

有限元网格自动生成及图形显示程序

林 国 裕

(土木工程系)

摘要 本文给出一个通用的二维有限元网格生成及图形显示程序。据此可将四边形单元在等参变换基础上,划分成3结点三角形,4结点四边形,6结点三角形,6结点等参三角形和8结点等参四边形5种形式的单元组合,可得到单元结点的插值温度、厚度,可处理不同材料组成的结构,结点编码采用优化编码,自动显示生成的网格图形。

关键词 有限元, 网格划分, 图形显示

0 引言

随着电子计算机的问世,有限元法得到迅速的发展,在工程中的应用也越来越广泛。有限元的基本原理是将结构进行离散化,划分成有限个一定形式的以结点相连的单元来分析求解。由于该方法是将结构物分成许多个单元,所以不仅适用于各种复杂的边界条件,而且可用于结构物甚为复杂的情况,如坝体或坝基由若干种不同材料组成,或基岩有各向异性或软弱夹层时。但在进行所有这些分析中,设计者首先遇到的是有限元网格划分的问题,需要花费大量的人力予以认真对待,因为网格的坐标计算与结点编码等是一件十分繁琐的工作。对于有较多剖分单元的情况,这个问题就显得更加突出。若剖分的单元较少,就会影响到有限元分析的精度。

很显然,在进行有限元分析时,每次都为网格的划分而耗费大量的精力是很不合算的。为使人们摆脱这种大量的重复性劳动,许多学者对有限元网格生成程序作了许多工作^[1],但大多数程序,其功能往往仅限于再划分后网格结点的生成,对于反映多种单元的组合,单元的不同性质,结点的温度、厚度等方面却做得较少。此外,在复杂边界模拟、结点编号等方面,也存在一些问题,如按 Y. K. 张的书中^[2]所给程序进行结点编码则会出现缺点的情况,所生成的网格仅适用于波阵解法,而不适于带宽解法。又如有些程序生成的结点对某些问题会产生很大的带宽,其大小直接影响到带宽解法的效率。所有这些都给设计者带来许多不便,影响到网格划分

* 本文90-4-23收到。

程序的通用性。

针对以上存在问题,本文给出了一个通用的二维网格生成程序,用户只需输入少量的初始数据及必需的控制数据,就能得到划分后有限元网格的结点坐标、结点编码、结点温度、厚度值、单元定义及材料性编码等信息,并且根据用户的需要,可以对生成结点进行重新编码,使得与单元结点编号差值最小;可自动显示划分网格及结点编号,具有很强的直观性网格图形可由打印机输出。

1 程序建立的基本思路

本程序建立在等参变换的基础上,一般形状的单元位移场可由下式定义

$$u = \sum N_i(\xi, \eta) u_i \quad (1)$$

$$v = \sum N_i(\xi, \eta) v_i \quad (2)$$

而单元内的 x, y 坐标可由类似形式给出,即

$$x = \sum M_i(\xi, \eta) x_i, \quad (3)$$

$$y = \sum M_i(\xi, \eta) y_i, \quad (4)$$

如果定义单元位移场的形函数 $N_i(\xi, \eta)$ 与定义单元几何形状的形函数 $M_i(\xi, \eta)$ 相等时,这样单元就称为等参单元。本程序中所用的等参变换,以式(3)、(4)将拟求直角坐标 (x, y) 与无量纲坐标 (ξ, η) 联系起来,只要将超单元的8个结点坐标给出,根据指定的超单元各边的划分,就很容易求出对应于每个 (ξ, η) 的笛卡尔坐标 (x, y) ,从而确定出划分后单元结点的坐标。用户所作的工作只是将结构划分成若干个超单元,然后即可由计算机自动进行网格划分及优化编码及图形显示等工作。

应用等参概念的好处,是使单元尽可能反映被模拟的复杂边界形状,使划分后的单元不失真,这对高次曲线边界(如二次或三次曲线边界)的单元划分具有重要意义。此外,在有限元分析中,对于结构的不同部位,有时需要不同的细分度,例如某个坝体(图1),由于其控制应力主要发生在几个控制点附近,如坝踵、坝趾及 A、B 等点,所以要求在这些点附近的网格划分较密,而在其它部位,则可以使网格较疏,以提高解题效率,减少计算时间。为此,只要根据需要,将超单元中的边中结点位置作适当调整即可得到所期望的结果,如图2所示。

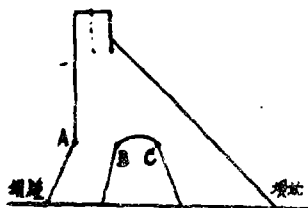
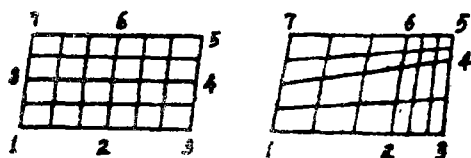


图1 某坝体示意图



(a) 边中节点居中网格均匀划分 (b) 边中结点有所偏重, 网格分级

图2 边中结点位置与网格疏密

为了获得不同疏密的网格,程序中还引入了一个比例系数,使超单元各边网格长度按某一

比例变化,以满足某些特殊结构的需要,如图3所示。超单元的每一边均有一个比例系数与之对应,比例系数为1时,按均匀网格划分。



(a) 各边比例系数均为1 (b) 各边有不同的比例系数

图3 网格边长按比例变化

有限元法除了能解决各种复杂边界问题外,另一个很大优点就是能够处理由各种不同性质的材料组成的结构,所以如何将不同材料性质反映在再划分后的单元中,也必须予以考虑。处理方法是,根据材料的不同性质定义超单元,对不同材料的超单元进行不同的材料性质编码,在进行了单元再划分后,就将材料性质编码转换到生成单元上去。

至于单元的温度、厚度等特征值,则根据与产生单元结点坐标相同的方法进行等参插值,赋给每个生成的结点。输出数据对反映结构物的温度场、厚度等,其精度是足够的。

在一般的网格生成程序中,都没有对生成结点进行优化编码,所以对某些问题,就会产生很大的带宽。带宽解法对单元结点编码有较高要求。由于内存需要量同半带宽成正比,而带宽本身又与单元相邻结点编码的最大差值有关,所以为节约内存量,提高运算速度,必须对生成的结点进行优化编码,以使单元结点编号的差值最小,根据此项要求,文中给出了一个结点重编码子程序,以实现优化编码。

2 程序说明

本程序的输出结果无论从单元、结点的信息量,还是从输出单元的形式都是相当丰富的。输入单元的形式可以有两种:4结点四边形超单元和8结点等参四边形超单元,输出单元的形式可以有五种:3结点三角形单元,4结点四边形单元,6结点等参三角形单元,6结点直边三角形单元和8结点等参四边形单元(图4),用户可以根据自己的不同要求,选择其中的任意一种无形式输出或多种单元无形式组合输出。程序配有图形显示功能,在网格划分结束后可自动在计算机屏幕上绘出网格划分图形及结点编号,从而用户可以很方便地判断所划分的网格是否正确?是否满足要求?所显示的网格划分图形可以很方便地在打印机上直接打印输出。

使用本程序,只要输入少量初始数据,就能很快得到划分后网格的结点坐标、结点编码、结点温度值、厚度值、单元定义、单元材料性质编码及网格图形等所有信息。至于结点优化编码所带来的优越性,更是令人十分满意的。例如本文附出的算例,在未优化编码时,单元结点编号的最大差值为262,而经优化编码后,降到44,其效果是相当明显的。本程序建立在等参划分的基础上,对输入的超单元,要求必须是四边形而不能是任何其它形状的超单元。输入的四边形可以是4结点四边界,可以是8结点等参四边形单元。当输入为4结点四边形超单元时,程序按中间插值将其转换为8结点等参四边形超单元,当所模拟的超单元为二次或更高次曲线组成,则必须以8结点等参超单元的形式输入。

考虑到许多二维问题中有圆孔、圆弧等边界、程序中引入了极坐标输入。首先在整体笛卡尔坐标系中给出所引用的极坐标参考系的原点坐标,使极坐标轴与笛卡尔坐标系的 x 平行且指向一致,并对极坐标参考系进行编号。根据不同极坐标系中的结点输入的极坐标值,程序自

动换算成总笛卡尔坐标值进行计算(图5)。

对于许多重要单元,尤其是三角形单元,单元的形状比例是一个重要问题。因为如果单元的形状比例不当,会使解答的精度迅速降低,所以在划分三角形单元时,首先判别四边形两条对角线的长短(图6)。如果不这样划分,三角形单元就可能是7、8、10和8、9、10两个,这样的单元形状精度显然是不好的。

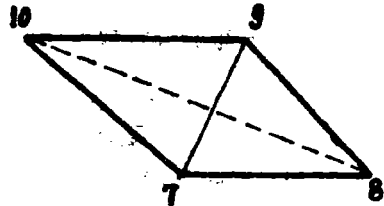
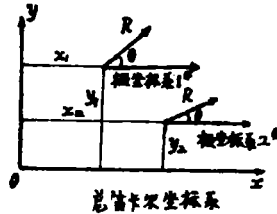
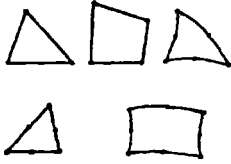


图4 输出单元类型

图5 极坐标参考系

图6 沿较短对角线划分单元

关于结点优化编码、程序采用的是试算法。其基本思路是:取出某结点,将该结点编码为1,以此为基础逐一将其余结点进行重编码,检查重编码后的结果,以单元结点编码最大差是否减小为准则,决定结果取舍,如此对所有结点循环,找出最优结果输出。

程序框图示于图7。

3 算例

本文对图8所示的空腹重力坝进行了计算。整个结构被分成10个超单元(图8), I、II、III等。输入的超单元数目为10,输入的超单元结点为50个,输出的单元数目为72,输出的结点数为270,优化编码前最大相邻结点编号差为262,经优化编号后最大相邻结点编号差为44,输出的单元为8结点等参元,划分后的网格示于图9。

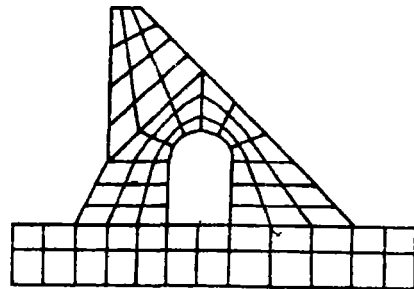
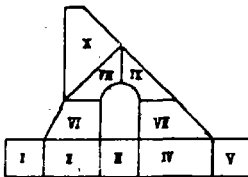


图8 空腹重力坝的超单元划分情况

图9 空腹重力坝的网格划分图

4 结论

本文给出了一个有限元网格自动生成及图形显示程序,利用该程序,用户只需将要分析的

A Program for the Use of Finite Element Mesh Generation and Graphic Display

Lin Guoyu

(*Department of Civil Engineering*)

Abstract For the use of two-dimensional finite element mesh generation and graphic display, this paper provides a versatile program based on the concept of isoparametric mapping. Follow this program, a quadrilateral super element can be subdivided into five types of element combinations. They are 3 node triangular, 4 node quadrilateral, 6 node triangular, 6 node isoparametric triangular, and 8 node isoparametric elements. Follow this program, the interpolating nodal temperature and thickness can be mapped, and the construction consist of different materials can be handled. The nodes are coded by optimum coding. The mesh graph generated can be displayed automatically.

Key words finite element, mesh generation, graphic display