

# 石结构模糊抗震抗剪可靠性的 分析及其应用\*

林建华 施景勋 施养杭

(华侨大学土木工程系, 泉州 362011)

**摘要** 通过考虑地震烈度的随机性和模糊性,以及石结构强度破坏等级界限的模糊性来研究多层石结构抗震抗剪能力的可靠性问题.将地震地面运动模拟为含有模糊烈度参数的平稳过滤有色噪声的随机过程,引入抗剪强度破坏指数,建立了石结构抗震抗剪能力的模糊安全准则,为研究多层石结构的抗震抗剪可靠性及其在抗震设计中的应用提供了一个合理的方法.

**关键词** 可靠性,随机性,模糊性,地震,石结构,抗震设计

**分类号** TU 311.2

目前,结构抗震可靠度已成为结构抗震设计理论必不可少的一个重要部分,人们主要采用不确定性的结构随机振动理论来研究结构抗震可靠度.事实上,结构的动力不确定性除了随机性外,还包含了模糊性.例如,某一地震烈度发生的概率具有可预计的随机性,但是烈度等级的划分又是很强的模糊性,结构的破坏概率可通过对结构某控制量超过某一安全界限进行随机理论分析得到,但是通常安全界限的划定也同样具有强烈的模糊性.这种不确定性所包含的模糊性和随机性属同一层次的不同属性,它们均能影响结构的抗震可靠性.因此,在评价结构的抗震可靠度时,综合考虑随机性和模糊性将能给出更为合理的结果.在文[1]中,笔者在闽南地区地震危险性分析和石结构抗震实验的基础上,采用概率论方法对多层石结构进行随机地震反应分析并建立了石结构抗震变形能力和抗震承载能力的可靠度评定方法.本文通过考虑地震烈度的随机性模糊性,给出石结构的抗剪强度破坏指数并在模糊论域上划分结构的抗剪强度破坏等级,建立石结构抗剪能力的模糊安全准则,为研究石结构在随机地震作用下的模糊抗剪能力可靠性和指导石结构的抗震设计提供了一个合理的方法.

## 1 地震地面运动的模糊随机模型

采用文[2]给出的改进地震随机模型,其功率谱密度为

$$S_s(\omega) = \frac{1 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\xi_g^2(\omega/\omega_g)^2} \cdot \frac{2\xi_g(\omega_h^2 + 2\xi_g\omega_g\omega_h + \omega_g^2)}{\pi\omega_g\omega_h(4\omega_g^2\omega_h + 2\xi_g\omega_g + \omega_h)}\sigma_s^2, \quad (1)$$

其中  $\omega_g, \xi_g$  为场地土的特征频率和阻尼比,  $\omega_h$  为谱参数,通常取  $\omega_h = 8\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

\* 本文 1993-11-28 收到;福建省建委资助课题

$$\sigma_a^2 = (10^{0.47I-3.28})/T_a, \quad (2)$$

式中  $T_a$  为地震动持时,  $I$  为地震烈度.

由式(1)不难看出,改进的地震动随机模型不仅与场地土特征频率和阻尼比有关,还强烈,地依赖于地震烈度和持时. 由于场地土的分类和烈度等级的划分都具有明显的模糊性,因此相应的  $\omega_g$ ,  $\xi_g$  和  $I$  也都具有模糊性. 对于场地土模糊性而引起的  $\omega_g$  和  $\xi_g$  的模糊性,一般可通过对场地的综合评判给予确定. 本文不做这方面讨论,而主要研究强烈依赖于模糊烈度的地震动随机模型. 鉴于地震烈度划分的模糊性,文[3]建议在连续地震烈度论域  $U=[0,12]$  上选定一个隶属度为

$$\mu_I(I) = \frac{1}{2} \left[ \sin(2 \frac{I-I_1}{I_2-I_1} - \frac{1}{2})\pi + 1 \right],$$

$$I \in \text{Supp } I = [I_1, I_2], \quad (3)$$

式中  $I_1, I_2$  分别为可能发生的最大地震烈度的上限和下限. 由式(2)可得

$$I = 1.848 \ln \sigma_a + 0.924 \ln T_a + 6.9788. \quad (4)$$

利用扩展原理,将  $\sigma_a$  在模糊预测烈度  $I$  上扩展可得模糊地面运动加速度根方差  $\sigma_a$  的隶属函数

$$\mu_{\sigma_a}(\sigma_a) = \frac{1}{2} \left[ \sin(2 \frac{1.848 \ln \sigma_a + 0.924 \ln T_a + 6.9788 - I_1}{I_2 - I_1} - \frac{1}{2})\pi + 1 \right],$$

$$\sigma_a \in \text{supp } \sigma_a = [\sigma_{a1}, \sigma_{a2}]. \quad (5)$$

利用  $S_a$  和  $\sigma_a$  的关系式(1),将其在  $\sigma_a$  上扩展,可得相应于模糊预测烈度的地震地面加速度  $\tilde{a}(\sigma_a, t)$  的功率谱密度为

$$S_a(\sigma_a, \omega) = \int_{\text{supp } \sigma_a} \mu_{\sigma_a}(\sigma_a) / S_a(\sigma_a, \omega). \quad (6)$$

于是地震地面运动加速度的模糊平稳随机模型可表示为

$$\tilde{a}(\sigma_a, t) = \int_{\text{supp } \sigma_a} \mu_{\sigma_a}(\sigma_a) / a(\sigma_a, t), \quad (7)$$

其中  $\tilde{a}(\sigma_a, t)$  是均值为零,谱密度为  $S_a(\sigma_a, \omega)$  的非模糊平稳高斯过程,它以隶属度  $\mu_{\sigma_a}(\sigma_a)$  隶属于  $\tilde{a}(\sigma_a, t)$ .

## 2 多层石结构的模糊随机地震反应

从多层石房屋的地震破坏现象和多层料石结构房屋动力特性的实验来看,料石砌体属脆性材料,变形主要以剪切弹性变形为主,破坏主要呈现为剪切强度破坏. 因此可采用剪切型多自由度体系模型,在弹性范围内研究其抗震抗剪能力可靠性问题(图1). 故多层石结构的模糊随机地震分析的数学模型归结为求下列随机运动方程的模糊解

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = -ME\tilde{a}(\sigma_a, t), \quad (8)$$

式中  $M, C, K$  分别为为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,  $X$  为各层相对地面运动的模糊随机

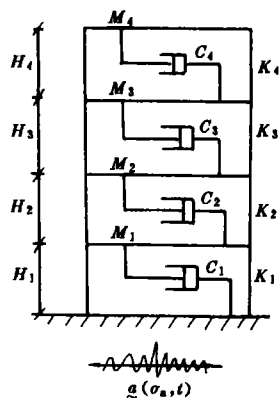


图1 石结构力学模型

位移过程,  $E$  为单位列阵. 方程(8)是含有模糊参数  $\sigma_a$  的随机微分方程组, 由于模糊干扰过程  $a(\sigma_a, t)$  可以表示为式(7)那样的模糊分量形式, 所以方程(8)可转化为用模糊分量(它们含有不同的  $\sigma_a$  及其隶属度  $\mu_{\sigma_a}$ )表示的一系列非模糊的线性随机微分方程组:

$$\left. \begin{aligned} MX + CX + KX &= -MEa(\sigma_a, t), \\ \mu_{\sigma_a}(\sigma_a) &= \frac{1}{2} \left[ \sin(2 \frac{1.848 \ln \sigma_a + 0.924 \ln T_a + 6.9788 - I_1}{I_2 - I_1} - \frac{1}{2}) \pi + 1 \right], \\ \sigma_a &\in \text{supp} \sigma_a = [\sigma_1, \sigma_2]. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

相应随机响应  $x_i(\sigma_a, t)$  的自谱密度函数为

$$S_{x_i x_i}(\omega) = \sum_l \sum_m \varnothing_{im} \varnothing_{il} r_l r_m H_{\theta_l}^*(\omega) H_{\theta_m}(\omega) S_a(\omega), \quad (10)$$

式中  $r_j$  为第  $j$  型振参与系数,  $\varnothing_{il}$  振型矩阵元素.

$$H_{\theta_j}(\omega) = \frac{1}{\omega_j^2 - \omega^2 + 2i\xi_j \omega_j \omega}. \quad (11)$$

为相应于第  $j$  振型的传递函数,  $H_{\theta_j}^*(\omega)$  为  $H_{\theta_j}(\omega)$  的共轭. 利用式(1), (10)可算出所需要的统计量如

$$\sigma_{x_i}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{x_i x_i}(\omega) d\omega = \sum_l \sum_m \varnothing_{im} \varnothing_{il} r_l r_m \int_{-\infty}^{\infty} H_{\theta_l}^*(\omega) H_{\theta_m}(\omega) S_a(\omega) d\omega, \quad (12)$$

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{x_i x_i}(\omega) d\omega = \sum_l \sum_m \varnothing_{il} \varnothing_{im} r_l r_m \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 H_{\theta_l}^*(\omega) H_{\theta_m}(\omega) S_a(\omega) d\omega, \quad (13)$$

$$\alpha_1^2 = \int_0^{\infty} \omega S_{x_i x_i}(\omega) d\omega = \sum_l \sum_m \varnothing_{il} \varnothing_{im} r_l r_m \int_0^{\infty} \omega H_{\theta_l}^*(\omega) H_{\theta_m}(\omega) S_a(\omega) d\omega. \quad (14)$$

层间剪力  $V$  可通过下面线性变换得到

$$V = B \cdot K \cdot X, \quad (15)$$

其中  $B$  为元素为 1 的下三角形矩阵.

对于任一  $\sigma_a \in [\sigma_1, \sigma_2]$ , 可用以上方法求得体系平稳响应的各统计量, 则体系模糊平稳响应的诸统计量可表示为

$$(\sigma_x^2, \sigma_z^2, \alpha_1^2) = \int_{\text{supp} \sigma_a} \mu_{\sigma_a} / (\sigma_x^2, \sigma_z^2, \alpha_1^2). \quad (16)$$

式(16)表明了模糊随机地震干扰下, 体系的响应也具有模糊性和随机性, 这种模糊随机响应是由一系列非模糊的随机响应(具有不同隶属度)组成的. 若从各个解的隶属度的平方为权来综合所得的解集, 可得到消除模糊性的确定解

$$(\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_z, \bar{\alpha}_1) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} (\sigma_x, \sigma_z, \alpha_1) \cdot \mu_{\sigma_a}^2(\sigma_a) d\sigma_a / \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \mu_{\sigma_a}^2(\sigma_a) d\sigma_a. \quad (17)$$

### 3 石结构模糊抗剪能力可靠性

#### 3.1 石结构墙体强度破坏指数及其概率分布

石结构的强度破坏可以发生在各层各墙段, 本文定义石结构各墙段的强度破坏指数为

$$D_j^i = (\frac{V_j}{R_j})_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m, \quad (18)$$

式中  $i$  表示层号,  $V_j, R_j$  分别表示第  $j$  段墙的地震剪力和抗震抗剪强度极限值;  $R_j = (f_{VE} \cdot A_j) / r_{RE}$ ,  $A_j$  为第  $j$  段墙体截面积,  $r_{RE}$  为结构抗震调整系数,  $f_{VE}$  为石砌体沿阶梯形截面破坏的抗震抗剪强度. 可参照《福建省地方标准石结构房屋抗震设计规范 DBJ 13-11-93》取值.

笔者在文[2]指出, 由于石结构房屋一般具有较大刚度和较大层间剪力, 因此它们的随机内力和极限承载力的交差概率已不属于小概率事件, 此时可视发生交差概率为马尔可夫过程, 其抗剪强度破坏指数的概率分布为

$$P_{ij}(|D_j^i| < d) = \exp\left\{-\frac{\omega_2}{\pi} T_i \exp(-r^2/2) \frac{1 - \exp(-\frac{\pi}{2} qr)}{1 - \exp(-r^2/2)}\right\}, \quad (19)$$

式中  $\omega_2 = \bar{\sigma}_x / \bar{\sigma}_x$ ,  $r = d / \sigma_{D_j^i}$ ,  $q = \omega_1 / \omega_2$ . 有

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \omega_1 = 2\bar{a}_1 / \bar{\sigma}_x, \sigma_{D_j^i} = \bar{\sigma}_{V_j^i} / R_j.$$

相应的抗剪强度破坏指数的概率分布数  $P_{ij}$  对  $d$  求导得到<sup>[2]</sup>.

### 3.2 石结构抗剪能力模糊可靠性

结构的强度破坏实际上应是一个连续的过程, 很难用某一个确定的指标作为分界线. 为了更好地利用抗震可靠度分析的结果定量地评价和验算石结构抗震抗剪能力的可靠性, 根据石结构抗震试验和震害调查, 本文把石结构强度破坏的连续过程划分为三个模糊的破坏等级界限:  $B_1$ , 基本完好, 此时结构尚处于弹性工作阶段, 结构保持完好, 无裂缝出现;  $B_2$ , 中等破坏, 此时结构产生裂缝, 并逐步贯通, 通过加固修复, 结构仍可使用,  $B_3$ , 严重破坏, 此时结构墙体出现大踏步阶梯裂缝, 缝间垫片松动、脱落, 墙体失稳, 不再承受地震荷载作用. 这样, 石结构抗剪强度破坏等级论域可定义为松,

$[B_1, B_2, B_3] = [\text{基本完好, 中等破坏, 严重破坏}]$ . 记墙体“不发生  $B_i$  或更高等级破坏”的模糊安全域为  $B_i^*$ , 用墙体强度破坏指数  $D_j^i$  来描述结构的破坏状态,  $B_i^*$  的隶属函数  $\mu_{B_i^*}(d)$  可以表示为

$$\mu_{B_i^*}(d) = \begin{cases} 1, & d \leq d_{i-1}, \\ \frac{1}{2} [1 - \sin(\frac{d - d_{i-1}}{d_i - d_{i-1}} \pi)], & d_{i-1} < d \leq d_i, \\ 0, & d > d_i. \end{cases} \quad (20)$$

其图形如图 2 所示. 其中界限特  $d_1, d_2, d_3$  分别为 0.45, 0.8, 1.0.

根据动力可靠性定义, 石结构各墙段的模糊抗震抗剪能力可靠性可以表示为:

$$\begin{aligned} P_{ijk}(B_{ijk}^*, T_s) &= P\{D_k^i \subseteq B_{ijk}^*\} \\ &= \int_0^{d_i} f_{D_k^i}(d) \mu_{B_{ijk}^*}(d) d(d), \end{aligned} \quad (21)$$

式中  $f_{D_k^i}(d)$  为第  $j$  层第  $k$  段墙体强度破坏指数的概率密度函数.

### 3.3 石结构的层、整体模糊抗震抗剪能力可靠性

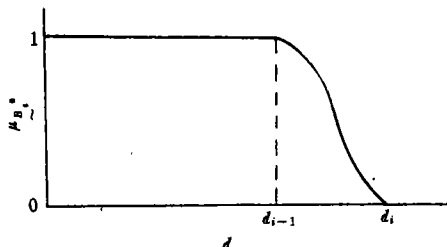


图 2 模糊安全域  $B_i^*$  的隶属函数

鉴于石结构抗震设计,一般只对纵、横向不利墙段进行截面验算.同时,石结构本身整体性较差,大量灰缝的存在使得强度破坏独立发生在各自墙段.因此,本文采用“最弱单元假设”来描述石结构层的模糊抗震抗剪能力可靠性<sup>[2]</sup>,即

$$P_{s_j}(T) = \min_{i=1}^m P_{s_{ji}}(T). \quad (22)$$

而体系的模糊抗震抗剪能力可靠性可表为

$$P_s(T) = \min_{j=1}^n P_{s_j}(T). \quad (23)$$

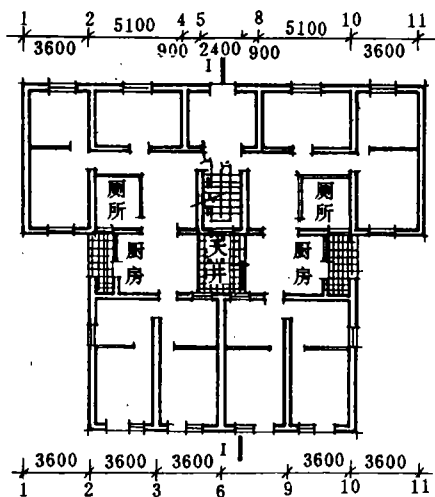
## 4 应用实例和结果讨论

设计实例选取闽南地区有代表性的石楼房一幢,Ⅰ类场地土,结果平面图见图3.根据文[4]对该地区所进行的地质构造分析和地震危险性分析,可确定在未来50年基准期内的预测烈度的上限 $I_2=7.5$ 度,下限取 $I_1=6.5$ 度,则该地区的模糊预测烈度 $I$ 的支集为 $[6.5, 7.5]$ .地震地面运动参数见表1.

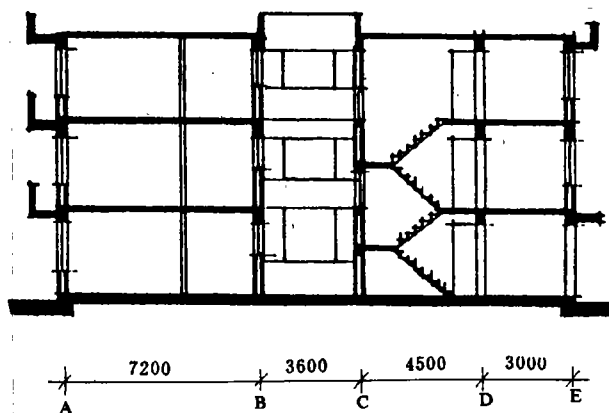
表1 地震地面运动参数

$w_g/\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$\xi_g$	$T/\text{s}$
15.8	0.81	10.5

表2给出按四层设计,墙厚24cm,粗料石有垫片砂浆强度 $M_5$ 砌筑的石房在各个不同强



(a) 平面图



(b) I-I 剖面图

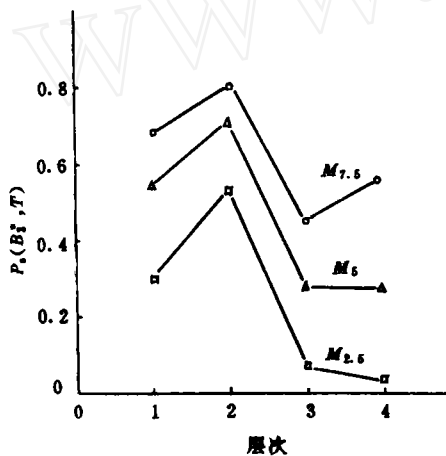
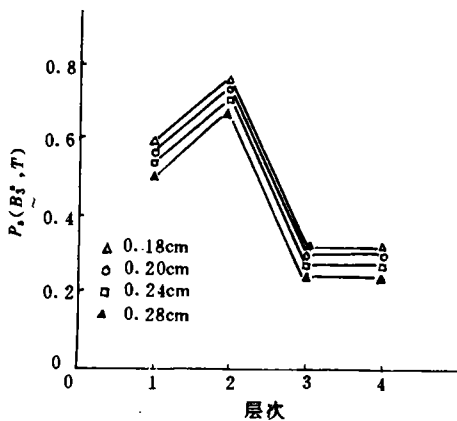
图3 石结构楼层平面图和剖面图

度破坏等级下得到的结构层可靠性和总体可靠性的结果,不难看出,该石房纵向抗震抗剪能力可靠性远较横向低,最小仅为0.24,而横向也只有0.55,偏低.

由于纵向的抗震抗剪能力可靠性较弱,我们进一步研究其它因素对结构不发生 $B_3$ (严重剪切强度破坏)的可靠性 $P_s(B_3^c, T)$ .当改变砂浆等级时,该石房的层可靠度给于图4(墙厚24cm,不难看出,改变砂浆强度等级能提高结构可靠度,但当砂浆强度提高到 $M_{7.5}$ 时,纵向层可

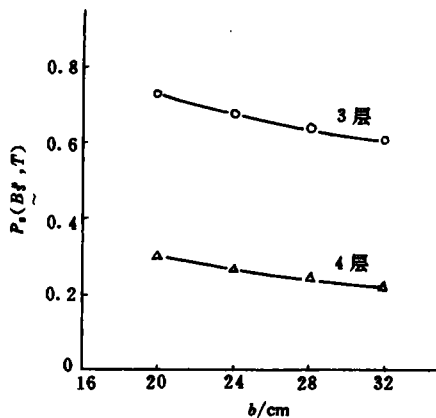
表 2 不同强度破坏等级下结构层抗剪能力可靠性

层 次	一 层	二 层	三 层	四 层	总 体
纵 向	$P_s(\tilde{B}_1^*, T)$	0.0289	0.1484	0.0019	0.0004
	$P_s(\tilde{B}_2^*, T)$	0.2990	0.5479	0.0881	0.0603
	$P_s(\tilde{B}_3^*, T)$	0.5121	0.7056	0.2419	0.2419
横 向	$P_s(\tilde{B}_1^*, T)$	0.0745	0.2449	0.0108	0.0074
	$P_s(\tilde{B}_2^*, T)$	0.5013	0.6982	0.2444	0.2444
	$P_s(\tilde{B}_3^*, T)$	0.7669	0.8563	0.5508	0.5080

图 4 砂浆等级对  $P_s(\tilde{B}_3^*, T)$  影响图 5 墙厚对  $P_s(\tilde{B}_3^*, T)$  影响

靠度也只有 0.44, 还是偏低. 当改变墙厚时, 砂浆强度等级取  $M_5$ , 结构的层可靠度结果绘于图 5. 从图中可见, 减少墙厚可以提高墙体抗表抗剪可靠度. 这是因为减少墙厚度可增加墙体平均正压力, 从而提高墙体抗剪强度. 但是石砌体有其独特的受力方式, 它主要依靠垫片受力保持稳定, 过多减少墙体厚度容易造成墙体失稳, 建议采用 20~24 cm 厚为宜.

图 6 给出了具有不同的墙厚度  $b$ , 不同层数的楼房的结构总体可靠度  $P_s(\tilde{B}_3^*, T)$ . 从图中可见, 减少结构层数对提高抗震抗剪可靠性是十分明显的. 因此, 对于地震正内石结构必须严格控制结构的层数和高度.

图 6 层数和墙厚  $b$  对  $P_s(\tilde{B}_3^*, T)$  的影响

综上所述,选取砂浆强度等级  $M_5$ ,墙厚 24 cm,给出三种改进设计的方案,其计算结果见表 4. 从表中结果可见,采用细料石砌筑可获得最好的抗震抗剪可靠度,按三层设计也可达到较理想的可靠度,体系  $P_s(\tilde{B}_s^*, T)$  可达 0.69,这对石结构来说是可接受的可靠的概率水平. 提高砂浆等级  $M_{7.5}$  的可靠性为 0.45 略为偏低. 因此,我们认为前两种方案是可行的. 这也说明福建省石结构房屋抗震设计规范中把无垫片砌筑最大高层限为四层,有垫片限为三层是合理的.

表 3 三种改进设计的石结构纵向抗剪能力可靠性  $P_s(\tilde{B}_s^*, T)$

层 次	一	二	三	四	总体
按细料石设计	0.9735	0.9803	0.9413	0.9978	0.9413
按三层设计	0.8063	0.7413	0.6851		0.6851
提高砂浆等级 $M_{7.5}$	0.6800	0.8106	0.4493	0.5780	0.4493

### 参 考 文 献

- 1 林建华. 多层石结构抗震可靠度研究. 福建建筑, 1991, (3~4): 56~67
- 2 林建华. 地震区多层石结构抗震抗剪能力的模糊可靠性分析. 华南地震, 1993, 13(1): 1~9
- 3 王光远, 欧进萍. 多自由度滞变体系在地震作用下的模糊随机振动. 地震工程与工程振动, 1986, 6(3): 32~45
- 4 林建生, 林建华. 泉州地区地震危险性分析. 华侨大学学报(自然科学版), 1989, 10(2): 171~180

## Analysis of Fuzzy Quake-Resistant and Shear-Resistant Reliability of Stone Structure and Its Application

Lin Jianhua Shi Jingxun Shi Yanghong

(Dept. of Civil Eng., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

**Abstract** The authors studied the reliability of earthquake-resistance and shear-resistance of multistoried stone structure, by taking account of the randomness and fuzziness of earthquake intensity and the fuzzy boundaries of intensity damage scales of stone structure. A fuzzy safety criterion of quake-resistance and shear-resistance of stone structure was established by simulating the ground motion of earthquake to be a random process of stationary filtered colored noise with fuzzy intensity parameter and by introducing the damage index of shear strength. A reasonable method was thus provided for the study of quake-resistant and shear-resistant reliability of multistoried stone structure and for its application to the aseismatic design.

**Keywords** reliability, randomness, fuzziness, earthquakes, stone structure, aseismatic design