

岩石应变软化的有限元计算

方 德 平

(土木工程系)

摘要 本文讨论了岩石应力-应变关系曲线及其理想化假设, 考虑到岩石应变软化特性, 编制了相应的塑性有限元程序, 经与理论值比较后表明该计算的可行性和正确性。

关键词 有限元、应变软化、应力、强度、岩石

1 岩石的应力-应变关系曲线

近年来, 伺服刚性试验机的发展和应用揭示了岩石全过程的应力-应变关系^[1,2], 典型的关系曲线如图1所示。

图1分为二组曲线。其中, 第一组如曲线1,2所示, 其侧压 σ_3 较低。该组曲线分为三个阶段: (1)在峰值强度前, 应力-应变关系近似线弹性; (2)在峰值强度后, 岩石发生应变软化, 应变增长, 强度降低; (3)随着塑性变形的不断发展, 最终强度不再降低, 达到破碎、松动的残余强度; 在单轴受压的情况下, 由于没有侧向约束, 其残余强度趋向于零, 并有相当大的体积扩容。从图1还可得知: 侧压 σ_3 增高, 应变软化段相应减少, 残余强度也就愈接近峰值强度, 曲线3已无应变软化段, 岩石由脆性向脆-塑性过渡。曲线3的侧压 σ_3 称为脆-塑性过渡压力。总之, 第一组的破坏形式为脆性破坏, 同时, 随侧压增大, 向塑性破坏过渡。

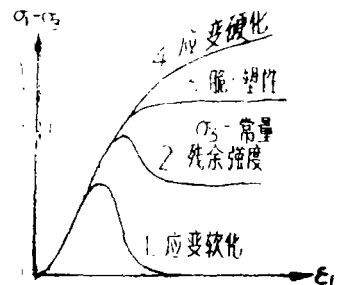


图1 典型的岩石应力-应变全过程曲线

第二组如图1中曲线3,4所示, 并分为二个阶段: (1)未屈服破坏前, 其应力-应变关系近似线弹性; (2)岩石屈服了, 但强度不再降低, 呈塑性流动状态。在极高的侧压作用下, 岩石会呈现出应变硬化特性。第二组的破坏形式为塑性破坏。

巷洞开挖后, 以洞壁的径向收敛作为稳定性的判别依据, 其极限位移的确定带有很大的经验性, 理论上也近似地将岩石处理为理想弹塑性材料或完全脆性材料(应力以峰值强度突降至残余强度, 无软化段), 不能合理地计入岩石应变软化特性, 合理估计围岩的自承能力。

2 岩石的力学模型

川本眺万^[3]根据典型的应力-应变关系,对没有弱面的岩石的应变软化作了三点理想化假定:(1)岩石的峰值强度满足莫尔强度准则;(2)岩石的残余强度满足莫尔强度准则;(3)岩石的应力-应变关系可简化成图2的三条直线(虚线为实际的应力-应变曲线)。

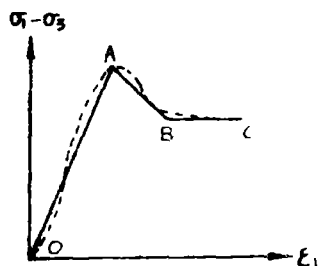


图2 理想化的岩石应力-应变关系

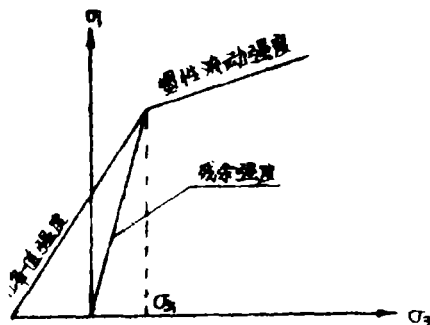


图3 岩石脆-塑性强度准则

在川本眺万的假设基础上,考虑岩石的脆-塑性过渡特性,为本文的力学模型,(如图3、图4所示。在本力学模型中不考虑岩石在极高侧压下的应变硬化。

力学参数: ϕ_{p1} ——峰值强度的摩擦角, C_{p1} ——峰值强度的粘结力; ϕ_{p2} ——塑性流动强度的摩擦角; C_{p2} ——塑性流动强度的粘结力; ϕ_r ——残余强度的摩擦角; E_s ——应变软化模量(负值); σ_{3T} ——脆-塑性过渡侧压。

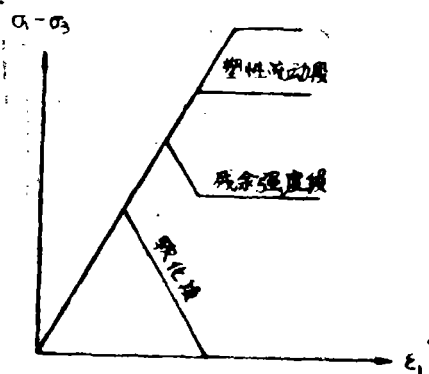


图4 岩石脆-塑性应力应变关系

3 有限元计算

最初,对稳定材料,Drucker根据在一个应力循环内,外部作用力做的功非负,证明了加载面的外凸性和塑性变形增量的正交性。后来,Palmer^[4]等人对于非稳定材料(应变软化),根据Drucker公设,也证明了加载面的外凸性和正交法则,因此,可以用与计算稳定材料相近的方法计算应变软化特性。在有限元分析中考虑应变软化现象,较早Gate^[5],Zienkiewicz^[7]等人,但他们在分析中仅使用了某些简单应力状态下的应力-应变关系,没有全面考虑岩石脆-

塑性过渡特性。同他们一样,本文所用的本构关系也是在应力空间中表述的。

对于屈服的岩石,其应力点可能落在软化段上、残余强度段或塑性流动段上。为了方便程序处理,本文统一采用理想弹塑性逐步逼近其受力状态,即在形成单刚时,在 $[Dep]$ 中的 E_s 统一取零值,如图5所示。

有限元的基本程序取自文献[7]。加以修改,使之能计算岩石的脆-塑性。程序采用八节点等参单元,有很好的精度。计算流程如图6所示,这里主要讨论高斯点的应力调整过程,使之符合本构关系和强度准则。

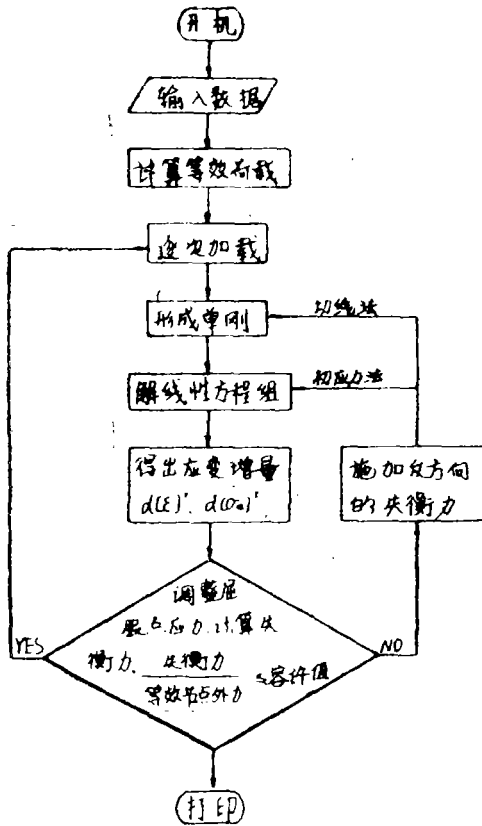


图6 有限元计算流程图

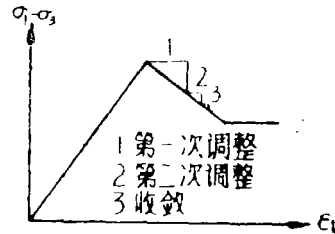


图5 应力调整过程

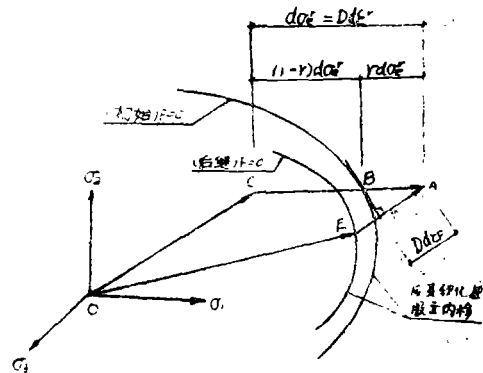


图7 应力点在加载面上的调整

其一,由线性方程求得应变增量 $d[\epsilon]^r$,计算出 $d[\sigma_e]^r = [D]d[\epsilon]^r$,判别 $[\sigma]^r + d[\sigma_e]^r$ 是否屈服。 $d[\sigma_e]^r$ 由图7 AC线段所示。其二,对于超出加载面的应力AB则必须消除。由塑性力学得知

$$d[\epsilon_p]^r = \left(\left[-\frac{\partial f}{\partial [\sigma]} \right]^T [D] d[\epsilon]^r \right) / \left(H + \left[-\frac{\partial f}{\partial [\sigma]} \right]^T [D] \frac{\partial f}{\partial [\sigma]} \right), \quad (1)$$

$$H = E_s / \left(1 + \frac{E_s}{E} \right) \quad (\text{负值}), \quad (2)$$

$$d[\sigma]^r = d[\sigma_e]^r - [D]d[\epsilon_p]^r. \quad (3)$$

代入B点应力和当前的 C, ϕ 值(应力点处于软化段上, C, ϕ 随应变由 ϕ_{p1}, C_{p1} 逐渐改变到 $\phi_r, 0$), 可得 $d[\varepsilon_p]^r$, 求出有效塑性应变 ε_p^r , 由加载面 f 公式得到后继屈服面。若B点应力处于软化段上, 加载面有内移现象, 处于塑性流动强度段、残余强度段上, 式(2)中 E_s 为零, 与理想弹塑性相同。在图7中D点应力为 $d[\sigma]^r + d[\sigma^r]$, 按正交增量法将A点应力降至D点, 但由于加载面内移, 需进一步降到E点, 产生了失衡力。其三, 求出后继屈服面上相应的 C, ϕ 值, 用于下一轮计算循环中形成 $[D_{ep}]$ 以及应力调整。

4 计算成果

数据: $E = 4 \times 10^4 \text{ MPa}$, $E_s = 4 \times 10^4 \text{ MPa}$, $\sigma_{un} = 19.012 \text{ MPa}$ (单轴抗压), 洞径 $R = 10 \text{ m}$, $\mu = 0.28$, $\phi_r = 35.7^\circ$, $\phi_{p1} = 25.5^\circ$, $C_{p1} = 6 \text{ MPa}$, $\phi_{p2} = 20^\circ$, $C_{p2} = 8.80 \text{ MPa}$ 。

结构对称, 取1/4来分析, 单元网格如图8。分三种不同力学模式计算围岩应力分布, 结果如图9所示。

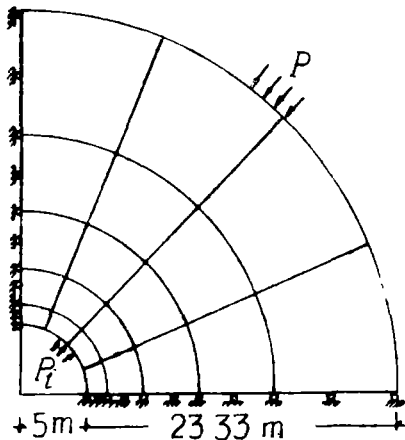


图8 单元网格图(单元20, 节点79)

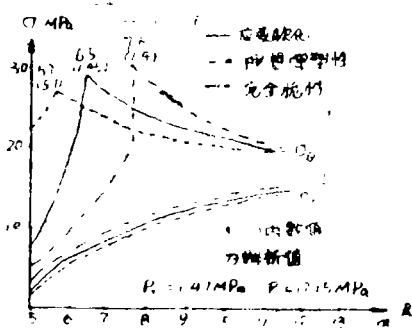


图9 应力分布图

通过计算, 可得如下结论: (1) 应变软化计算方法, 所得的屈服区半径、围岩径向位移比按理想弹塑性计算结果要大, 支护压力也明显增高。因此计入这一不利的客观因素是必要的。另一方面, 若将岩石处理为完全脆性材料, 降低了围岩的自承能力。(2) 在相对较低的外压力下(埋深浅), 由于较多的应力点落在应变软化段上, 计算结果与完全脆性有相当大的差别。反之若外压较大, 则屈服区内应变较大, 比较少的应力点落在软化段, 结果与完全脆性差别不大, 可简单地按完全脆性来计算。但无论如何, 不考虑岩石脆-塑性过渡, 而简单地按理想弹塑性计算将带来很大的误差。

参 考 文 献

- [1] 佩特林, 实验岩石变形——脆性域, 地质出版社, (1982).
- [2] 吴玉山, 单轴压缩下岩石破坏后区力学特征的试验研究, 岩土工程学报, 1 (1987), 23—30.
- [3] 川本眺万, ひずみ软化を考慮し太岩岩掘削の解析, 土木学会论文报告集 (1981), 107—118.
- [4] Palmer, A. C., Maier, G. and Drucker, D. C., *J. Appl. Mech.*, 34 (1967), 464—470.
- [5] Hoeg, K., Finite Element Analysis of Strain-Softening Clay, *ASCE, SMI.*, 1 (1972), 43—58.
- [6] Zienkiewie, O. C. et al., *Proc. 2nd Int. Congress of Rock Mech.*, (1972), 501—509.
- [7] Owen, D. R. J., *Finite Elements in Plasticity*, Pineridge Press Limited, (1980).

Finite Element Computation of the Rock Strain-Softening

Fang Deping

(Department of Civil Engineering)

Abstract The author discusses here the relationship graph of the rock strain-softening and its idealized mechanical model. The behaviour of the rock strain-softening and the corresponding plastic finite element programming are also considered. By comparing with the theoretical arithmetic, the computation is shown to be feasible and correct.

Key words finite element, strain-softening, stress, strength, rock