第15卷 第1期　　华侨大学学报（自然科学版）　　Vol. 15 No. 1
1994年1月　　Journal of Huaqiao University (Natural Science)　　Jan. 1994

AOR迭代法收敛判别准则*

陈 恒 新

（华侨大学管理信息科学系，泉州 362011）

摘要　将周荣富等判别超松弛迭代法的收敛性准则推广到AOR迭代法，并且去掉A为不可约矩阵或$|a_{ii}|+u_i>0$ ($i=1, 2, \cdots, n$) 这一条件．获得了比其定理更好的结果．

关键词　AOR法，收敛，判别准则

分类号　O 175.9

对于线性方程组$X=AX+b$，$A\in C^{n\times n}$（式A），其中$A=D+L+U$，D为对角阵，L,U分别为严格下三角阵和严格上三角阵．则解方程组(A)之AOR迭代法为$X^{(k+1)}=L_{\gamma,\omega}X^{(k)}+(I-\gamma L)^{-1}\omega b$（式B），其中$0\leqslant\gamma\leqslant\omega<2$，且$\omega>0$（式C），$L_{\gamma,\omega}=(I-\gamma L)^{-1}[(1-\omega)I+(\omega-\gamma)L+\omega(D+U)]$（式D）．几种常见迭代法为其特例：当$\gamma=0,\omega=1$时，为Jacobi迭代法；当$\gamma=\omega=1$时，为Gauss-Seidel迭代法；当$\gamma=\omega$时，即为文[1]的超松弛(SOR)迭代法（此时式(C)的条件为$0<\omega<2$）．

1 收敛判别准则

引理　严格对角占优矩阵为非奇异矩阵[2]．

定理　如果存在置换$T_i=\begin{pmatrix}1 & 2 & \cdots & n\\ i_1 & i_2 & \cdots & i_n\end{pmatrix}$及一组正数$\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_n$，使得下列不等式成立

$$\begin{cases}\sum\limits_{k=1}^{n}|a_{i_1i_k}|\leqslant\mu_1<1,\\ |a_{i_2i_1}|\mu_1+\sum\limits_{k=2}^{n}|a_{i_2i_k}|\leqslant\mu_2<1,\\ \qquad\cdots\\ \sum\limits_{k=1}^{n-1}|a_{i_ni_k}|\mu_k+|a_{i_ni_n}|\leqslant\mu_n<1.\end{cases}\tag{1}$$

则对与式(A)等价之方程组

$$x_{i_j}=\sum_{k=1}^{n}a_{i_ji_k}x_{i_k}+b_{i_j},\ j=1,2,\cdots,n.$$

* 本文1993-05-03收到；福建省自然科学基金资助项目

进行 AOR 迭代，得

$$x^{(k+1)} = \widetilde{L}_{\gamma,\omega} x^{(k)} + (I - \gamma \widetilde{L})^{-1} \omega b, \tag{2}$$

其中

$$\widetilde{L}_{\gamma,\omega} = (I - \gamma \widetilde{L})^{-1} [(1-\omega) I + (\omega - \gamma) \widetilde{L} + \omega (\widetilde{D} + \widetilde{U})], \tag{3}$$

$$\widetilde{D} = \begin{bmatrix} a_{i_1 i_1} & & & \\ & a_{i_2 i_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_{i_n i_n} \end{bmatrix}, \quad \widetilde{L} = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ a_{i_2 i_1} & 0 & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ a_{i_n i_1} & \cdots & a_{i_n i_{n-1}} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\widetilde{U} = \begin{bmatrix} 0 & a_{i_1 i_2} & \cdots & a_{i_1 i_n} \\ & 0 & \ddots & \vdots \\ & & \ddots & a_{i_{n-1} i_n} \\ & & & 0 \end{bmatrix}.$$

记 $l_i = \sum_{j<i} |\widetilde{l}_{ij}| \mu_j$, $u_i = \sum_{j>i} |\widetilde{u}_{ij}| \mu_j$, $C = \min_{1 \leqslant i \leqslant n} [2\mu_i / (\mu_i + |a_{ii}| \mu_i + l_i + u_i)]$. 则当

$$0 \leqslant \gamma \leqslant \omega < (\text{或} \leqslant *) C, \text{ 且 } \omega > 0 \tag{4}$$

时 AOR 迭代法(2)收敛.

证明　不失一般性，可设 $i_j = j$, $j = 1, 2, \cdots, n$. 此时 $\widetilde{L}_{\gamma,\omega} = L_{\gamma,\omega}$, $\widetilde{D} = D$, $\widetilde{L} = L$, $\widetilde{U} = U$. 则式(2),(3)变为式(B),(D)形式，而

$$l_i = \sum_{j=1}^{i-1} |a_{ii}| \mu_j, \; u_i = \sum_{j=i+1}^{n} |a_{ij}| \mu_j,$$

已知条件式(1)可表为

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n} |a_{1k}| \leqslant \mu_1 < 1, \\ |a_{21}| \mu_1 + \sum_{k=2}^{n} |a_{2k}| \leqslant \mu_2 < 1, \\ \cdots \\ \sum_{k=1}^{i-1} |a_{ik}| \mu_k + \sum_{k=i}^{n} |a_{ik}| \leqslant \mu_i < 1. \\ \cdots \\ \sum_{k=1}^{n-1} |a_{nk}| \mu_k + |a_{nn}| \leqslant \mu_n < 1. \end{cases} \tag{5}$$

要证明迭代收敛，只要证明 $L_{\gamma,\omega}$之谱半径 $\rho(L_{\gamma,\omega}) < 1$ 即可. 取 $\varepsilon_n = \frac{1}{2}(1 - \mu_n)$, 因 $\mu_n < 1$, 可知 $\varepsilon_n > 0$, 且 $\mu_n + \varepsilon_n = \mu_n + \frac{1}{2}(1 - \mu_n) = \frac{1 + \mu_n}{2} < 1$. 取

---

* 这里 $C \geqslant 1$（当 a_{ii}, $\cdots$, a_{in}不同时为零则成立严格号，详见定理的证明过程及式(14)）. 若 $C > 1$，则用严格号<；若 $C = 1$，则用≤号. 事实上，在文[1]的定理中，若条件 $|a_{ii}| + u_i > 0$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$不满足，则可能有 $\min_{1 \leqslant i \leqslant n} [2\mu_i / (\mu_i + |a_{ii}| \mu_i + l_i + u_i)] = 1$，因此其证明中 $1 < \omega < \min_{1 \leqslant i \leqslant n} [2\mu_i / (\mu_i + |a_{ii}| \mu_i + l_i + u_i)]$这种情况是不可能的. 故亦应按类似本文这样来考虑.

$$\varepsilon_k^{(1)} = \begin{cases} \min\left(\dfrac{1-\mu_k}{2}, \dfrac{1}{2^{n-k}}\dfrac{\varepsilon_n}{|a_{nk}|}\right), & \text{当 } a_{nk} \neq 0 \text{ 时}, \\ \dfrac{1-\mu_k}{2}, & \text{当 } a_{nk} = 0 \text{ 时}, \end{cases} \quad k = 1,2,\cdots,n-1.$$

则有 $\varepsilon_k^{(1)}>0$，且

$$\mu_k + \varepsilon_k^{(1)} \leqslant \mu_k + \frac{1}{2}(1-\mu_k) = \frac{1+\mu_k}{2} < 1, \qquad k = 1,2,\cdots,n-1. \tag{6}$$

因为当 $a_{nk}\neq 0$ 时，$|a_{nk}|\varepsilon_k^{(1)}\leqslant |a_{nk}|(1/2^{n-k})(\varepsilon_n/|a_{nk}|)=(1/2^{n-k})\varepsilon_n$；当 $a_{nk}=0$ 时，$|a_{nk}|\varepsilon_k^{(1)}=0<(1/2^{n-k})\varepsilon_n$. 所以有

$$\sum_{k=1}^{n-1}|a_{nk}|\varepsilon_k^{(1)} \leqslant \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{2^{n-k}}\varepsilon_n = \varepsilon_n\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{2^{n-k}} = \varepsilon_n\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{2^k} < \varepsilon_n\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2^k}$$
$$= \varepsilon_n \cdot \frac{1}{2}\Big/\left(1-\frac{1}{2}\right) = \varepsilon_n.$$

即得

$$\sum_{k=1}^{n-1}|a_{nk}|\varepsilon_k^{(1)} < \varepsilon_n. \tag{7}$$

取

$$\varepsilon_k^{(2)} = \begin{cases} \min\left(\varepsilon_k^{(1)}, \dfrac{1}{2^{n-1-k}}\dfrac{\varepsilon_{n-1}^{(1)}}{|a_{n-1,k}|}\right), & \text{当 } a_{n-1,k} \neq 0 \text{ 时}, \\ \varepsilon_k^{(1)}, & \text{当 } a_{n-1,k} = 0 \text{ 时}, \end{cases} \quad k = 1,2,\cdots,n-2.$$

则有 $0<\varepsilon_k^{(2)}\leqslant\varepsilon_k^{(1)}$ 且 $\mu_k+\varepsilon_k^{(2)}\leqslant\mu_k+\varepsilon_k^{(1)}<1$ ($k=1,2,\cdots,n-2$). 当 $a_{n-1,k}\neq 0$ 时

$$|a_{n-1,k}|\varepsilon_k^{(2)} \leqslant |a_{n-1,k}|(1/2^{n-1-k})(\varepsilon_{n-1}^{(1)}/|a_{n-1,k}|) = \frac{1}{2^{n-1-k}}\varepsilon_{n-1}^{(1)}.$$

当 $a_{n-1,k}=0$ 时，$|a_{n-1,k}|\varepsilon_k^{(2)}=0<(1/2^{n-1-k})\varepsilon_{n-1}^{(1)}$. 所以有

$$\sum_{k=1}^{n-2}|a_{n-1,k}|\varepsilon_k^{(2)} \leqslant \sum_{k=1}^{n-2}\frac{1}{2^{n-1-k}}\varepsilon_{n-1}^{(1)} = \varepsilon_{n-1}^{(1)}\sum_{k=1}^{n-2}\frac{1}{2^{n-1-k}} = \varepsilon_{n-1}^{(1)}\sum_{k=1}^{n-2}\frac{1}{2^k} < \varepsilon_{n-1}^{(1)}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2^k} = \varepsilon_{n-1}^{(1)},$$

得

$$\sum_{k=1}^{n-2}|a_{n-1,k}|\varepsilon_k^{(2)} < \varepsilon_{n-1}^{(1)}.$$

一般对于 $i=1,2,\cdots,n-2$，取

$$\varepsilon_k^{(i+1)} = \begin{cases} \min\left(\varepsilon_k^{(i)}, \dfrac{1}{2^{n-i-k}}\dfrac{\varepsilon_{n-i}^{(i)}}{|a_{n-i,k}|}\right), & \text{当 } a_{n-i,k} \neq 0 \text{ 时}, \\ \varepsilon_k^{(i)}, & \text{当 } a_{n-i,k} = 0 \text{ 时}, \end{cases} \quad k = 1,2,\cdots,n\text{-}1\text{-}i.$$

可知有

$$0 < \varepsilon_k^{(i+1)} \leqslant \varepsilon_k^{(i)}, \qquad i = 1,2,\cdots,n-2,\ k = 1,2,\cdots,n\text{-}1\text{-}i, \tag{8}$$

且

$$\sum_{k=1}^{n-(i+1)}|a_{n-i,k}|\varepsilon_k^{(i+1)} \leqslant \sum_{k=1}^{n-(i+1)}\frac{1}{2^{n-i-k}}\varepsilon_{n-i}^{(i)} = \varepsilon_{n-i}^{(i)}\sum_{k=1}^{n-(i+1)}\frac{1}{2^{n-i-k}}$$
$$= \varepsilon_{n-i}^{(i)}\sum_{k=1}^{n-(i+1)}\frac{1}{2^k} < \varepsilon_{n-i}^{(i)}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2^k} = \varepsilon_{n-i}^{(i)}.$$

所以得

$$\sum_{k=1}^{n-(i+1)} |a_{n-i,k}| \varepsilon_k^{(i+1)} < \varepsilon_{n-i}^{(i)}, \qquad i = 1,2,\cdots,n-2. \tag{9}$$

于是，由式(7)和(9)得

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n-1} |a_{nk}| \varepsilon_k^{(1)} < \varepsilon_n, \\ \sum_{k=1}^{n-2} |a_{n-1,k}| \varepsilon_k^{(2)} < \varepsilon_{n-1}^{(1)}, \\ \qquad \cdots \\ |a_{31}| \varepsilon_1^{(n-2)} + |a_{32}| \varepsilon_2^{(n-2)} < \varepsilon_3^{(n-3)}, \\ |a_{21}| \varepsilon_1^{(n-1)} < \varepsilon_2^{(n-2)}. \end{cases} \tag{10}$$

若令 $\varepsilon_{n-1} = \varepsilon_{n-1}^{(1)}$，$\varepsilon_{n-2} = \varepsilon_{n-2}^{(2)}, \cdots, \varepsilon_3 = \varepsilon_3^{(n-3)}$，$\varepsilon_2 = \varepsilon_2^{(n-2)}$，$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{(n-1)}$，则由式(10)，(8)和(6)知成立

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n-1} |a_{nk}| \varepsilon_k < \varepsilon_n, \\ \sum_{k=1}^{n-2} |a_{n-1,k}| \varepsilon_k < \varepsilon_{n-1}, \\ \qquad \cdots \\ |a_{31}| \varepsilon_1 + |a_{32}| \varepsilon_2 < \varepsilon_3, \\ |a_{21}| \varepsilon_1 < \varepsilon_2, \end{cases} \tag{11}$$

其中 ε_k 满足 $\mu_k < \mu_k + \varepsilon_k < 1$ $(k=1,2,\cdots,n)$. 将式(11)和已知条件的式(5)中对应的行相加得

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n} |a_{1k}| < \mu_1 + \varepsilon_1 < 1, \\ |a_{21}| (\mu_1 + \varepsilon_1) + \sum_{k=2}^{n} |a_{2k}| < \mu_2 + \varepsilon_2 < 1, \\ \qquad \cdots \\ \sum_{k=1}^{i-1} |a_{ik}| (\mu_k + \varepsilon_k) + \sum_{k=i}^{n} |a_{ik}| < \mu_i + \varepsilon_i < 1, \\ \qquad \cdots \\ \sum_{k=1}^{n-1} |a_{nk}| (\mu_k + \varepsilon_k) + |a_{nn}| < \mu_n + \varepsilon_n < 1. \end{cases}$$

记 $h_i = \mu_i + \varepsilon_i$，$i = 1,2,\cdots,n$，则由上式有

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n} |a_{1k}| < h_1 < 1, \\ \sum_{k=1}^{i-1} |a_{ik}| h_k + \sum_{k=i}^{n} |a_{ik}| < h_i < 1, \qquad i = 2,3,\cdots,n, \end{cases} \tag{12}$$

其中 $h_i > 0$ $(i=1,2,\cdots,n)$.

设 λ 为 $L_{\gamma,\omega}$ 的任一特征值，X 为相应特征向量，则 $L_{\gamma,\omega} X = \lambda X$ $(X \neq 0)$，即 $(I-\gamma L)^{-1}[(1-\omega)I + (\omega-\gamma)L + \omega(D+U)]X = \lambda X$. 从而，$[(1-\omega)I + (\omega-\gamma)L + \omega(D+U)]X = \lambda(I-\gamma L)X$，$[(1-\omega-\lambda)I + (\gamma\lambda+\omega-\gamma)L + \omega(D+U)]X = 0$. 令 $G = (1-\omega-\lambda)I + (\gamma\lambda+\omega-\gamma)L + \omega(D+U)$，于是有

$$GX = 0. \tag{13}$$

取对角阵

$$H=\mathrm{diag}(h_1,h_2,\cdots,h_n),\qquad \Lambda=\mathrm{diag}(\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_n).$$

因 $h_i>0$，$\mu_i>0$，所以 H 和 Λ 均为非奇异对角阵．令 $G^*=GH$，$\tilde{G}=G\Lambda$．且记 $G^*=[g_{ij}^*]$，$\tilde{G}=[\tilde{g}_{ij}]$．因由已知条件式(5)有

$$\mu_i\geqslant\sum_{k=1}^{i-1}|a_{ik}|\mu_k+\sum_{k=i}^{n}|a_{ik}|\geqslant\sum_{k=1}^{i-1}|a_{ik}|\mu_k+\sum_{k=i}^{n}|a_{ik}|\mu_k=l_i+|a_{ii}|\mu_i+u_i,\tag{14}$$

则 $2\mu_i\geqslant\mu_i+|a_{ii}|\mu_i+l_i+u_i>0$，于是有 $2\mu_i/(\mu_i+|a_{ii}|\mu_i+l_i+u_i)\geqslant1$ $(i=1,2,\cdots,n)$．因此

$$C=\min_{1\leqslant i\leqslant n}\ \frac{2\mu_i}{\mu_i+|a_{ii}|\mu_i+l_i+u_i}\geqslant1.$$

若 $C=1$，则已知条件式(4)为 $0\leqslant\gamma\leqslant\omega\leqslant1$，且 $\omega>0$，这时对 ω 只需考虑 $0<\omega\leqslant1$；若 $C>1$，则已知条件式(4)为 $0\leqslant\gamma\leqslant\omega<C$，且 $\omega>0$，这时将 ω 分为 $0<\omega\leqslant1$ 和 $1<\omega<C$ 来考虑．

下面分两种情况来讨论迭代的收敛性．

(1) 对于 $0<\omega\leqslant1$．由已知条件之式(4)，知 γ 取值为 $0\leqslant\gamma\leqslant\omega\leqslant1$．若 $|\lambda|\geqslant1$，因 $|\gamma\lambda+\omega-\gamma|\leqslant|\gamma\lambda|+|\omega-\gamma|=\gamma|\lambda|+\omega-\gamma=\gamma(|\lambda|-1)+\omega\leqslant\omega(|\lambda|-1)+\omega=\omega|\lambda|$，得 $-|\gamma\lambda+\omega-\gamma|\geqslant-\omega|\lambda|$．则

$$\begin{aligned}|g_{ii}^*|-\sum_{j\neq i}|g_{ij}^*|&=|(1-\omega-\lambda)h_i+\omega a_{ii}h_i|-|\gamma\lambda+\omega-\gamma|\sum_{j=1}^{i-1}|a_{ij}|h_j-\omega\sum_{j=i+1}^{n}|a_{ij}|h_j\\&\geqslant|1-\omega-\lambda|h_i-\omega|a_{ii}|h_i-\omega|\lambda|\sum_{j=1}^{i-1}|a_{ij}|h_j-\omega\sum_{j=i+1}^{n}|a_{ij}|h_j\\&\geqslant|\lambda|h_i-|1-\omega|h_i-\omega|\lambda|\sum_{j=1}^{i-1}|a_{ij}|h_j-\omega\sum_{j=i}^{n}|a_{ij}|h_j\\&=(|\lambda|-1+\omega)h_i-\omega|\lambda|\sum_{j=1}^{i-1}|a_{ij}|h_j-\omega\sum_{j=i}^{n}|a_{ij}|h_j\\&=(|\lambda|-1+\omega)\Big(h_i-\frac{\omega|\lambda|}{|\lambda|-1+\omega}\sum_{j=1}^{i-1}|a_{ij}|h_j\\&\qquad-\frac{\omega}{|\lambda|-1+\omega}\sum_{j=i}^{n}|a_{ij}|h_j\Big).\end{aligned}$$

因 $0<\omega\leqslant1$，$|\lambda|-1\geqslant0$，于是有 $\omega(|\lambda|-1)\leqslant|\lambda|-1$，$0<\omega|\lambda|\leqslant|\lambda|-1+\omega$，所以得 $0<\omega|\lambda|/(|\lambda|-1+\omega)\leqslant1$．又由 $0\leqslant|\lambda|-1$，有 $0<\omega\leqslant|\lambda|-1+\omega$，得 $0<\omega/(|\lambda|-1+\omega)\leqslant1$．又 $0<h_j<1$，因此有

$$|g_{ii}^*|-\sum_{j\neq i}|g_{ij}^*|\geqslant(|\lambda|-1+\omega)\Big(h_i-\sum_{j=1}^{i-1}|a_{ij}|h_i-\sum_{j=i}^{n}|a_{ij}|\Big).$$

这样，由式(12)及上式知 $|g_{ii}^*|-\sum_{j\neq i}|g_{ij}^*|>0$，即 G^* 为严格对角占优矩阵．由引理知 G^* 非奇异，从而 $G=G^*H^{-1}$ 亦为非奇异矩阵．于是由式(13)有 $X=0$，与 $X\neq0$ 矛盾，故 $|\lambda|<1$．

(2) 对于 $1<\omega<C$（当 $C>1$ 时）．由已知条件之式(4)知，γ 取值为 $0\leqslant\gamma\leqslant\omega$．若 $|\lambda|\geqslant1$．类似情况(1)的证法可推得

$$\begin{aligned}|\tilde{g}_{ij}|-\sum_{j\neq i}|\tilde{g}_{ij}|&\geqslant|(1-\omega-\lambda)\mu_i|-\omega|a_{ii}|\mu_i-\omega|\lambda|\sum_{j=1}^{i-1}|a_{ij}|\mu_j-\omega\sum_{j=i+1}^{n}|a_{ij}|\mu_j\\&=|(1-\omega-\lambda)\mu_i|-\omega|a_{ii}|\mu_i-\omega|\lambda|l_i-\omega u_i.\end{aligned}$$

因此由上式有

$$|\tilde{g}_{ii}|-\sum_{j\neq i}|\tilde{g}_{ij}|\geqslant|\lambda|\mu_i-(\omega-1)\mu_i-\omega[|a_{ii}|\mu_i+|\lambda|l_i+u_i]$$

$$
\begin{aligned}
&=(|\lambda|+1)\mu_i-\omega[\mu_i+|a_{ii}|\mu_i+|\lambda|l_i+u_i]\\
&>(|\lambda|+1)\mu_i-\frac{2\mu_i}{\mu_i+|a_{ii}|\mu_i+l_i+u_i}[\mu_i\\
&\quad+|a_{ii}|\mu_i+(1+|\lambda|-1)l_i+u_i]\\
&=(|\lambda|+1)\mu_i-2\mu_i-\frac{2\mu_i}{\mu_i+|a_{ii}|\mu_i+l_i+u_i}(|\lambda|-1)l_i\\
&=(|\lambda|-1)\mu_i-\frac{2\mu_i(|\lambda|-1)l_i}{\mu_i+|a_{ii}|\mu_i+l_i+u_i}\\
&=\frac{(|\lambda|-1)\mu_i}{\mu_i+|a_{ii}|\mu_i+l_i+u_i}[\mu_i-l_i+|a_{ii}|\mu_i+u_i]\geqslant 0
\end{aligned}
$$

(因由式(5)有 $\mu_i-l_i\geqslant\sum_{j=i}^{n}|a_{ij}|\geqslant 0$)．因此，有 $|\tilde{g}_{ii}|-\sum_{j\neq i}|\tilde{g}_{ij}|>0$，即 $\tilde{G}$ 是严格对角占优矩阵．与情况(1)类似，同理可得 $|\lambda|<1$．

综上所述，可知 $\rho(L_{\gamma,\omega})<1$，即定理得证．本文的定理，无论从收敛范围(因没有 A 为不可约矩阵或 $|a_{ii}|+u_i>0$，$i=1,2,\cdots,n$ 这一条件限制)和所研究的算法(因 AOR 迭代法包括了 SOR 迭代法)，均推广了文〔1〕定理的结果，因此具有更好的理论意义和实际应用价值．

参　考　文　献

1　周荣富等．关于超松弛迭代法收敛的一个判别准则．高校应用数学学报，1991，(2)：169～172

2　李庆杨等．数值分析．武汉：华中理工大学出版社，1988．58～60

Convergence Criterion for AOR Iteration Method

Chen Hengxin

(Dept. of Man. Info. Sci., Huaqiao Univ., 362011, Quanzhou)

Abstract　The convergence criterion given by zhou Rongfu for discriminating the iteration method of overrelaxation is generalized to AOR method; and the condition that A being an irreducible matrix or $|a_{ii}|+u_i>0$ $(i=1,2,\cdots,n)$ is removed. Thus a result better than the criterion given by zhou is obtained.

Keywords　AOR method, convergence, criterion