

在各向异性介质中电势的多极矩展开

郭震宁 陈荣年

(电气技术系)

摘要 给出在线性各向异性介质中电势的多极矩展开,及其特点和应用实例.

关键词 各向异性介质,电势,多极矩展开

0 引言

电势的多极矩展开是探寻原子和原子核内部带电粒子的运动情况,分析微观带电粒子相互作用的一个有力的研究手段.至今有关资料提供的都是在线性各向同性介质中的展开结果,当考虑到分子和原子内部空间点阵排列的各向异性、杂质分布的各向异性等因素时,就要求一个在线性各向异性介质中电势多极矩展开的普遍式.为此,本文首先导出一般带电体在各向异性介质中产生的电势分布普遍式,在此基础上进行电多极矩的展开.结果表明,对于一个小区域中的电荷分布,它在远处产生的电势等于位于坐标原点的点电荷(零极子)、偶极子、四极子、 \dots 、 2^n 极子在各向异性介质中产生的电势之和.而且,各向异性介质使各级电极子产生的电势也呈现出各向异性,但并不影响作为产生各级电极子电势的源的电多极矩的分布.

1 各向异性介质中电势分布的普遍式

已知一个位于直角坐标系 $Ox_1x_2x_3$ 原点的点电荷 e 在各向异性介质中 \vec{x} 处产生的电势分布为^[1].

$$\varphi(\vec{x}) = \frac{e}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

式子 ϵ_{ii} ($i=1,2,3$) 是各向异性介质的介电常数张量的三个主值^[2].

由式(1)推知,一个位于 \vec{x}' 处的元电荷 $\rho(\vec{x}')dV'$ 在各向异性介质中 \vec{x} 处产生的电势为

本文1992—06—30收到.

$$d\varphi(\vec{x}) = \frac{\rho(\vec{x}')dV'}{4\pi\sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}}\left[\frac{R_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{R_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{R_3^2}{\epsilon_{33}}\right]^{-\frac{1}{2}},$$

式中 $\vec{R} = \vec{x} - \vec{x}'$ 是源点 \vec{x}' 到场点 \vec{x} 的矢径. 因而, 一个具有电荷分布 $\rho(\vec{x}')$ 的任意带电体在各向异性介质中产生的电势分布为

$$\varphi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}}\int_V \frac{\rho(\vec{x}')dV'}{\left[\frac{R_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{R_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{R_3^2}{\epsilon_{33}}\right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (2)$$

2 电势的多极矩展开式

在诸如探索原子和原子核内部带电粒子的运动情况等问题中, 电势只分布在一个小区域 (设其线度为 l) 内, 要计算远离这个电荷体系处的电势, 可将式(2)用泰勒级数展开. 即当 $l \ll R = |\vec{x} - \vec{x}'|$ 时, 可将以 \vec{R} 为变量的函数

$$f(\vec{R}) = f(x_1 - x_1', x_2 - x_2', x_3 - x_3'),$$

在 $\vec{x}' = 0$ 附近展成泰勒级数

$$\begin{aligned} f(\vec{R}) = & f(\vec{x}) - (\vec{x}' \cdot \nabla) f(\vec{x}) + \frac{1}{2} (\vec{x}' \vec{x}' : \nabla \nabla) f(\vec{x}) \\ & - \frac{1}{6} (\vec{x}' \vec{x}' \vec{x}' : \nabla \nabla \nabla) f(\vec{x}) + \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

令

$$\begin{aligned} f(\vec{R}) &= \frac{1}{R_*} = \left(\frac{R_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{R_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{R_3^2}{\epsilon_{33}}\right)^{-\frac{1}{2}}, \\ f(\vec{x}) &= \frac{1}{x_*} = \left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}}\right)^{-\frac{1}{2}}, \end{aligned}$$

代入式(3), 有

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_*} = & \frac{1}{x_*} - (\vec{x}' \cdot \nabla) \frac{1}{x_*} + \frac{1}{2} (\vec{x}' \vec{x}' : \nabla \nabla) \frac{1}{x_*} \\ & - \frac{1}{6} (\vec{x}' \vec{x}' \vec{x}' : \nabla \nabla \nabla) \frac{1}{x_*} + \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

把式(4)代入式(2)便得到各向异性介质中电势的多极矩展开式

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{x}) = & \frac{1}{4\pi\sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}}\int_V \left[\frac{1}{x_*} - (\vec{x}' \cdot \nabla) \frac{1}{x_*} + \frac{1}{2} (\vec{x}' \vec{x}' : \nabla \nabla) \frac{1}{x_*} \right. \\ & \left. - \frac{1}{6} (\vec{x}' \vec{x}' \vec{x}' : \nabla \nabla \nabla) \frac{1}{x_*} + \dots \right] \rho(\vec{x}') dV'. \end{aligned} \quad (5)$$

下面分析讨论式(5)中各项的物理意义.

3 电零极项

展开式(5)的第一项为

$$\begin{aligned}\varphi^{(0)}(\vec{x}) &= \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \\ &= \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{-\frac{1}{2}},\end{aligned}\quad (6)$$

式中 $q = \int_V \rho(\vec{x}') dv'$ 是电荷系统的总电量. 此式与式(1)相同. 因此, 作为零级近似, $\varphi^{(0)}(\vec{x})$ 是相当于把系统的所有电荷都集中在原点的点电荷在各向异性介质中所产生的电势.

4 电偶极项

展开式(5)的第二项为

$$\begin{aligned}\varphi^{(1)}(\vec{x}) &= - \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \int_V (\vec{x}' \cdot \nabla) \frac{1}{x_\epsilon} \rho(\vec{x}') dv' \\ &= - \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \int_V \vec{x}' \cdot \frac{\vec{x}'_\epsilon}{x_\epsilon^3} \rho(\vec{x}') dv' \\ &= - \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \frac{\vec{P} \cdot \vec{x}'_\epsilon}{x_\epsilon^3},\end{aligned}\quad (7)$$

式中 $\vec{x}'_\epsilon = \frac{x_1}{\epsilon_{11}} \vec{e}_1 + \frac{x_2}{\epsilon_{22}} \vec{e}_2 + \frac{x_3}{\epsilon_{33}} \vec{e}_3$,

$$\vec{P} = \int_V \vec{x}' \rho(\vec{x}') dv',$$

\vec{P} 是该电荷系统的电荷相对于坐标原点的电偶极矩. 因此, $\varphi^{(1)}(\vec{x})$ 是放在原点的电矩为 \vec{P} 的电偶极子在各向异性介质中产生的电势.

5 电四极项

展开式(5)的第三项为

$$\begin{aligned}\varphi^{(2)}(\vec{x}) &= \frac{1}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \int_V \frac{1}{2} \rho(\vec{x}') dv' (\vec{x}' \vec{x}' : \nabla \nabla) \frac{1}{x_\epsilon} \\ &= \frac{1}{24\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \vec{Q} : \nabla \nabla \left(\frac{1}{x_\epsilon} \right)\end{aligned}\quad (8)$$

式中, $\vec{Q} = \int_V 3\vec{x}' \vec{x}' \rho(\vec{x}') dv'$, 或

$$Q_{ij} = \int_V 3x'_i x'_j \rho(\vec{x}') dv' \quad (9)$$

是该电荷系统相对于原点的电四极矩. 因此, $\varphi^{(2)}(\vec{x})$ 是位于坐标原点的电矩为 \vec{Q} 的电四极子在各向异性介质中产生的电势.

对于式(8)中的 $\nabla \nabla (\frac{1}{x_i})$, 计算可得

$$\nabla \nabla (\frac{1}{x_i}) = \frac{3\vec{x}'_i \vec{x}'_i}{x_i^5} - \frac{\vec{I}}{x_i^3}, \quad (10)$$

式中

$$\vec{I} = \frac{1}{\epsilon_{11}} \vec{e}_1 \vec{e}_1 + \frac{1}{\epsilon_{22}} \vec{e}_2 \vec{e}_2 + \frac{1}{\epsilon_{33}} \vec{e}_3 \vec{e}_3$$

称为并矢. 把式(10)代入式(8)有

$$\begin{aligned} \varphi^{(2)}(\vec{x}) &= \frac{1}{24\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \vec{Q} : \left(\frac{3\vec{x}'_i \vec{x}'_i}{x_i^5} - \frac{\vec{I}}{x_i^3} \right) \\ &= \frac{1}{24\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{3\vec{x}'_i \vec{Q} \vec{x}'_i}{x_i^5} - \frac{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\epsilon_{ii}} Q_{ii}}{x_i^3} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

6 电八极项

展开式(5)的第四项为

$$\begin{aligned} \varphi^{(3)}(\vec{x}) &= - \frac{1}{24\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \int_V \rho(\vec{x}') dV' (\vec{x}'_i \vec{x}'_j \vec{x}'_k : \nabla \nabla \nabla \frac{1}{x_i}) \\ &= - \frac{1}{72\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \vec{S} : \nabla \nabla \nabla (\frac{1}{x_i}) \end{aligned} \quad (12)$$

式中

$$\vec{S} = \int_V 3\vec{x}'_i \vec{x}'_j \vec{x}'_k \rho(\vec{x}') dV' \quad (13)$$

是该电荷系统相对于坐标原点的电八极矩. $\varphi^{(3)}(\vec{x})$ 是位于坐标原点的电矩为 \vec{S} 的电八极子在各向异性介质中产生的电势.

对于式(12)中的 $\nabla \nabla \nabla (\frac{1}{x_i})$, 计算可得

$$\begin{aligned} \nabla \nabla \nabla (\frac{1}{x_i}) &= \frac{3}{x_i^5} (\vec{I} \vec{x}'_i + \vec{x}'_i \vec{I}) \\ &+ \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\epsilon_{ii}} \vec{e}_i \vec{x}'_i \vec{e}_i - \frac{5\vec{x}'_i \vec{x}'_i \vec{x}'_i}{x_i^5}. \end{aligned} \quad (14)$$

把式(14)代入式(12), 有

$$\begin{aligned} \varphi^{(3)}(\vec{x}) &= \frac{1}{72\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \vec{S} : \left\{ \frac{3}{x_i^5} \left[\frac{5\vec{x}'_i \vec{x}'_i \vec{x}'_i}{x_i^5} \right. \right. \\ &\left. \left. - (\vec{I} \vec{x}'_i + \vec{x}'_i \vec{I} + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\epsilon_{ii}} \vec{e}_i \vec{x}'_i \vec{e}_i) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

以上讨论了展开式的前四项 $\varphi^{(0)}(\vec{x})$ 、 $\varphi^{(1)}(\vec{x})$ 、 $\varphi^{(2)}(\vec{x})$ 、 $\varphi^{(3)}(\vec{x})$ 的物理意义, 同理可以讨论 $\varphi^{(4)}(\vec{x})$ 、 $\varphi^{(5)}(\vec{x})$ 、 \dots 、 $\varphi^{(n)}(\vec{x})$, 分别定义出 2^4 、 2^5 、 \dots 、 2^n 极矩, 并把它们看成位于坐标原点的 2^4 、 2^5 、 \dots 、 2^n 极子在各向异性介质中产生的电势.

7 应用举例

半轴为 a 、 b 、 c 的椭球均匀带电, 其总电量为 q , 求在各向异性介质中离椭球很远处的电势 (精确到四极子项). 引入广义球坐标变换

$$\begin{cases} x'_1 = ar' \sin\theta' \cos\varphi', \\ x'_2 = br' \sin\theta' \sin\varphi', \\ x'_3 = cr' \cos\theta', \end{cases} \quad (16)$$

则 $dv' = dx'_1 dx'_2 dx'_3 = abcr'^2 \sin\theta' dr' d\theta' d\varphi'$. 椭球面方程为

$$\frac{x_1'^2}{a^2} + \frac{x_2'^2}{b^2} + \frac{x_3'^2}{c^2} = 1. \quad (17)$$

由式(16)、(17)可得 $r'^2 = 1$, 于是积分区间为 $0 \leq r' \leq 1$, $0 \leq \theta' \leq \pi$, $0 \leq \varphi' \leq 2\pi$. 由偶极矩的定义式, 可求得 ρ 的各分量均为零. 对于四极矩, 为计算方便, 下面重新定义电四极矩的表达式. 引入

$$\vec{\vec{A}} = \sum_{i,j} \delta_{ij} \vec{e}_i \vec{e}_j, \quad (18)$$

式中

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ \epsilon_{ii} & (i = j, \text{且 } i = 1, 2, 3) \end{cases}$$

于是由式(10)计算可得

$$\vec{\vec{A}} : \nabla \nabla \frac{1}{x_i} = \vec{\vec{A}} : \left(\frac{3\vec{x}'_i \vec{x}'_i}{x_i^5} - \frac{\vec{I}}{x_i^3} \right) = 0. \quad (19)$$

根据式(19), 可设

$$x'^2 \delta'_{ij} (\vec{\vec{A}} : \nabla \nabla \frac{1}{x_i}) = 0$$

式中 $x' = \sqrt{x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2}$ 是坐标原点到源点的距离, 而

$$\delta'_{ij} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ \frac{1}{\epsilon_{ii}} & (i = j, \text{且 } i = 1, 2, 3) \end{cases}$$

于是由式(8)得

$$\begin{aligned} \varphi^{(2)}(\vec{x}) &= \frac{1}{24\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \int_v dv' \rho(\vec{x}') (3\vec{x}'_i \vec{x}'_i : \nabla \nabla \frac{1}{x_i}) \\ &= \frac{1}{24\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \int_v dv' \rho(\vec{x}') (3\vec{x}'_i \vec{x}'_i - x'^2 \delta'_{ij} \vec{\vec{A}}) : \nabla \nabla \frac{1}{x_i} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{24\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \vec{Q} : \nabla \nabla \frac{1}{x_i},$$

式中, $\vec{Q} = \int_V dv' \rho(\vec{x}') (3\vec{x}'\vec{x}' - x'^2 \vec{A})$, 或

$$Q_{ij} = \int_V (3x'_i x'_j - x'^2 \delta'_{ij}) \rho(\vec{x}') dv'. \quad (20)$$

显然, 对于同一个电荷系统, 由式(9)和(20)两个定义计算的电四极矩不同, 但它给出的电势则是一样的. 把式(16)代入式(20), 计算可得 $Q_{12}=Q_{21}=0, Q_{13}=Q_{31}=0, Q_{23}=Q_{32}=0$. 其次

$$Q_{11} = \int_V (2x_1'^2 - x_2'^2 - x_3'^2) \rho(\vec{x}') dv' = \frac{q}{5} (2a^2 - b^2 - c^2),$$

$$Q_{22} = \int_V (2x_2'^2 - x_1'^2 - x_3'^2) \rho(\vec{x}') dv' = \frac{q}{5} (2b^2 - a^2 - c^2),$$

$$Q_{33} = \int_V (2x_3'^2 - x_1'^2 - x_2'^2) \rho(\vec{x}') dv' = \frac{q}{5} (2c^2 - a^2 - b^2),$$

则 $\vec{Q} = Q_{11} \vec{e}_1 \vec{e}_1 + Q_{22} \vec{e}_2 \vec{e}_2 + Q_{33} \vec{e}_3 \vec{e}_3$, 于是

$$\begin{aligned} \vec{x}' \cdot \vec{Q} \cdot \vec{x}' &= \frac{x_1'^2}{\epsilon_{11}^2} Q_{11} + \frac{x_2'^2}{\epsilon_{22}^2} Q_{22} + \frac{x_3'^2}{\epsilon_{33}^2} Q_{33} \\ &= \frac{q}{5} \left[a^2 \left(\frac{2x_1'^2}{\epsilon_{11}^2} - \frac{x_2'^2}{\epsilon_{22}^2} - \frac{x_3'^2}{\epsilon_{33}^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + b^2 \left(\frac{2x_2'^2}{\epsilon_{22}^2} - \frac{x_1'^2}{\epsilon_{11}^2} - \frac{x_3'^2}{\epsilon_{33}^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + c^2 \left(\frac{2x_3'^2}{\epsilon_{33}^2} - \frac{x_1'^2}{\epsilon_{11}^2} - \frac{x_2'^2}{\epsilon_{22}^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

又

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\epsilon_{ii}} Q_{ii} &= \frac{1}{\epsilon_{11}} Q_{11} + \frac{1}{\epsilon_{22}} Q_{22} + \frac{1}{\epsilon_{33}} Q_{33} \\ &= \frac{q}{5} \left[a^2 \left(\frac{2}{\epsilon_{11}} - \frac{1}{\epsilon_{22}} - \frac{1}{\epsilon_{33}} \right) \right. \\ &\quad \left. + b^2 \left(\frac{2}{\epsilon_{22}} - \frac{1}{\epsilon_{11}} - \frac{1}{\epsilon_{33}} \right) \right. \\ &\quad \left. + c^2 \left(\frac{2}{\epsilon_{33}} - \frac{1}{\epsilon_{11}} - \frac{1}{\epsilon_{22}} \right) \right]. \end{aligned}$$

于是, 精确到四极子项的均匀带电椭球在各向异性介质中很远处的电势为

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{x}) &= \varphi^{(0)}(\vec{x}) + \varphi^{(1)}(\vec{x}) + \varphi^{(2)}(\vec{x}) \\ &= \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}} x_i} + 0 \\ &\quad + \frac{1}{24\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{3\vec{x}' \cdot \vec{Q} \cdot \vec{x}'}{x_i^5} - \frac{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\epsilon_{ii}} Q_{ii}}{x_i^3} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}^2} - \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}^2} - \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \\
&+ \frac{q}{24\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left\{ \frac{3}{5} \left[a^2 \left(\frac{2x_1^2}{\epsilon_{11}^2} - \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}^2} - \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}^2} \right) \right. \right. \\
&+ b^2 \left(\frac{2x_2^2}{\epsilon_{22}^2} - \frac{x_1^2}{\epsilon_{11}^2} - \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}^2} \right) + c^2 \left(\frac{2x_3^2}{\epsilon_{33}^2} - \frac{x_1^2}{\epsilon_{11}^2} - \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}^2} \right) \Big] \\
&\times \left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{-\frac{5}{2}} - \frac{1}{5} \left[a^2 \left(\frac{2}{\epsilon_{11}} - \frac{1}{\epsilon_{22}} - \frac{1}{\epsilon_{33}} \right) \right. \\
&+ b^2 \left(\frac{2}{\epsilon_{22}} - \frac{1}{\epsilon_{11}} - \frac{1}{\epsilon_{33}} \right) + c^2 \left(\frac{2}{\epsilon_{33}} - \frac{1}{\epsilon_{11}} - \frac{1}{\epsilon_{22}} \right) \Big] \\
&\times \left. \left(\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right)^{-\frac{3}{2}} \right\}. \quad (20)
\end{aligned}$$

当 $a=b=c$ 时是均匀带电球,由式(20)有

$$\varphi(x) = \frac{q}{4\pi \sqrt{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}}} \left[\frac{x_1^2}{\epsilon_{11}} + \frac{x_2^2}{\epsilon_{22}} + \frac{x_3^2}{\epsilon_{33}} \right]^{-\frac{1}{2}},$$

此结果正是所预料的. 当 $\epsilon_{11}=\epsilon_{22}=\epsilon_{33}=\epsilon$ 时,是各向同性的介质,则对于旋转椭球体($a=b$),由式(20)可得

$$\varphi(x) = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{r} + \frac{(c^2 - a^2)}{10r^5} (3x_3^2 - r^2) \right],$$

式中 $r=(x_1^2+x_2^2+x_3^2)^{\frac{1}{2}}$. 此结果与文献[3]给出的均匀带电旋转椭球,在各向同性介质中很远处产生的电势的结果相同.

参 考 文 献

- [1] Л.Д.朗道等,连续媒质电动力学,人民教育出版社,(1963),88
- [2] 林为干等,电磁场理论,人民邮电出版社,(1984),29.
- [3] 全泽松,电磁场理论,成都电讯工程学院出版社,(1987),19.

Multipole Moment Expansion of Electric Potential in an Anisotropic Medium

Guo Zhenning Chen Xinnian

(Department of Electric Technique)

Abstract In this paper, the multipole moment expansion of electric potential in a linear anisotropic medium is given; the characteristic of multipole moment expansion is pointed out; and its application is exemplified.

Key words anisotropic medium, electric potential, multipole moment expansion