

对称联系法圆测量分度误差的微机处理

陈 少 克

(精密机械工程系)

摘要 本文给出用对称联系法解圆分度误差时, 测量系列划分的确定方法和解的一般公式, 并用微机进行求解.

关键词 圆分度误差, 对称联系法

0 前言

测量圆分度误差, 最常见且简单可行的方法是单常角法. 然而, 在检定较高精度的圆分度装置中, 当所测直径间距较小时, 由单常角法的精度分析可知, 随着被测直径总数 N 的增大, 直径误差的测量精度将会降低; 而且由于测量时间的延长, 温度变化等因素的影响也变大. 实际上, 由于瞄准和读数的测量设备都具有一定的几何尺寸, 使较小常角难于应用. 因此, 可用对称联系法将被测直径总数 N 分成若干组, 再次测量一组数量较小的直径, 再通过计算求出各被测直径的误差. 它能提高测量精度, 提高测量效率, 不过计算却很麻烦. 本文先推导出用对称联系法确定圆分度误差的一般公式, 并用微机求解.

1 测量系列的划分

设被测直径总数为 N , N 可分解为两个互质数的乘积. 下面只讨论两定角的对称联系法, 事实上, 它可推广到 M ($M > 0$) 个任意整数的情况.

根据孙子定理, 设 $N = N_1 N_2$, 而 $(N_1, N_2) = 1$ (表示两整数 N_1, N_2 是互质的), 对任意一个 n ($n = 0, 1, \dots, N-1$) 有

$$n = (G_1 k_1 + G_2 k_2) \bmod N, \quad k_1 = 0, 1, \dots, N_1 - 1; \quad k_2 = 0, 1, \dots, N_2 - 1, \quad (1)$$

其中 G_1, G_2 为 k_1, k_2 的权数, 它们可由下式确定

$$G_i = \left(\frac{N}{N_i} j_i \right) \bmod N, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

式中 j_i 要满足条件

$$(N_i, j_i) = 1, \quad (3)$$

本文1990-05-22收到.

各个测量位置的角度值 ϕ 作为 n 的函数 $\phi(n)$ 为

$$\phi(n) = (M/N)n, \quad (4)$$

这里 m 是圆的总分度数。若将整周作为一封闭周期,以度作为分度单位,则 $m=360$;以分作为分度单位则 $m=21600$;若将半周作为封闭周期,以度作为分度单位,则 $m=180$ 。

常角值,即测量间隔 β_i 可由下式算出

$$\beta_i = (m/N)G_i, \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

可以证明,只要满足所要求的条件, n 表示将是唯一的,即 n 由数对 (k_1, k_2) 唯一确定。

例 $N=72=8 \times 9$, $N_1=8$, $N_2=9$ 且 $(8, 9)=1$, 有 $N/N_1=9$, $N/N_2=8$ 。选取 $j_1=3$, $j_2=2$, 就有 $(8, 3)=1$, $(9, 2)=1$ 。由式(1), (2)得 $n = (27k_1 + 16k_2) \bmod 72$ 。其中 $n=0, 1, \dots, 71$; $k_1=0, 1, \dots, 7$; $k_2=0, 1, \dots, 8$ 。若令 $m=360$, 则有 $\beta_1=135^\circ$, $\beta_2=80^\circ$; $\phi(n)=5n$ 。

测量分为两个测量系列进行,第一系列的测量间隔为 β_1 ,第二系列为 β_2 ,每个测量系列又分成若干个测回,测量程序完全由式(1)确定。

对于第一个测量系列,测量位置是这样确定的:先令式(1)中 k_2 取为0,然后令 k_1 由0变至 (N_1-1) ,依次算出对应的 n 值,作为第一测回;然后令 $k_1=1$, k_1 仍由0变至 (N_1-1) 作为第二测回。依次下去,直至 $k_2=N_2-1$ 为止。共有 N_2 个测回,每个测回有 N_1 个测量位置。

第二测量系列与第一测量系列确定位置的方法相同,只是先固定 k_1 ,令 k_2 由0变到 (N_2-1) 。这个系列共有 N_1 个测回,每个测回有 N_2 个测量位置。

虽然计算方法并非很复杂,但要算出这 $2N$ 个数据却很繁锁,可借助计算机进行计算,其流程图见图1。

2 对称联系法求解的一般公式

对于每一测回,可测出对应于 (k_1, k_2) 点的分度误差,记为 $\phi(k_1, k_2)$,各点对该测回起始点的累积间隔分度误差为

$$d_1(k_1, k_2) = \phi(k_1, k_2) - \phi(0, k_2), \quad (6)$$

$$d_2(k_1, k_2) = \phi(k_1, k_2) - \phi(k_1, 0), \quad (7)$$

其中 $d_1(k_1, k_2)$, $d_2(k_1, k_2)$ 分别为第一、第二测量系列的累积间隔分度误差。

将式(6)两边对 k_1 求和并移项后有

$$\phi(0, k_2) = -\frac{1}{N} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \phi(k_1, k_2) - \frac{1}{N} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} d_1(k_1, k_2), \quad (8)$$

代入式6并移项得

$$\phi(k_1, k_2) = d_1(k_1, k_2) - \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} d_1(k_1, k_2) + \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \phi(k_1, k_2),$$

令

$$R_1(k_1, k_2) = d_1(k_1, k_2) - \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} d_1(k_1, k_2), \quad (9)$$

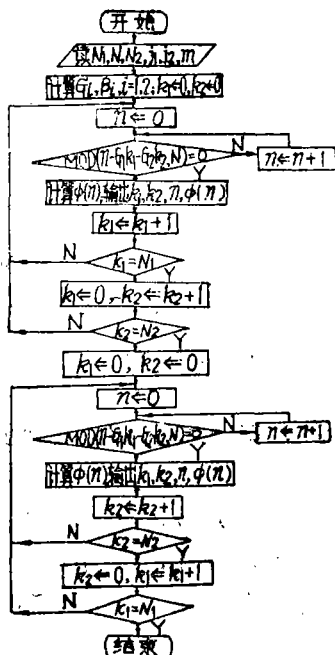


图1 测量位置确定流程图

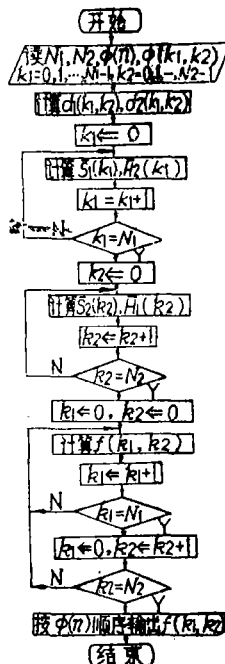


图2 圆分度误差计算流程图

得

$$\phi(k_1, k_2) = R_1(k_1, k_2) + \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \phi(k_1, k_2). \quad (10)$$

类似地, 将式(7)两边对 k_2 求和可得

$$\phi(k_1, k_2) = R_2(k_1, k_2) + \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} \phi(k_1, k_2), \quad (11)$$

其中

$$R_2(k_1, k_2) = d_2(k_1, k_2) - \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} d_2(k_1, k_2). \quad (12)$$

将式(10)两边对 k_2 求和并除以 N_2 得

$$\frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} \phi(k_1, k_2) = \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} R_1(k_1, k_2) + \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \phi(k_1, k_2), \quad (13)$$

由分度误差 $\phi(k_1, k_2)$ 的封闭性可知

$$\sum_{k_2=0}^{N_2-1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \phi(k_1, k_2) \equiv 0, \quad (14)$$

因此式 (13) 可写成

$$\frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} \phi(k_1, k_2) = \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} R_1(k_1, k_2), \quad (14)$$

将上式代入式 (11) 可得 $\phi(k_1, k_2)$ 的一组解

$$\phi_1(k_1, k_2) = R_2(k_1, k_2) + \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} R_1(k_1, k_2). \quad (15)$$

同理可求得另一组解

$$\phi_2(k_1, k_2) = R_1(k_1, k_2) + \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} R_2(k_1, k_2). \quad (16)$$

取 $\phi_1(k_1, k_2)$ 和 $\phi_2(k_1, k_2)$ 的平均值作为最后结果

$$\phi(k_1, k_2) = \frac{1}{2} \left[R_1(k_1, k_2) + R_2(k_1, k_2) + \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} R_2(k_1, k_2) + \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} R_1(k_1, k_2) \right]. \quad (17)$$

下面求零起分度误差 $f(k_1, k_2)$, 将式 (9), (12) 代入式 (17) 并展开

$$\begin{aligned} \phi(k_1, k_2) = & \frac{1}{2} \left[d_1(k_1, k_2) - \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} d_1(k_1, k_2) + d_2(k, k_2) \right. \\ & - \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} d_2(k_1, k_2) + \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} d_2(k_1, k_2) - \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} d_2(k_1, k_2) \\ & \left. + \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} d_2(k_1, k_2) - \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} d_1(k_1, k_2) \right], \quad (18) \end{aligned}$$

令上式中 (k_1, k_2) 为 $(0, 0)$, 那么

$$\begin{aligned} \phi(0, 0) = & \frac{1}{2} \left\{ d_1(0, 0) + d_2(0, 0) - \frac{1}{N_1} \sum_{j=0}^{N_1-1} [d_1(j, 0) \right. \\ & - d_2(j, 0)] - \frac{1}{N_2} \sum_{i=0}^{N_2-1} [d_2(0, i) - d_1(0, i)] \\ & \left. - \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=0}^{N_2-1} \sum_{j=0}^{N_1-1} [d_1(j, i) + d_2(j, i)] \right\}. \end{aligned}$$

由式 (6), (7) 可知: $d_1(0, 0) = d_2(0, 0) \equiv 0$,

$$\frac{1}{N_1} \sum_{j=0}^{N_1-1} d_2(j, 0) \equiv 0, \quad \frac{1}{N_2} \sum_{j=0}^{N_2-1} d_1(0, i) \equiv 0,$$

因此有

$$\begin{aligned} \phi_2^*(0,0) = & \frac{1}{2} \left\{ -\frac{1}{N_1} \sum_{j=0}^{N_1-1} d_1(j,0) - \frac{1}{N_2} \sum_{i=0}^{N_2-1} d_2(0,i) \right. \\ & \left. - \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=0}^{N_1-1} \sum_{j=0}^{N_2-1} [d_1(j,i) + d_2(j,i)] \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

零起分度误差和分度误差的关系为

$$f(k_1, k_2) = \phi(k_1, k_2) - \phi(0, 0),$$

将式(18), (19)代入上式得

$$\begin{aligned} f(k_1, k_2) = & \frac{1}{2} \left\{ d_1(k_1, k_2) + \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} d_2(k_1, k_2) - \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} [d_1(k_1, k_2) \right. \\ & \left. - d_1(k_1, 0)] + d_2(k_1, k_2) + \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} d_1(k_1, k_2) \right. \\ & \left. - \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} [d_2(k_1, k_2) - d_2(0, k_2)] \right\}, \end{aligned} \quad (20)$$

令

$$\begin{aligned} \bar{S}_1(k_1) &= \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} d_1(k_1, k_2), & \bar{S}_2(k_2) &= \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} d_2(k_1, k_2), \\ H_1(k_2) &= \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} d_1(k_1, k_2), & H_2(k_1) &= \frac{1}{N_2} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} d_2(k_1, k_2), \end{aligned}$$

则式(20)可写成

$$\begin{aligned} f(k_1, k_2) = & (1/2) \{ d_1(k_1, k_2) + \bar{S}_2(k_2) - [H_1(k_2) - \bar{H}_1(0)] \\ & + d_2(k_1, k_2) + \bar{S}_1(k_1) - [H_2(k_1) - \bar{H}_2(0)] \}, \end{aligned} \quad (21)$$

此式便为最后计算公式。

可按式(21)编程序, 由计算机解出圆分度误差, 其程序流程图如图2所示。

3 实验举例

测量一分度值为 5° 的圆分度误差, 其测量点为72。令 $N=72=8 \times 9$, 测量系列划分见前所述, 其测量位置和测量数据见表1, 计算结果见表2。利用计算机可快速、准确、方便地计算出圆分度误差。

表 1 测量数据 (μm)

k_2	k_1									
	0	1	2	3	4	5	6	7		
第一测量系列 $\beta=135^\circ$										
0	$\phi(n)$	0°	135°	270°	45°	180°	315°	90°	225°	
	$\phi(k_1, k_2)$	0.0	-5.8	-7.4	-0.4	-2.0	-5.1	0.8	-1.1	
1	$\phi(n)$	80°	215°	350°	125°	260°	350°	170°	305°	
	$\phi(k_1, k_2)$	0.2	-0.1	-0.9	-6.9	-6.6	-0.9	-4.6	-6.3	
2	$\phi(n)$	160°	295°	70°	205°	340°	115°	250°	25°	
	$\phi(k_1, k_2)$	-1.1	0.0	6.8	6.5	5.3	2.9	1.5	5.8	
3	$\phi(n)$	240°	15°	150°	285°	60°	195°	330°	105°	
	$\phi(k_1, k_2)$	-0.3	1.7	-4.2	-3.9	2.8	2.5	-0.3	0.8	
4	$\phi(n)$	320°	95°	230°	5°	140°	275°	50°	185°	
	$\phi(k_1, k_2)$	-3.0	-2.4	-3.5	-1.9	-7.3	-6.5	-2.0	-2.1	
5	$\phi(n)$	40°	175°	310°	85°	220°	355°	130°	265°	
	$\phi(k_1, k_2)$	2.2	-0.9	-2.4	2.2	1.9	1.8	-3.6	-3.9	
6	$\phi(n)$	120°	225°	30°	165°	300°	75°	210°	345°	
	$\phi(k_1, k_2)$	0.1	-2.4	3.1	-3.8	-2.1	2.5	4.1	0.5	
7	$\phi(n)$	200°	335°	110°	245°	20°	155°	290°	65°	
	$\phi(k_1, k_2)$	-0.1	-2.0	-3.5	-5.0	-3.0	-5.9	-7.3	-0.3	
8	$\phi(n)$	280°	55°	190°	325°	110°	235°	10°	145°	
	$\phi(k_1, k_2)$	1.3	10.0	9.1	6.7	8.5	6.8	8.4	2.7	
第二测量系列 $\beta=80^\circ$										
0	$\phi(n)$	0°	80°	160°	240°	320°	40°	120°	200°	280°
	$\phi(k_1, k_2)$	0.0	3.0	-2.8	-2.6	-4.0	1.4	-2.4	-2.4	-6.6
1	$\phi(n)$	135°	215°	295°	15°	95°	175°	225°	335°	55°
	$\phi(k_1, k_2)$	0.1	6.2	0.6	4.2	5.0	2.2	0.2	3.2	5.0
2	$\phi(n)$	270°	350°	70°	150°	230°	310°	30°	110°	190°
	$\phi(k_1, k_2)$	-4.0	1.4	4.0	-1.8	1.2	-1.6	2.0	1.6	3.4
3	$\phi(n)$	45°	125°	205°	285°	5°	85°	165°	245°	325°
	$\phi(k_1, k_2)$	2.4	-1.4	3.0	-4.2	1.6	1.4	-2.5	-2	-1.2
4	$\phi(n)$	180°	260°	340°	60°	140°	220°	300°	20°	100°
	$\phi(k_1, k_2)$	1.0	-2.7	1.5	3.5	-3.0	2.9	-3.1	1.1	2.3
5	$\phi(n)$	315°	35°	115°	195°	275°	355°	75°	155°	235°
	$\phi(k_1, k_2)$	-0.5	0.7	0.1	3.3	-3.4	0.3	4.1	-3.7	2.1
6	$\phi(n)$	90°	170°	250°	330°	50°	130°	210°	290°	10°
	$\phi(k_1, k_2)$	3.1	-0.1	-2.7	-0.9	3.1	-2.1	2.8	-4.7	0.7
7	$\phi(n)$	225°	305°	25°	105°	185°	265°	345°	65°	145°
	$\phi(k_1, k_2)$	-0.5	-5.6	-2.8	-1.4	1.9	-7.6	-3.4	0.3	-6.8

表2 计意结果(μm)

k_1, k_2	$\Phi(n)$	$f(k_1, k_2)$	k_1, k_2	$\Phi(n)$	$f(k_1, k_2)$	k_1, k_2	$\Phi(n)$	$f(k_1, k_2)$
0 0	0°	0	0 6	120°	-2.9	0 3	240°	-2.8
3 4	5°	-0.6	3 1	125°	-4.6	3 7	245°	-4.1
6 8	10°	-0.8	6 5	130°	-5.0	6 2	250°	-4.4
1 3	15°	-0.5	1 0	135°	-5.0	1 6	255°	-4.9
4 7	20°	-1.8	4 4	140°	-5.7	4 1	260°	-5.1
7 2	25°	-0.7	7 8	145°	-5.9	7 5	265°	-6.3
2 6	30°	-0.1	2 3	150°	-5.3	2 0	270°	-6.7
5 1	35°	-0.6	5 7	155°	-5.5	5 4	275°	-5.5
0 5	40°	0.4	0 2	160°	-5.1	0 8	280°	-6.4
3 0	45°	0.3	3 6	165°	-5.6	3 3	285°	-6.1
6 4	50°	0.2	6 1	170°	-2.7	6 7	290°	-6.6
1 8	55°	0.7	1 5	175°	-2.9	1 2	295°	-4.9
4 3	60°	1.0	4 0	180°	-1.4	4 6	300°	-5.2
7 7	65°	1.0	7 4	185°	-0.8	7 1	305°	-4.8
2 2	70°	1.4	2 8	190°	0.6	2 5	310°	-4.4
5 6	75°	0.9	5 3	195°	0.8	5 0	315°	-3.6
0 1	80°	1.9	0 7	200°	1.2	0 4	320°	-3.2
3 5	85°	-0.4	3 2	205°	1.0	3 8	325°	-2.7
6 0	90°	1.3	6 6	210°	1.2	6 3	330°	-2.6
1 4	95°	-0.5	1 1	215°	1.3	1 7	335°	-1.4
4 8	100°	-0.2	4 5	220°	0.1	4 2	340°	-0.6
7 3	105°	-0.5	7 0	225°	0.2	7 6	345°	-2.3
2 7	110°	-1.3	2 4	230°	-1.8	2 1	350°	-0.4
5 2	115°	-2.4	5 8	235°	-1.0	5 5	355°	-1.2

参 考 文 献

- [1] 陈文章, 度盘全误差曲线及误差分离, 全国机械量测试技术和仪器学术讨论会论文集, 2, (1988), 142—151.
- [2] Bwrrus, C. S. and Eschenbacher, P. W., *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Process.*, ASSP-29 (1981), 806—817.
- [3] 黄清渠, 几何量计量, 机械工业出版社, (1981).

Microcomputer Operation in Measuring Circular Indexing Error with Symmetry-Relation Method

Chen Shaoke

(*Department of Precision Mechanical Engineering*)

Abstract In measuring circular indexing error with symmetry-relation method, the author tries to operate with a microcomputer. It is proved experimentally that microcomputer operation fit in with all the measurements of circular indexing error in various calibrating partitions.

Key words circular indexing error, symmetry-relation method