

有源滤波器的个人计算机辅助设计

孙 银 钟

(电子工程系)

摘要 本文给出一种有源滤波器的个人计算机辅助设计方法及实现程序和设计实例。

关键词 有源滤波器, CAD, 网络

0 引言

滤波器是一种修整电信号频谱的网络学科,已有60多年的发展史。它不但在通讯领域里被大量应用,还在自动控制仪器仪表、雷达、声纳、人造卫星、测量及计算机技术等领域得到广泛的应用。根据所实现的功能,滤波器可分为低通、高通、带通和带阻等;根据所采用元器件又可分为无源 RCL 、有源 RC 、机电和数字等类型。传统的低通滤波器一般为无源 RCL 滤波器,即由电阻器、电容器和电感器来构成滤波器网络。这类滤波器因采用了电感元件,难于适应集成化技术,而且,当工作于低频段时,所需电感元件的体积过大,性能也不够理想。因此,在低频应用时,总是希望去掉电感元件,即采用“有源器件”来代替电感元件,构成所谓的有源 RC 滤波器。

对于图1所示单端口网络 N , 进入网络的瞬时功率为

$$P(t) = v(t) \cdot i(t),$$

到 t_0 时刻进入网络 N 的最终能量为

$$E(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} v(t) \cdot i(t) dt,$$

同样,对于 M 端口网络 N 有

$$E(t_0) = \sum_{j=1}^M \int_{-\infty}^{t_0} v_j(t) i_j(t) dt.$$

如果在任何时刻都有 $E(t_0) \geq 0$, 则网络 N 是无源的, 否则 N 就是有源的。必须指出,在实际应

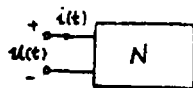


图1 单端口网络

* 本文1990-08-11收到

用中,某些网络可能在绝大多数时刻都有 $E(t_0) \geq 0$,但如果在某一时刻或工作于某些条件(如某些频率范围)时有,有 $E(t_0) < 0$,则该网络也是有源的,或者说在某一时刻,某些条件下该网络是有源元件。显然,RLC 网络属于无源网络,而具有负电阻、负电容或负电感特性的网络属于有源器件。集成运算放大器是最基本、最常用的有源二端口元件,对于某一特定的频率范围,可以方便地用它来构成种种具有负电阻、负电容或负电感特性的有源电路,而且它通用性广、质量高、价格低、又具有放大作用,因此,在有源滤波器中一般用它来构成有源器件。

滤波器设计涉及大量繁复的计算,到目前为止,大多采用查对曲线的方法。但这一方法设计精度较差。在精确度要求较高的场合则采用数字表格的方法——事先把用计算机计算出来的具有多位有效位(6到7位以上)的各类滤波器设计公式中的种种参数制成数字表格,设计时根据需要的类型和规格,查出相应的数据代入有关公式,就可以精确设计出种种实用的有源滤波器电路。尽管这一方法还是不能完全摆脱繁杂的查表和计算,但在一二十年前仍不失为利用计算机进行滤波器设计的好方法。目前,由于计算机技术突飞猛进的发展,那怕用最简单的个人计算机也易于解决这些计算问题。因此,本文以最常用的有源低通巴特沃斯(Butterworth)和切比雪夫(Chebyshev)滤波器为例,介绍一种个人计算机辅助设计方法,并给出在 IBM PC 机上通过的辅助设计程序清单及设计实例,以期帮助这类设计者从繁杂的曲线查对和数字表格查找和计算中解脱出来。

1 有源低通滤波器的机辅设计概要

1.1 滤波器类型及阶的选取

低通滤波器的典型幅频特性曲线如图2所示。 $0 < \omega < \omega_c$ 区间为通带, $\omega > \omega_1$ 区间为阻带, $\omega_c < \omega < \omega_1$ 区间为过渡带, ω_c 为截止频率。其低通衰减按 dB 数表示的曲线如图3所示。图中 AP_1 为通带内的最大衰减, AP_2 为阻带内的最小衰减(分别对应于图2中的幅度 A_1 和 A_2) AP_1 一般不超过 3dB, AP_2 依实际需要而定,一般为 $20\text{dB} \leq AP_2 \leq 100\text{dB}$ 。

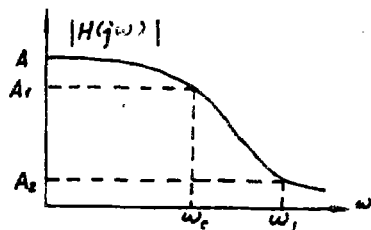


图2 低通滤波器的幅度特性曲线

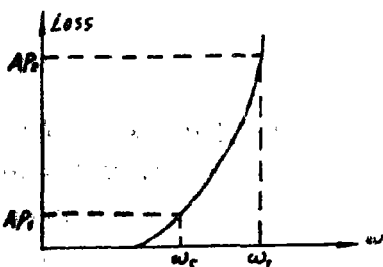


图3 低通滤波器的衰减曲线

n 阶巴特沃斯低通滤波器的幅度函数为

$$|H(j\omega)| = \frac{A}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^{2n}}} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

其幅频特性曲线及其同阶数 n 的关系如图4所示。从图中可以看出,阶数愈高,则其幅频特性愈

好。但增加阶数,必然导致电路复杂,造价上升,因此,在设计滤波器时,首先应该考虑的是满足给定技术指标的前提下正确选取其阶数。对于巴特沃斯滤波器,设 $A=1$ 并取 AP_1 等于 3dB,由上面给出的幅度函数表达式即可推导出其最低阶数 n 的表达式为

$$n = \frac{\lg(10^{0.1AP_1} - 1)}{2\lg(\omega_1/\omega_c)} \quad (1)$$

n 阶切比雪夫滤波器的幅度函数为

$$|H(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + \epsilon^2 C_n^2(\omega/\omega_c)}} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

其中, $\epsilon = \sqrt{10^{0.1AP_1} - 1}$ 为波动因子; C_n 为 n 次第一类切雪夫多项式,由下式决定:

$$C_n(x) = \begin{cases} \cos(n \cos^{-1} x), & (|x| \leq 1), \\ ch(nch^{-1} x), & (|x| > 1). \end{cases}$$

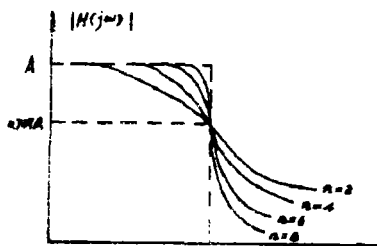


图4 巴特沃斯低通滤波器
幅频特性随阶数 n 的关系

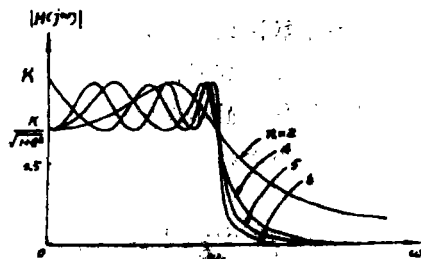


图5 切比雪夫低通幅频特性

其幅频特性曲线如图5所示。从图中可以看出,通带内的波动范围大小取决于 ϵ 值,而波动次数则取决于阶数 n 。在 $k=1$ 时,也可推得切比雪夫滤波器最低阶数 n 的表达式为

$$n = \frac{\cosh^{-1} \sqrt{(10^{0.1AP_1} - 1)/\epsilon^2}}{\cosh^{-1}(\omega_1/\omega_c)} \quad (2)$$

在设计有源低通滤波器时,首先根据实际问题的需要选取滤波器的类型及其最低阶数,然后再确定电路形式及元器件参数。从图4、5可见,巴特沃斯低通滤波器的特点是低频端的幅频特性最为平直(因而被称为最平响应滤波器),但在接近截止频率处和阻带内的特性则比切雪夫滤波器差,而其相位特性却比同阶的切比雪夫滤波器要好。切比雪夫滤波器在通带内的幅度波动范围是不变的(因而被称为等波动滤波器),可以通过选取合适的 ϵ 值来满足对于波动范围的要求,其过渡带也比较窄,但相频特性较差,非线性比较严重。

类型选定后,再确定出所需要的 AP_1 、 AP_2 、 ω_1 、 ω_c 值,就可以分别利用上面二个关于 n 的表达式求出滤波器的最低阶数。

1.2 有源滤波器的级联结构及基本滤波节

有源滤波器的设计和实现有许多方法,但级联(cascade)结构在技术上是最成熟的。用这一

方法设计的滤波器结构比较简单,调整也比较容易,在工程中用得最为广泛,本文所介绍的有源滤波器的机辅设计方法就是基于级联结构的。所谓级联结构,就是把传递函数为 n 阶的有源滤波器分解成一个具有一阶(当 n 为奇数时才存在)和若干个具有二阶传递函数的互相独立的滤波节,把这些滤波节级串起来而构成一个完整的滤波器,如图6所示。

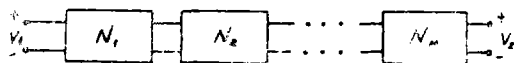


图6 滤波器的级联结构示意图

如果分别变化每个滤波节的传递函数而彼此不存在相互影响,则级联后可获得原来的 n 阶传递函数。实际

的滤波器电路中,每个滤波节都是一个以运放为基础的 RC 有源滤波器,由于运放具有极高的输入阻抗和极低的输出阻抗,所以各滤波节间几乎互不影响的要求是不难满足的。下面介绍一种典型的用运放构成的一阶和二阶基本滤波节电路。一阶滤波节的传递函数为

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{P(s)}{S + C}$$

其中 C 为常数, $S = j\omega$ (复频率或称广义频率), $P(s)$ 为一次或零次多项式。二阶滤波节的传递函数为

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{P(s)}{S^2 + BS + C}$$

其中 B, C 为常数, S 为复频率 $j\omega$, $P(s)$ 为二次多项式。最简单的一阶滤波节是一个 RC 网络,如增加一个运放到 RC 网络的输出端,就能得到一个几乎没有接入效应(*loading effects*)的可用来构成级联式奇数阶有源滤波器的一阶基本滤波节。图7所示为典型的单位增益归一化一阶滤波节电路。二阶滤波节电路的种类较多,但以具有正反馈支路的萨伦-科(*Sallen-Key*)电路用得最为广泛。图8所示为单位增益归一化二阶 *Sallen-Key* 电路。

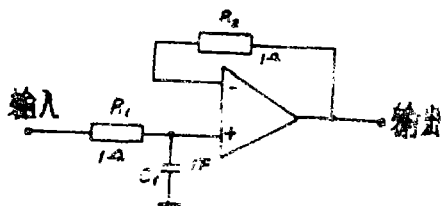


图7 归一化单位增益一阶滤波节电路

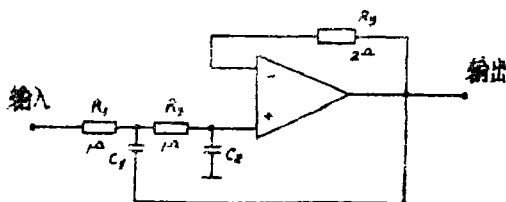


图8 归一化单位增益二阶滤波节电路

图中 C_1 和 C_2 的取值由 d 决定。 d 为该滤波节的极偶品质因素 (*Pole-Pair quality*) Q 的倒数,采用 *Sallen-Key* 二阶基本节的巴特沃斯和切比雪夫有源滤波器的电路形式是一样的,所不同的只是元件(这里仅指电容)的取值不同,也即 d 的计算公式不同而已。

对于巴特沃斯有源低通滤波器,只要已知阶数 n ,即可依下述各式求出各滤波节的 d 值和极点频率 ω_0 的值:

$$d = \frac{-2\alpha_k}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2}$$

其中

$$\alpha_k = -\sin\theta_k, \quad \beta_k = \cos\theta_k, \quad \theta_k = \frac{(2k-1)\pi}{2n}, \quad (k=1, 2, \dots, \frac{n+1}{2}).$$

对于切比雪夫有源低通滤波器, 只要已知阶数 n 和通带波动量 AP , 也可依下述各式求出各滤波节节的 d 值和 ω_0 的值

$$d = \frac{-2\alpha_k}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2},$$

其中

$$\alpha_k = -\sin\theta_k \cdot \sinh ka,$$

$$\beta_k = \cos\theta_k \cdot \cosh ka$$

$$\theta_k = \frac{(2k-1)\pi}{2n}, \quad (k=1, 2, \dots, \frac{n+1}{2}).$$

$$a = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon}, \quad \epsilon = \sqrt{10^{0.1AP} - 1}.$$

无论是巴特沃斯或切比雪夫有源低通滤波器, 当 n 为偶数时, 将会有 $n/2$ 个互为共轭复数(共 ω_0)的极点对; 当 n 为奇数时, 将包含一个纯实极点($d=2$)和 $(n-1)/2$ 个互为共轭复数的极点对。

根据所求出的各滤波节的 d 值及 ω_0 值, 即可依下式计算出各滤波节的电容值:

$$C_1 = \frac{C_{n1}}{2\pi f_c Z}; \quad C_2 = \frac{C_{n2}}{2\pi f_c Z}.$$

其中, f_c 为截止频率; Z 为由用户决定的滤波器的输入阻抗(在实际电路中, 只要把图7、8中的 R_1 和 R_2 用 Z 代替, R_3 用 $2Z$ 代替即可), C_1 和 C_2 为归一化电容值, 分别由下式决定:

$$C_{n1} = \frac{2}{\omega_0} d(F); \quad C_{n2} = \frac{d}{2\omega_0}(F).$$

对于一阶滤波节, 必有 $d=2$, 上述二个电容合二为一, 如图7所示。

2 程序简介

根据上面关于有源低通滤波器设计的分析, 作者设计了一个实用的个人计算机辅助设计程序。该程序以人机对话方式要求设计者输入所选择的滤波器类型。如选择采用巴特沃斯滤波器, 只要再输入截止频率、阻带下限频率及阻带内的最小衰减量(以 dB 表示); 如选择采用切比雪夫滤波器, 则除应输入这三个参数外, 还必须给出所要求的通带波动量。根据这些由用户选定的滤波器参数, 程序即能确定出所要设计的滤波器的阶数、所需滤波节的个数、类型(一

阶或二阶)及各滤波节的电容值(电阻值由用户输入的滤波器输入阻抗值决定), 只要把这些值分别填入图7和图8所示的基本滤波节电路, 再把它们“级联”起来, 就完成了设计全过程。程序流程粗框如图9所示。

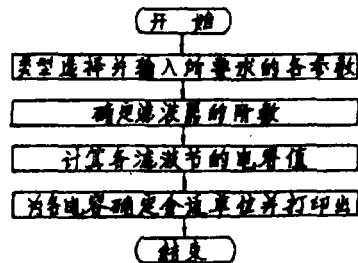


图9 辅助设计程序流程粗框

必须指出,考虑到增益大小在有源滤波器的设计中是一个极次要的问题,因此,程序仅考虑单位增益滤波器的设计。另外,考虑到大多数个人计算机不能直接计算双曲函数和反双曲函数,程序利用了下列换算公式:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

$$\operatorname{Sinh}^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}),$$

$$\cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

程序是用 IBM PC 高级 BASIC 编写的。程序清单略。

3 设计实例

利用本文所介绍的辅助设计方法来设计有源低通滤波器是十分简便和有效的。下面介绍一个设计实例,以帮助读者进一步了解这一方法的应用。

要求设计一个切比雪夫有源低通滤波器,以实现下述技术指标:
输入阻抗
10kΩ; 截止

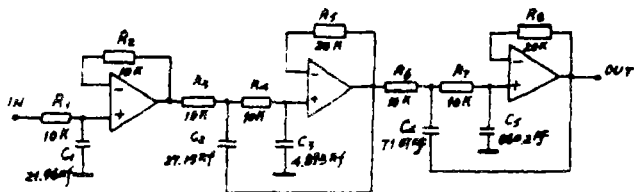


图10 5阶切比雪夫有源低通滤波器电路

频率2kHz;阻带衰减40dB(在4kHz处);通带波动0.5dB。运行程序,在程序提示下输入上述技术指标,在 IBM PC 的 CRT 上即显示出如下所示运行结果,即

BUTTERWORTH OR CHEBYSHEV (B/C):?c

system impedance(ohm):? 10000

CUT-OFF FREQUENCY(hz):? 2000

AT A FREQUENCY OF:? 4000

PASSBAND RIPPLE (DB):?.5

EXACT ORDER:4.82176

ROUNDED ORDER:5

system impedance: 10000 ohms

d=.2200237, wo=1.017735 (2-nd order section)

scaled capacitor value=71.07487nf

scaled capacitor value=860.1913pf

d=.8490367, wo=.6904831 (2-nd order section)

scaled capacitor value=27.14818nf

scaled capacitor value=4.1892531nf

$d=2(1-st \text{ order section})$

scaled capacitor value=21.96334nf

ok

由程序运行结果可见,所要设计的滤波器的最小阶数为5,必须由三个滤波节级联而成:一个一阶滤波节,二个 Sallen—Key 二阶滤波节。参照图7、8所示的基本滤波节电路及利用程序运行结果,立即可以组成如图10所示的实用电路。

必须指出,各滤波节级联时,应把一阶滤波节(如果有的话,即如果 n 为奇数时)放在第一级,二阶滤波节的排列顺序应按 d 值的大小从大到小排列。这样做的目的是要保证 Q 值较高的(即 d 值较小的)滤波节所获得的较大峰值增益不致于造成后继滤波节的过载。

4 结束语

有源滤波器的种类不少,实现方案繁多,各有各的特色和较为合适的应用场合。本文仅介绍一类最常用、最成熟滤波电路的辅助设计方法,如稍作改动,即能用于其它类型的滤波器设计。另外,必要时也可在程序中加入一个程序段,利用前面的运行结果,把所设计的 n 阶滤波器的幅频特性曲线打印出来,便于用户较直观地验证设计结果。

参 考 文 献

- [1] 李文远、胡筠,有源滤波器设计,人民邮电出版社,(1986).
- [2] 约翰逊 D. E. 等(李国荣译),有源滤波器精确设计手册,电子工业出版社,(1984).
- [3] Lam, H. Y—F., Analog and Digital Filtes: Design and Realisation, Prentice—Hall, (1980).

A Personal Computer Aided Design for Active Filters

Sun Yinzong

(artmentof Electronic Engineering)

Abstract For designing active filters, the author presents a method of personal computer aided design as well as the programs for its implementation and the examples of designing.

Key words active filters, computer aided design, electric networks