用肋片以达到增强传热的效果. 在多数情况下, 肋片的根部温度对时间具有很大的依赖性. 有关这方面肋片的传热机理, J. W. Yang^[1]曾对矩形肋片变肋根温度的传热进行过研究, 得到了分析解. 后来, A. Aziz 和 T. Y. Na^[2]又进一步考虑了热特性参数变化时对肋片传热效果的影响, 但也仅局限于对形状最简单的直肋的研究. 本文将对在实际中更广泛应用的其它复杂形状的肋片, 当肋根温度随时间作周期性变化时的传热过程进行研究.

1 分析

考虑梯形截面直肋的传热(图1), 对图中的肋片传热模型作出假定: (1) 热特性参数为 h ,

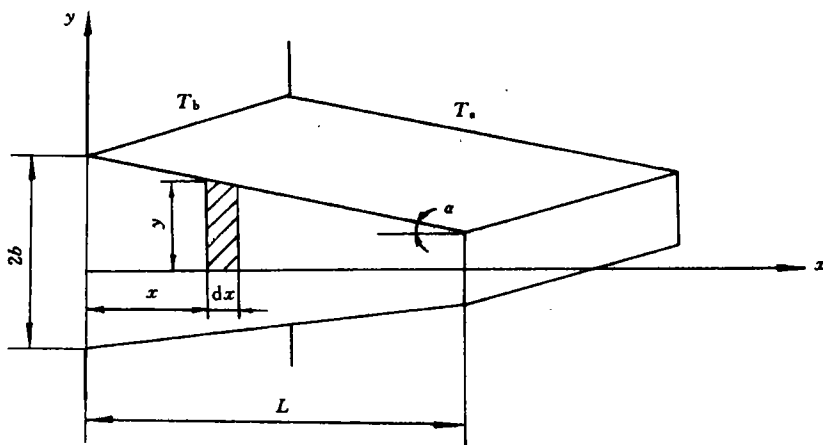


图1 梯形截面直肋传热示意图

* 本文 1994-06-08 收到; 国务院侨办重点学科科研基金资助项目

k ; (2) 肋片根部温度按余弦规律作周期性变化为

$$T_b - T_{bm} = (T_{bm} - T_s) \varepsilon \cdot \cos \omega \tau; \quad (1)$$

(3) 肋片端部绝热,对于端部是非绝热的情况,可根据文[3]所介绍的方法转化为绝热边界条件求解;(4) 一维传热模型.

根据上述假定,其瞬态传热控制方程为

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(Y \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) - N^2 \theta = Y \frac{\partial \theta}{\partial \alpha}, \quad (2)$$

边界条件为

$$X = 0, \quad \theta = 1 + \varepsilon \cos Bt; \quad X = 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0. \quad (3)$$

2 求解

为求解方程式(2)和(3),可利用变量分离技术,把 $\theta(X, t)$ 分解为稳态部分 $\theta_1(X)$ 和波动部分 $\theta_2(X, t)$, 写成

$$\theta(X, t) = \theta_1(X) + \theta_2(X, t) = 1 + \varepsilon \cos Bt. \quad (4)$$

把式(4)代入式(2),可得

$$\left(Y \frac{d^2 \theta_1}{dX^2} + \frac{dY}{dX} \cdot \frac{d\theta_1}{dX} - N^2 \theta_1 \right) + \left(Y \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial X^2} + \frac{dY}{dX} \cdot \frac{\partial \theta_2}{\partial X} - N^2 \theta_2 \right) = Y \frac{\partial \theta_2}{\partial \alpha}. \quad (5)$$

结合式(3)和式(5),可得下列两个方程组

$$Y \frac{d^2 \theta_1}{dX^2} + \frac{dY}{dX} \cdot \frac{d\theta_1}{dX} - N^2 \theta_1 = 0, \quad (X = 0, \theta_1 = 1; \quad X = 1, \frac{d\theta_1}{dX} = 0). \quad (6)$$

和

$$Y \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial X^2} + \frac{dY}{dX} \cdot \frac{\partial \theta_2}{\partial X} - N^2 \theta_2 = Y \frac{\partial \theta_2}{\partial \alpha}, \quad (X = 0, \theta_2 = \varepsilon \cos Bt, \quad X = 1, \frac{\partial \theta_2}{\partial X} = 0). \quad (7)$$

方程式(6)是一个二阶线性常微分方程的两点边值问题. 本文采用不变插值原理^[4]进行求解,可得到 $\theta_1(X)$ 沿 X 方向的分布值. 方程式(7),由于边界条件中含有 $\varepsilon \cos Bt$ 项,采用复函数求解. 设有复函数 $\theta_c(X, t)$ 满足

$$\theta_c(X, t) = \theta_2(X, t) + i\theta_3(X, t) \quad (8)$$

以构造 $\theta_3(X, t)$, 使之满足方程

$$Y \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial X^2} + \frac{dY}{dX} \cdot \frac{\partial \theta_3}{\partial X} - N^2 \theta_3 = Y \cdot \frac{\partial \theta_3}{\partial \alpha},$$

$$X = 0, \theta_3 = \varepsilon \sin Bt, \quad X = 1, \frac{\partial \theta_3}{\partial X} = 0. \quad (9)$$

结合式(7)、(8)和(9)知, $\theta_c(X, t)$ 是方程

$$Y \frac{\partial^2 \theta_c}{\partial X^2} + \frac{dY}{dX} \cdot \frac{\partial \theta_c}{\partial X} - N^2 \theta_c = Y \frac{\partial \theta_c}{\partial \alpha},$$

$$X = 0, \quad \theta_c = \varepsilon \exp(iBt), \quad X = 1, \quad \frac{\partial \theta_c}{\partial X} = 0 \quad (10)$$

的解,其中 $\theta_2(X, t) = \text{Real}[\theta_c]$ 是解的实部.

为求解式(10),再次利用分离变量技术,并采用叠加原理结合 Runge-Kutta 方法求解^[5]. 求解过程是非迭代的. 最后可得

$$\theta_2(X, t) = \epsilon \cdot [\varphi_1 \cos Bt - \varphi_2 \sin Bt], \quad (11)$$

则由式(4), 可得到 $\theta(X, t)$ 的解为

$$\theta(X, t) = \theta_1(X) + \epsilon \cdot [\varphi_1(X) \cos Bt - \varphi_2(X) \sin Bt]. \quad (12)$$

3 结果与讨论

3.1 温度分布

由于肋片的传热效果受温度波动的影响, 因此讨论沿肋片的温度分布是很有必要的. 由式(12)可知, 沿肋片的温度分布是受参数 N, B 和 ϵ 制约的. 图 2~4 给出了当 N, B 和 ϵ 改变时对肋片温度分布的影响.

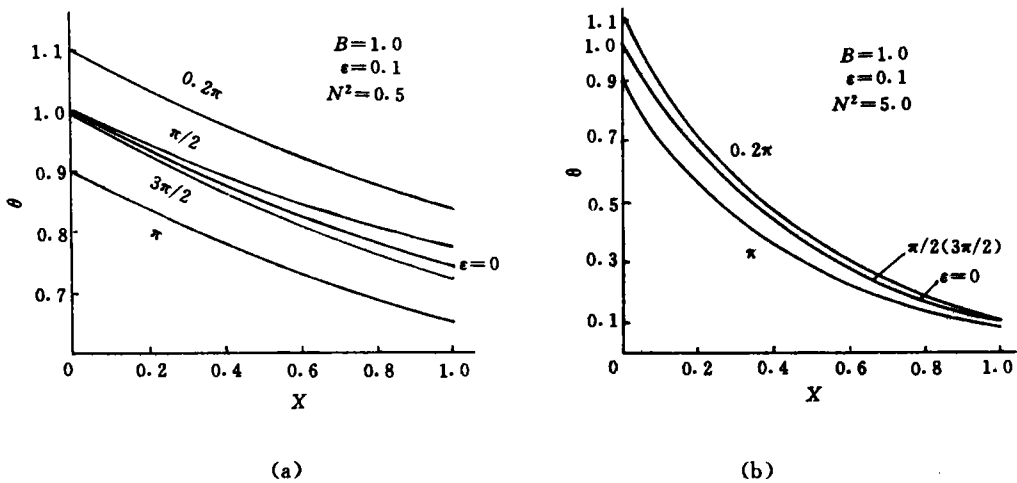


图 2 N 变化时对温度分布的影响

为了更好地解释 N 和 B 变化时对沿肋片温度分布的影响, 图 4 给出了在不同的 N 和 B

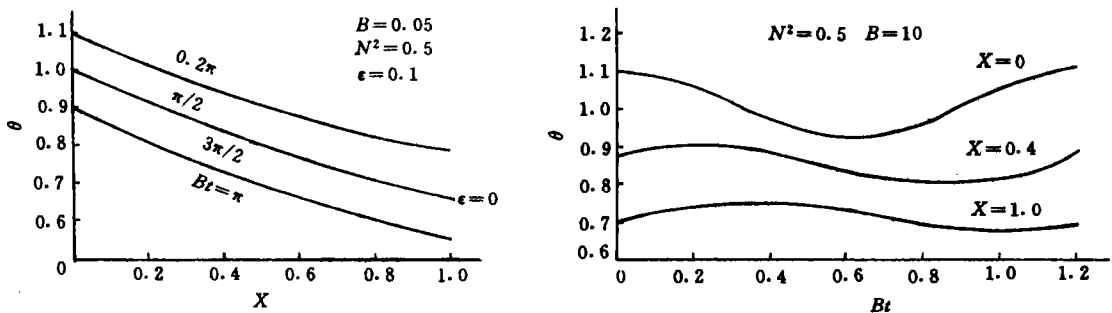


图 3 B 变化时对温度分布的影响

图 4 不同空间位置的肋片温度与时间的关系

值下肋片上几个点的温度随时间的变化曲线.

3.2 热流率

图 5 给出了在 $B=1.0$ 情况下 N 值变化对热流率 Q 的影响。图 6 给出了当 $N^2=0.1$ 时 B 值变化对热流率 Q 的影响。

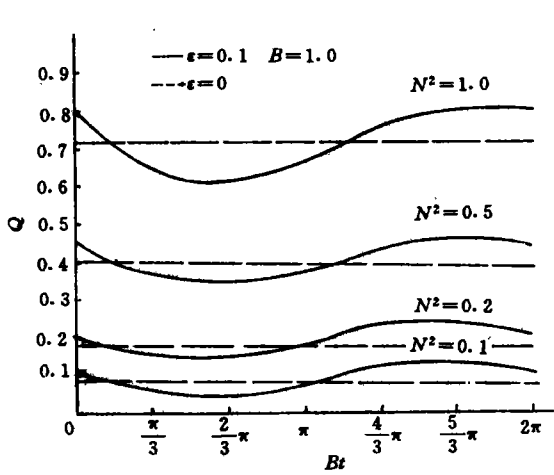


图 5 N 变化时对热流率的影响

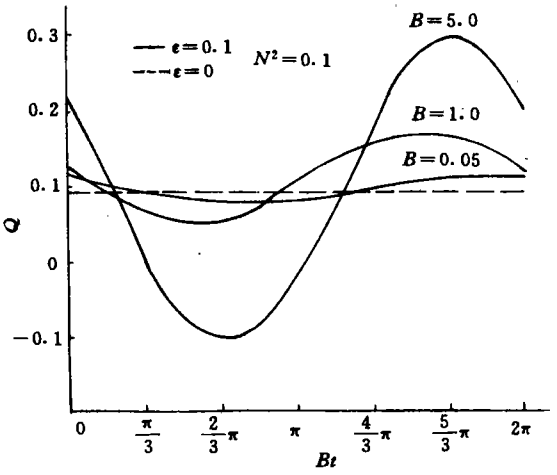


图 6 B 变化时对热流率的影响

3.3 肋效率

肋效率 η 是衡量肋片传热效果好坏的重要标志,图 7 和图 8 分别给出了 N 值和 B 值变化时对瞬态肋效率的影响。

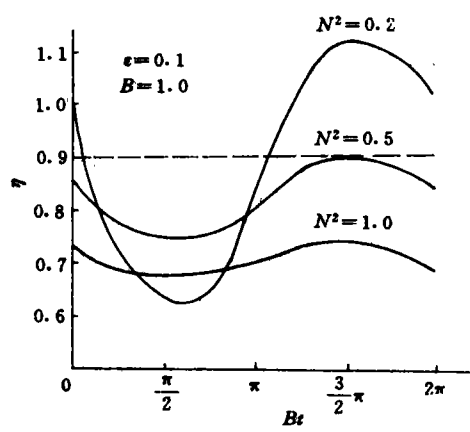


图 7 N 值变化对肋效率的影响

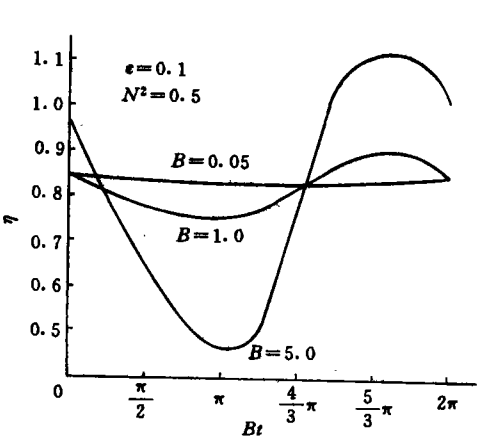


图 8 B 值变化对肋效率的影响

式中与图中： a 为热扩散率； B 为肋片温度波动的频率参数； b 为肋根半厚度； L 为肋高； N 为肋片传热的特性参数； Q 为无量纲热流率； T 为肋片温度； T_e 为环境温度； T_b 为肋片根部的瞬态温度； T_{bm} 为肋片根部的平均温度； t 为无量纲时间参数； X 为无量纲肋片高度； Y 为无量纲肋片宽度； τ 为时间变量； ϵ 为肋片温度波动的幅度参数； ω 为肋根温度波动的频

率; θ 为无量纲温度变量; η 为肋效率.

4 结束语

由于受肋根温度波动的影响,肋片的传热情况与稳态时相比发生了较大的变化. 传热过程这 N, B 和 ϵ 三个参数的制约. 肋片的温度分布、热流率和肋效率均随时间发生波动. 参数 B 是引起波动的主要因素,而参数 N 则是抑制波动的因素. 当 N 值较小 B 值较大时,有逆热流发生. 然而,对于一定的 N 值, B 值的改变只是影响热流率随时间的波动幅度,不影响它的时间平均值.

尽管本文仅对梯形截面肋片的传热规律进行研究,然而所提供的分析求解方法具有普遍意义,对于诸如矩形、三角形及抛物线型等其他截面肋片的变肋根温度传热规律,可以采用类似的方法进行求解.

参 考 文 献

- 1 Yang J W. Periodic heat-transfer in straight fins. *Journal of Heat-Transfer*, 1972, (8): 310~315
- 2 Aziz A, Na T Y. Periodic heat-transfer in fins with variable thermal parameters. *Journal of Heat & Mass Transfer*, 1981, 24(8): 1397~1404
- 3 何宏舟, 杨翔翔. 梯形肋片端部第三类边界条件的换热研究. *华侨大学学报(自然科学版)*, 1993, 14(3): 370~376
- 4 Lee E S. Quasilinearization and invariant-imbedding, with Applioation to Chemical Engineering and Adaptive Control. New York: Academic Press, 1968. 179~211
- 5 Milan K B, Hlavacek V. Numerical solution of nonlinear boundary value problems with applications. New Jersey: Englewood Cliffs, 1983. 58~129

Heat Transfer of a Fin with Periodical Change of Finbase Temperature

Yang Xiangxiang He Hongzhou

(Dept. of Chem. & Biochem. Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract A study is made on the heat transfer of a fin with periodic change of finbase temperature. Separation of variables is used for decomposing and combining the established governing differential equations; while numerical calculation is used for solving them. The principle of invariant imbedding is applied to its steady state component; while the principle of superposition is applied to its oscillatory component. In addition to theoretical significance, the results are of practical significance to engineering design.

Keywords fin, separation of variables, principle of invariant imbedding, principle of superposition