

高耸石结构抗震可靠度分析

林 建 华

(土木工程系)

摘要 本文以地震烈度及地面运动加速度峰值作为地震强度指标,通过对闽南地区的地震危险性分析和对高耸石结构的随机振动分析,求得石结构随机地震反应的统计量,并对著名的泉州东西古塔进行抗震变形能力和抗震承载能力的可靠度计算。

关键词 地震,可靠度,概率,结构动力学,石结构

0 引言

石结构是产石地区因地制宜,就地取材的一种传统的结构形式之一,在广大城乡的基本建设中仍有一席之地。我国近年来历次地震灾害中石结构房屋的破坏严重,并以高层石结构建筑为甚。然而抗震能力较好的高耸石结构在闽南地区还是不乏存在的,著名的清静寺门楼宽4.5米,高20余米,而名闻遐尔的东西塔高达40余米,尽管1604年泉州湾八级大震几乎把泉州市区夷为平地,但这两座国之瑰宝至今犹存。因此如何在地震区范围内研究高层石结构在使用过程中的安全可靠性以及如何合理评价石结构的抗震可靠度,是目前人们所关心的问题。深入研究这个问题对进行石结构的震害预测、指导今后石结构的抗震设计及抗震加固等方面具有重大的实际意义。结构抗震可靠度是指结构在基准期里,在正常设计、施工、使用等条件下,结构在随机地震作用下内力或变形不发生超越承载力极限或变形能力极限的概率。因此,同其它结构确定性分析不同,研究结构抗震可靠度必须考虑地震烈度的随机性,加速度峰值分布的随机性以及对接进行概率性结构动力学分析。

1 结构的抗震可靠度和可靠指标

设地震烈度和加速度峰值在统计意义上存在某种函数对应关系($I_j - A_j$)并具有一定的离

* 本文1991-10-15收到。

散性. 因此, 讨论 A_j 的一段区域, 在该区域中, 地震加速度峰值上限为 \bar{A}_j , 下限为 \underline{A}_j . 将区域 $[A_j, \bar{A}_j]$ 分成 m 个子段, 每个子段的中间值作为该段的代表值. 通过对本地区地震历史资料分析和地震危险性分析, 可求得发生烈度为 I_j 的地震时加速度在 k 子区段的概率 $f(A_{jk}/I_j)$ 和在使用期限内发生地震烈度 I_j 的概率 $f(I_j)$, 通过对结构的随机动力反应分析, 可求得结构的条件破坏概率 $P_{jk}(R > S/E_{I_j}A_{jk})$, 那么由全概率理论可得到结构抗震可靠度公式为

$$P_R = 1 - P_f, \quad (1)$$

$$P_f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N P_{jk}(R > S/E_{I_j}A_{jk}) f(A_{jk}/I_j) f(I_j), \quad (2)$$

且

$$\sum_{i=1}^m f(A_{jk}/I_j) = 1, \quad (2')$$

式中, P_R 为结构安全概率即可靠度; P_f 为结构破坏概率; R, S 分别为结构破坏指数和界限值; $E_{I_j}A_{jk}$ 为发生地震烈度为 I_j 且加速度在 A_j 的 k 子段的地震事件.

当求得结构破坏概率或结构抗震可靠度后, 可进一步求得结构的可靠指标^[1]

$$\beta = \Phi^{-1}(P_R), \quad \text{或} \quad \beta = \Phi^{-1}(1 - P_f), \quad (3)$$

其中 $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数.

2 闽南地区地震危险性分析

在文献[2]中, 笔者根据 A. Der kiureghian, A. H-SAng 提出的断层破裂模型, 选用 I 类震源模型(断层走向已知的面源), 假设各潜在震源区未来地震的发生在时间和空间上是相互独立的, 未来地震的发生为具有发生率为 ν 的均匀泊松过程. 得到场地一年中随机烈度值 I 超过某一给定值 i 的概率为:

$$P(I > i)_{1\text{年}} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^n P(I > i/E_{I_j}) \nu_j(M_0) S_{kj}/S_j, \quad (4)$$

式中, $P(I > i/E_{I_j})$ 为第 j 个震源区第 k 个子源处发生震级为 $M \geq M_0$ (M_0 为震级下限) 的地震事件时 $I > i$ 的概率, $\nu_j(M_0)$ 为 j 个震源区中 $M \geq M_0$ 级地震的年平均发生率; S_j 为第 j 个震源区的面积; S_{kj} 为第 j 个震源区内第 k 个子源的面积; N, n 分别为震源区和各震源区中子源的个数. 在 t 年内地震危险性的估计可归结为求场地 t 年内随机地震烈度的超越概率

$$P(I > i)_t = 1 - [1 - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^n P(I > i/E_{I_j}) \nu_j(M_0) S_{kj}/S_j]^t. \quad (5)$$

通过上述的地震危险性分析, 可获得闽南地区在 t 年内地震烈度的超越概率, 进而可得到使用期间发生地震烈度 I_j 的概率 $f(I_j)$. 图1给出了该地区内某个场点在不同年限下的超越概率曲线, 表1给出了该场点50年基准期的超越概率 $P_{50}(I > i)$ 和发生地震烈度 I_j 的概率 $f(I_j)$.

表1 泉州地区50年不同烈度的超越概率

烈度	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9
$P_{50}(I > i)$	0.975	0.751	0.510	0.280	0.161	0.08	0.042	0.021	0.0075	0.0012
$f(I_j)$	0.205	0.241	0.250	0.140	0.082	0.038	0.022	0.0134	0.0068	0.0001

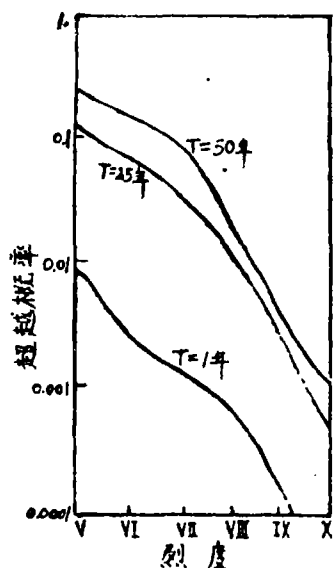


图1 烈度超越概率曲线

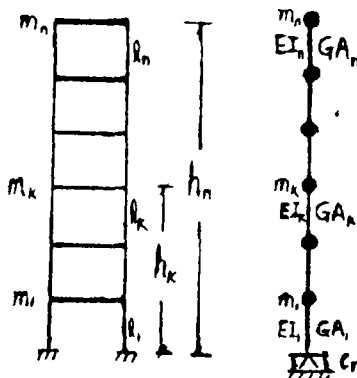


图2 高耸石结构的弯剪模型

3 高耸结构的随机地震分析

多层料石结构动力特性的实验指出,当结构的高宽比大于2时,结构呈弯剪变形.另一方面,地基的柔性对结构的基频有相当的影响.因此,对于高耸石结构的计算模型可采用考虑剪切变形和基础转动的弯剪型多自由度体系(图2).此外,由于料石砌体属脆性材料,变形主要以弹性变形为主,因而可近似在弹性范围内研究它的抗震可靠度问题.这样,高耸石结构的随机地震分析的数学模型归结为求下列随机运动方程

$$[F][M]\{\ddot{x}\} + [F][C]\{\dot{x}\} + \{x\} = -[F][M]\{I\}\ddot{x}_g, \quad (6)$$

式中 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[F]$ 分别为质量、阻尼和柔度矩阵; $\{x\}$ 为各层相对地面随机位移列阵; $\{I\}$ 为单位列阵, $\{\ddot{x}_g\}$ 为地震地面运动随机过程.对于图2所示的数学模型,其 $[F]$ 矩阵的各元素为^[3]

$$\delta = \sum_{k=1}^i [d_{ik}d_{jk} + (d_{ik} + d_{jk})l_k/2 + l_k^2/3] \cdot l_k/EI_k + \sum_{k=1}^i l_k/GA_k + h_k h_j / C_\varphi I_\varphi, \quad (i \leq j), \quad (7)$$

式中 d_{ij} 是 i 与 j 质点之间的高度差; h_k 为 i 质点的高度.式中的第一,二,三项分别反映了弯曲变形、剪切变形和基础转动的影响.

3.1 地震地面运动随机模型

地震地面运动一般模拟为具有零均值 $E[\ddot{x}_g(t)] = 0$ 的高斯平稳随机过程,其功率谱密度函数采用过滤白噪声功率谱密度函数

$$S_{\ddot{x}_g}(\omega) = \frac{\omega_0^4 + 4\xi_0^2 \omega_0^2 \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_0^2 \omega_0^2 \omega^2} S_0, \quad (8)$$

式中 ω_0 和 ξ_0 分别代表了不同场地条件的地面特征频率和阻尼比. S_0 为谱强度,与各地震烈度

相应的最大地面运动加速度的统计关系

$$A = \gamma \sigma_s, \quad (9)$$

$$\sigma_s = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{z}_g}(\omega) d\omega = \frac{S_0 \omega_0 \pi}{2\xi_g} (1 + 4\xi_g^2), \quad (10)$$

其中 γ 为峰值因子, 取决于期望交零率与持时.

3.2 结构的随机地震分析及反应统计量

采用振型分析法, 令

$$\{x(t)\} = [\Phi]\{Q(t)\}, \quad (11)$$

其中 $[\Phi]$ 为振矩阵, $\{Q\}$ 为随机广义坐标列阵, 利用振型正交条件并假设阻尼矩阵与 Φ 正交, 可把方程(6)化解耦方程

$$\ddot{Q}_j(t) + 2\xi_j \omega_j \dot{Q}_j(t) + \omega_j^2 Q_j(t) = \gamma_j \ddot{x}_g(t) = P_j(t), \quad (12)$$

其中

$$\gamma_j = \sum_k \phi_{kj} m_k / M_{jj}^*, \quad (13)$$

为第 j 振型的振型参与系数, M_{jj}^* 为相应第 j 振型的主质量. 于是可得传递函数 $H_{Q_j}(\omega)$ 为

$$\left. \begin{aligned} H_{Q_j}(\omega) &= \frac{1}{\omega_j^2 - \omega^2 + 2i\xi_j \omega \omega_j}, \\ h_{Q_j}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\omega_j^2 - \omega^2) + i(2\xi_j \omega \omega_j)} \exp(i\omega t) d\omega \end{aligned} \right\}, \quad (14)$$

而 $A(t)$ 的数字特征值为

期望值

$$E[x_k(t)] = E[\phi_{kj} \int_0^t P_j(\tau) h_{Q_j}(t - \tau) d\tau] = \phi_{kj} \int_0^t E[P_j(\tau)] h_{Q_j}(t - \tau) d\tau = 0, \quad (15)$$

相关函数

$$\begin{aligned} R_{x_i x_j}(\tau) &= \sum_l \sum_m \phi_{li} \phi_{jm} \gamma_l \gamma_m \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_{Q_l}(t - \tau_1) h_{Q_m}(t + \tau - \tau_2) R_{\ddot{x}_g}(\tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \sum_l \sum_m \phi_{li} \phi_{jm} \gamma_l \gamma_m \int_{-\infty}^{\infty} H_{Q_l}^*(\omega) H_{Q_m}(\omega) S_{\ddot{x}_g}(\omega) \exp(i\omega \tau) d\omega, \end{aligned} \quad (16)$$

由式(16)可得谱密度函数为

$$S_{x_i x_j}(\omega) = \sum_l \sum_m \phi_{li} \phi_{jm} \gamma_l \gamma_m H_{Q_l}^*(\omega) H_{Q_m}(\omega) S_{\ddot{x}_g}(\omega), \quad (17)$$

式中 $H_{Q_m}^*(\omega)$ 为 $H_{Q_m}(\omega)$ 的共轭复数. 谱密度是讨论随机过程最重要的信息, 利用它可导出其它统计量. 方差为

$$\begin{aligned} \sigma_{x_i}^2 &= R_{x_i x_i}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{x_i x_i}(\omega) d\omega \\ &= \sum_l \sum_m \phi_{li} \phi_{lm} \gamma_l \gamma_m \int_{-\infty}^{\infty} H_{Q_l}^*(\omega) H_{Q_m}(\omega) S_{\ddot{x}_g}(\omega) d\omega. \end{aligned} \quad (18)$$

及其它谱参数

$$\sigma_{x_i}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{x_i x_i}(\omega) d\omega = \sum_l \sum_m \phi_{li} \phi_{lm} \gamma_l \gamma_m \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 H_{Q_l}^*(\omega) H_{Q_m}(\omega) S_{\ddot{x}_g}(\omega) d\omega, \quad (19)$$

$$\alpha_1 = \int_0^{\infty} \omega S_{x_i x_i}(\omega) d\omega = \sum_l \sum_m \phi_{li} \phi_{lm} \gamma_l \gamma_m \int_0^{\infty} \omega H_{Q_l}^*(\omega) H_{Q_m}(\omega) S_{\ddot{x}_g}(\omega) d\omega. \quad (20)$$

设石结构层间相对位移矢量为 $\{Y\} = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}^T$, 那么它与层位移矢量 $\{x\}$ 的关系可表示为

$$\{Y\} = [I_1]\{x\}, \quad (21)$$

而层间剪力矢量 $\{R\} = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}^T$ 与 $\{x\}$ 的关系为

$$\{R\} = [I_1^{-1}]^T [F]^{-1} \{x\}, \quad (22)$$

$$[I_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & -1 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & & & \ddots & \ddots & 1 & 0 \\ & & & & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

利用线性变换关系式(21), (22), 可以容易地把层间位移及层间剪力的统计量用层相对位移 $\{x\}$ 的数字特征表示出来.

4 石结构变形能力和承载能力的抗震可靠性分析

4.1 石结构变形的条件超越概率

假设石结构弹性变形的破坏界限为 S_s , 一般层间变形反应量 $Y(t)$ 与 S_s 的交差概率较小, 可以假定 $Y(t)$ 在 $[0, T]$ 时间内与 S_s 的交差次数服从泊松分布^[4], 于是结构的条件破坏概率为

$$P_{jt}(Y(t) > S_s / I_j = i_j, A_{jt} = a_{jt}) = 1 - \exp\left(-\frac{T}{\pi} \omega_2 \exp\left(-\frac{S_s^2}{2\sigma_{Y_{jt}}^2}\right)\right), \quad (24)$$

式中, $\omega_2 = \sigma_{Y_{jt}} / \sigma_{Y_{jt}}$. 把式(24)代入式(1), (2), (3)就可以求得破坏概率. 上面讨论的是单自由度系统, 可以将它简单地推广到多自由度系统, 即通过上述方法求得各层的破坏概率 P_{jt} , 这里 l 表示层数, 于是结构的总破坏概率 P_f 为

$$\max_{j=1}^N P_{jt} \leq P_f \leq 1 - \prod_{j=1}^N (1 - P_{jt}), \quad (25)$$

简单地取破坏概率的上界, 则

$$P_f = 1 - \prod_{j=1}^N (1 - P_{jt}), \quad (26)$$

4.2 截面抗震承载力的条件超越概率

石结构一般具有较大的刚度和具有较大的层间剪力值, 因此它的反应量 $R(t)$ 与极限承载力 Z 的交差概率远远要大于 $Y(t)$ 与 S_s 的交差概率. 此时上面提到的泊松过程分布式(24)已不适用, 本文采用 Vanmarcke 提出的改进表达式^[4]给出石结构承载力的条件超越概率

$$P_{jt}(R(t) > Z / I_j = i_j, A_{jt} = a_{jt}) = 1 - \exp\left\{-\frac{\omega_2 T \exp(-\frac{\gamma^2}{2})}{\pi} \cdot \frac{1 - \exp[-(\frac{\pi}{2})^{1/2} q \gamma]}{1 - \exp(-\gamma^2/2)}\right\}, \quad (27)$$

其中, $q = \omega_2 / \omega_1$, $\omega_2 = \sqrt{\omega_2^2 - \omega_1^2}$, $\omega_1 = \int_0^\infty \omega S_{R_{jt}}(\omega) d\omega / \int_0^\infty S_{R_{jt}}(\omega) d\omega$, $\gamma = Z / \sigma_{R_{jt}}$, $\omega_2 = \sigma_{R_{jt}} / \sigma_{R_{jt}}$. 式(27)是

基于交差次数为马尔可夫过程,对于象承载力这样低界限问题,式(27)比式(24)确实改善了许多.由式(1),(2),(3)同样可求出石结构截面抗震承载力的可靠度及可靠指标.

5 泉州西塔的抗震可靠度

泉州东西塔位于市区开元寺内,分别建于公元1250年和1237年,是国内外少有的多层古石塔.它们曾经历过1604年泉州湾的八级大震而基本完好无损,因而研究它们的抗震可靠度是十分有意义的.

东西两塔结构相似,相距300m左右,场址土层属Ⅰ类场地土.以西塔为例,该塔为五层仿木结构的石建筑,塔高44.06m,计算简图按文献[5]取为5自由度的弯剪型体系(图2),结构参数见表2.

表2 西塔结构参数

层数	层高 (m)	重力代表值 (MN)	抗弯刚度 EI_i $\times 720 \text{ GPa} \cdot \text{m}^4$	剪切刚度 GA_i $\times 720 \text{ GPa} \cdot \text{m}^2$	截面面积 A (m^2)	$G_p I_p$ $\times 10^3 \text{ GPa} \cdot \text{m}$
1	8.94	11.40	4.54	0.127	59.89	5.1143
2	6.79	10.04	3.22	0.105	49.33	5.1143
3	5.80	7.68	2.31	0.873	40.63	5.1143
4	5.61	7.33	1.48	0.067	31.81	5.1143
5	8.59	4.57	1	0.0536	25.69	5.1143

结构的界限采用单参数边界,根据实验得出的资料确定石结构的层间弹性极限角变位为1/650.截面抗剪强度极限取为 $f_{vs}A/r_{RS}$,其中 f_{vs} 为石砌体抗震抗剪设计强度,具体取值可参照华侨大学石结构抗震实验研究报告. γ_{RS} 为结构抗震调整系数,对无构造柱砌体 $\gamma_{RS}=1$. A 为砌体截面积.

由于本地区地震历史资料不足,式(2)中的 $f(A_s/I_s)$ 无法进行统计分析,可参考式(2'),假定 $f(A_s/I_s)=1$,而在其它子域内概率为零.地震地面运动参数见表3.

表3 地震地面运动参数

$\omega_p(\text{rad/s})$	ξ_p	$T(\text{s})$	$S_0(\text{cm}^2/\text{s}^4)$
16.5	0.8	10	$A^2/970.01$

表4给出了该石塔各层的抗震变形能力和截面抗剪承载力的可靠度和可靠指标.可以看出:石塔变形的可靠度高于强度的可靠度,从抗变形的角度来看,以底层的变形可靠度为最高,

表4 结构变形与截面承载力抗震可靠度和可靠指标

层数	1	2	3	4	5	总体
变形可靠度 P_R	0.9991	0.9918	0.9822	0.9737	0.9672	0.9166
可靠指标 β	3.15	2.4	2.1	1.94	1.84	1.39
承载力可靠度 P_R	0.9640	0.9548	0.9471	0.9341	0.9351	0.7614

可靠指标 β	1.8	1.69	1.62	1.51	1.52	0.715
--------------	-----	------	------	------	------	-------

由此向上减弱,第五层的抗变形能力相对于其它层为最弱.从截面承载力来看,较薄弱的层次为四、五、三层次.这可以较好地解释为什么在1604年大震中塔体“第一层(顶层)尖石坠,第二,二层扶栏因之并碎”(《泉州府志》,同治庚午重刊本,卷73).从未来50年基准期来看,该石塔总体变形可靠度可达92%,可靠指标为1.39;而总体承载能力可靠度可达76%,可靠指标为0.715.这样高的可靠度完全不亚于高层钢筋混凝土结构的抗震可靠度^[1].

6 结语

石结构是我国产石地区一种常见的建筑方式,对于这种结构抗震性能好坏可通过对石结构的抗震可靠度的研究给出其合理的评价.本文通过对泉州古石塔所进行的抗震可靠度分析结果表明,高耸石结构如能合理地进行场址选择,结构设计,材料加工和工程施工,是可以克服石砌体的抗剪、抗拉、抗弯强度都较低的弱点,而提高其抗震能力.本文对高耸石结构可靠度进行分析的方法对我们进行石结构的震害预测,指导今后的石结构抗震设计及抗震加固等方面具有重要的意义.

参 考 文 献

- [1] 魏 珪,高层及多层钢筋混凝土建筑抗震设计手册,地震出版社,(1990).
- [2] 林建生、林建华,泉州地区地震危险性分析,华侨大学学报(自然科学版),2(1989).
- [3] 王光远,建筑结构的振动,科学出版社,(1978)
- [4] 李桂青,动力可靠度述评,地震工程与工程振动,3(1983).
- [5] 林建生,泉州古石塔的抗震分析,工程抗震,3(1990).

Antiseismic Reliability Analysis Made on High-Rise Stone Structure

Lin Jianhua

(Department of Civil Engineering)

Abstract With seismic intensity and peak acceleration of ground motion as the indications of seismicity, the statistic of random seismic response of stone structure was obtained by analysing the seismic risk in South Fujian and the random vibration of high-rise stone structure. Furthermore, a calculation of the degree of reliability was made on the capacities of antiseismic deformation and antiseismic loading of two famous ancient pagodas in Quanzhou.

Key words : earthquakes, reliability, probability, structural dynamics, stone structure