

# 有限元分析中的计算机图形显示技术

陈 宝 珊

(精密机械工程系)

**摘要** 本文介绍有限元分析中各种图形的计算机显示方法以及软件设计的基本技巧,分析了变位图、等直线条的绘制原理,讨论了有限元图形的局部放大及裁剪技术。

**关键词** 图形,等值线,变位,裁剪

## 0 引言

有限元法是机械设计中应用最广、发展比较成熟的数值分析方法。有限元分析的结果是一大堆数据,难于直接利用,如果对这些数据进行人工整理,绘出应力分布图、等温线图、变形图以及设计图等则要花费大量的人力和时间。为减轻工作量提高设计效率,我们在IBM-PC/XT微机上研制了一个可以显示有限元图形的后置处理软件,通过它可以在屏幕上显示单元剖分图、变位图以及各种图形的局部放大,为了避免放大后的图形超出屏幕范围而产生卷绕现象,软件利用了裁剪技术把处于窗口边框外的图形裁剪掉。软件还可以用来绘制各种弹塑性问题的等应力图、等应变图,较好地模拟了光弹现象。

## 1 变位图的屏幕显示

在进行复杂机械结构的有限元分析时,构件常被剖分为数以千计的单元和节点。单元剖分由前置处理程序自动完成,计算者只要输入少量的有关结构形状和单元网格剖分粗细信息,就可在计算机上自动生成节点编号、节点坐标、单元编号及单元节点信息等,这些信息即为单元剖分的基本图形数据。由于机械结构的形状与大小是任意的,而屏幕的形状和尺寸是固定的,要使任意形状的机械结构恰如其分地反映在显示屏幕上,必须找出一个线性变换关系式,使得单元的基本图形数据与屏幕的象素一一对应。

假设基本图形数据的坐标系是 $x$ 轴右, $y$ 朝上,为了显示单元变位图,首先必须显示出单元剖分图。分析节点坐标,找出 $x$ 坐标的最小值 $x_{\min}$ 及最大值 $x_{\max}$ , $y$ 坐标的最小值 $y_{\min}$ 及最大值 $y_{\max}$ ,为了使结构尺寸尽量充满整个屏幕,必须以 $x$ 方向和 $y$ 方向找出结构尺寸对屏幕尺寸的映射系数 $k_x$ 和 $k_y$ 。IBM-PC/XT显示器屏幕尺寸为 $248\text{mm} \times 170\text{mm}$ (长 $\times$ 宽),

本文1990-06-04收到。

而高分辨率屏幕绘图方式的长宽分辨率为 $640 \times 200$ 象点, 要保证结构尺寸在屏幕上不失真, 映射系数 $k_x, k_y$ 必须满足 $k_y/k_x = 200/640 \times 248/170$ , 只有这样, 才能使映射在屏幕上的结构图形形状不改变。由于结构形状不是固定的, 所以在选取 $k_x, k_y$ 的时候, 必须考虑不能使结构形状超出屏幕允许的范围, 同时又尽可能充满整个屏幕。假设以结构的横向尺寸充满屏幕, 这时的纵向尺寸必须满足:  $y_{\max} - y_{\min} \leq (x_{\max} - x_{\min}) \times 170/248$ 。当这个条件不成立的时候, 纵向尺寸超出屏幕, 这时必须以结构的纵向尺寸来充满屏幕。由此可得出映射系数 $k_x, k_y$ 的选择原则。

(1) 当 $(y_{\max} - y_{\min})/(x_{\max} - x_{\min}) \leq 170/248$ 时,  $k_x = 640/(x_{\max} - x_{\min}), k_y = 200 \times 248 / [(x_{\max} - x_{\min}) \times 170]$ 。

(2) 当 $(y_{\max} - y_{\min})/(x_{\max} - x_{\min}) > 170/248$ 时,  $k_y = 200/(y_{\max} - y_{\min}), k_x = 640 \times 170 / [(y_{\max} - y_{\min}) \times 248]$ 。

为了显示结构的变形图, 屏幕的上下左右还要留出一定的空余。

IBM-PC/XT显示器的坐标系原点位于左上角,  $x$ 轴朝右,  $y$ 轴朝下, 为了使物件截面中心与屏幕中心相一致, 可把屏幕中心取为坐标原点,  $x$ 轴朝右,  $y$ 轴朝上, 假设构件截面中心坐标为 $x_c, y_c$ , 则 $x_c = (x_{\max} + x_{\min})/2, y_c = (y_{\max} + y_{\min})/2$ , 对应的坐标变换公式为

$$x' = 320 + (x - x_c) \cdot k_x, \quad (1)$$

$$y' = 100 - (y - y_c) \cdot k_y, \quad (2)$$

$(x', y')$ 为构件坐标。对于每个单元, 记下该单元的节点编号, 计算其坐标, 通过式(1)和(2)把它转化为屏幕上的映射坐标, 利用LINE语句联单元中各节点的映射坐标, 即完成一个单元的绘制, 扫描全部单元可完成整个单元网格的绘制。单元网格剖分图重叠上变形后的图形即形成变位图。要画变形后的图形, 必须逐点计算各节点变形后的位置。

$$\text{变形后的位置} = \text{变形前的位置} + \text{复位}。 \quad (3)$$

由于变位比起构件的尺寸要小得多, 如果把变位原原本本地画出来, 变形前的图形与变形后的图形将发生重叠, 变形几乎看不出来, 因而有必要将变位适当放大出来显示。为此, 首先从 $x$ 方向和 $y$ 方向找出变位的最大值 $u_{\max}$ 和 $v_{\max}$ , 取 $r = \max(u_{\max}, v_{\max})$ , 假设 $r$ 在屏幕的横向占用25个象点, 则 $r$ 在屏幕的纵向占用11个象点, 由此可得出 $x$ 方向变位的映射系数 $k_u = 25/r$ ,  $y$ 方向变位的映射系数 $k_v = 11/r$ , 根据式(1) — (3), 可推出 $(x', y')$ 变形后的位置

$$u' = x' + u \cdot k_u, \quad (4)$$

$$v' = y' + v \cdot k_v, \quad (5)$$

$u, v$ 为 $x$ 方向和 $y$ 方向的变位值,  $(u', v')$ 为 $(x', y')$ 变位后的坐标, 联单元中各变位坐标, 即完成一个单元的变位图绘制, 扫描所有单元, 可绘制整个单元网格的变位图。

## 2. 图形的放大及裁剪

当单元剖分太细, 或者某些单元的变形太小, 无法在屏幕上清楚地显示的时候, 需要对图形作局部放大, 局部放大的比例及放大位置由人机对话确定。对于单元剖分图, 根据式(1), (2), 放大后的坐标变换公式为

$$x' = x_0 + 320 + (x - x_c) \cdot k_x \cdot m,$$

$$y' = y_0 + 100 - (y - y_c) \cdot k_y \cdot m,$$

其中 $(x_0, y_0)$ 用来确定放大位置,  $m$ 为单元剖分图的放大倍数。对于变位图, 根据式(4), (5), 放大后的坐标变换公式为

$$u' = x_0 + 320 + (x - x_c) \cdot k_x \cdot m + u \cdot k_u \cdot n,$$

$$v' = y_0 + 100 - (y - y_c) \cdot k_y \cdot m + v \cdot k_v \cdot n,$$

其中 $n$ 为变位放大倍数。

图形作局部放大后, 一部分图形将超出屏幕范围, 产生卷绕现象, 为了克服因卷绕而产生的图形失真, 可以沿着显示器屏幕的边界使用裁剪技术, 把超出边界的部分图形事先裁剪掉。对于IBM-PC/XT屏幕, 考虑变换后的坐标系, 四条窗口的边框直线分别是左边框 $x_l = 0$ , 右边框 $x_r = 639$ , 下边框 $y_b = 0$ , 上边框 $y_t = 199$ 。由于单元变位图是由直线段组成的, 所以只要使用直线段裁剪方法即可。假设线段 $AB$ 两个端点的坐标分别是 $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ , 若线段 $AB$ 满足下述四个条件之一, 即

$$\max(x_1, x_2) < x_l, \quad \min(x_1, x_2) > x_r,$$

$$\max(y_1, y_2) < y_b, \quad \min(y_1, y_2) > y_t.$$

则线段 $AB$ 不会处于窗口内。

若线段 $AB$ 满足 $x_l \leq x_1 \leq x_r, y_b \leq y_1 \leq y_t$ , 则窗口内可见线段的新始点坐标为 $x_s = x_1, y_s = y_1$ 。

若 $x_1 < x_l$ , 则

$$\begin{cases} x_s = x_l, \\ y_s = y_1 + (x_l - x_1)(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1), \end{cases}$$

当求出的 $y_s$ 满足 $y_b \leq y_s \leq y_t$ 时,  $x_s, y_s$ 求解有效。否则, 若 $y_1 < y_b$ , 则

$$\begin{cases} x_s = x_1 + (y_b - y_1)(x_2 - x_1)/(y_2 - y_1), \\ y_s = y_b, \end{cases} \quad (6)$$

若 $y_1 > y_t$ , 则

$$\begin{cases} x_s = x_1 + (y_t - y_1)(x_2 - x_1)/(y_2 - y_1), \\ y_s = y_t, \end{cases} \quad (7)$$

当上述两式求出的 $x_s$ 满足 $x_l \leq x_s \leq x_r$ 时, 结果有效, 否则线段 $AB$ 与窗口无交点。

当 $x_1 > x_r$ 时, 用类似过程可求出线段 $AB$ 与窗口右边框交点。当 $x_r > x_1 > x_l$ 且 $y_1 < y_b$ 或者 $y_1 > y_t$ 时, 利用式(6)和式(7)求出线段 $AB$ 与窗口上、下两边框的交点, 如求出的 $x_s$ 满足 $x_l \leq x_s \leq x_r$ , 则结果有效, 否则线段 $AB$ 与窗口无交点。

同样道理, 可以求出线段 $AB$ 在窗口内的可见段终点坐标 $(x_e, y_e)$ , 联结 $(x_s, y_s)$ 与 $(x_e, y_e)$ 即得到线段 $AB$ 在窗口的整条可见线段。

### 3 等值线的自动绘制

在二维弹塑性问题的有限元分析中, 经常需要描绘等应变图和等应力图。对于给定的等位值 $w$ , 生成一条等值线其实就是寻找它与所穿过的矩形单元各边的交点的集合。当单元划

分足够细时,联接所有矩形单元各边的交点,即可绘出等值线。在要求较高的场合,各交点之间进行平滑处理便可得到满意的结果。等值线的绘制,主要分以下三步。

### 3.1 等值线的搜索

对于给定的单元网格数据点,为了求出等值线,首先要从网格数据的第一行(网格的最底边开始,依次进行行扫描。如果在某一行的两个网格点之间存在着一个等值点,就把低侧网格点坐标称为 $(I_x, I_y)$ ,高侧网格点坐标称为 $(I_w, I_z)$ 。通过两个低高侧坐标,接下来就可以求出等值点并跟踪和描绘出等值线。由于一个单元网格剖分图可能存在有同一等值值的若干个不同等值线,所以在行扫描过程中,还要进行列扫描,当在某一列找到一个等值点的位置并跟踪和绘出一小段等值线后,软件还得从这一行继续进行列扫描,以便寻找新的等值线。重复上述过程即可求出网格图的所有等值线。

### 3.2 等值线的跟踪

当某一条等值线的第一个等值点找到后,接下来还得追踪别的等值点,直至找到这条等值线的最可一点。如图1(a)所示,假设网格点A与点B之间存在一个等值点,点A为低侧,其坐标为 $(I_x, I_y)$ ,点B为高侧,其坐标为 $(I_w, I_z)$ 。为了跟踪等值线,联结A和B'的直线围绕A点旋转 $\alpha$ 角度到AC位置,这时只能发生两种情况,即等值线位于B'和C之间或者

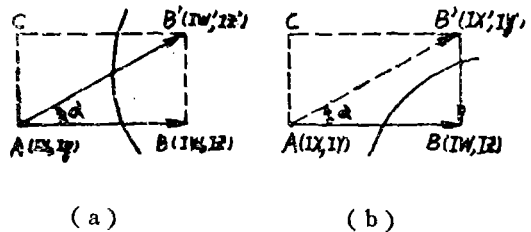


图1 通过网格数据跟踪等值线

不。图1(a)中,等值线位于B'C之间,AB'之间有一个等值点,A为低侧,B'为高侧,软件继续跟踪。图1(b)中,直线AB'旋转 $\alpha$ 角度并不与等值线接触,把搜索旋转中心转移到点B',直线B'A反方向旋转 $90^\circ - \alpha$ 的角度到B'B位置,B'B之间存在一个等值点,B'为低侧点,B为高侧点。

等值线跟踪还必须考虑另一个问题:等值线能否自己闭合。如果等值线闭合, $(I_x, I_y)$ 和 $(I_w, I_z)$ 将返回到它们的原始值(如图2所示),通过保持原始值,闭合就能很容易地检测出来。如果等值线为开曲线,则线头在边界上,当搜索到等值线的线头时,旋转后的点 $(I_w, I_z)$ 将超出网格范围,于是需要再返回到开始点,并且按其它路径继续跟踪等值线,直至搜索到等值线的线尾,点 $(I_w, I_z)$ 超出网格范围(如图3所示)。

### 3.3 等值点的计算及描绘

实际的等值线并不一定通过网格点,而是在网格点之间通过,所以在跟踪等值线的时候,还必须求出等值点的位置。如图4所示,假设网格的横边长为 $x$ ,纵边长为 $y$ ,对角线

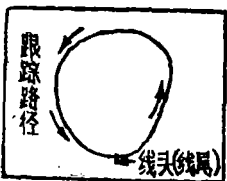


图2 闭合等值线



图3 开曲线等值线

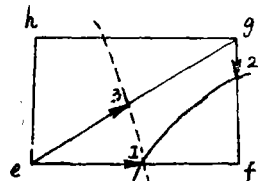


图4 确定等值点位置

长度为  $r(r = \sqrt{x^2 + y^2})$ , 而网格点  $e, f, g, h$  对应的高程值分别是  $w_e, w_f, w_g, w_h$ , 等值线的高程值为  $w$ , 可以证明, 等值点 1 到  $e$  的距离  $Dx$  为

$$Dx = \frac{w - w_e}{w_f - w_e} \cdot x, \quad (8)$$

等值点 2 到  $g$  的距离  $Dy$  为

$$Dy = \frac{w - w_g}{w_f - w_g} \cdot y, \quad (9)$$

等值点 3 到  $e$ , 距离  $Dr$  为

$$Dr = \frac{w - w_e}{w_h + w_f - 2w_e} \cdot r, \quad (10)$$

由式 (8) — (10) 可确定出等值点的位置, 跟踪并联结等值点即可给出等值线。

#### 4 结语

变位图、等值线图以及其它有限元分析图形作为有限元分析的后置处理技术是有限元分析功能能否真正发挥效用, 有限元软件能否推广应用的关键问题。研制有限元后置处理程序, 开发具有汉化功能的图形显示软件对于提高有限元输出数据的利用价值, 提高有限元分析的效率和效益都具有工程实际意义。

#### 参 考 文 献

- [1] 陈宝珊, 微型机信号处理系统中的软接口研究, 微小型计算机开发与应用, 4 (1989).
- [2] Peklenik, J., Hlebanja, G., Development of a CAD-System based on part engineering model and binary coding matrix, *CIRP Annals*, 37, 1 (1988).
- [3] 杨学平, 计算机绘图, 电力出版社 (北京), (1980).

## Display Technique of Computer Graphics in Finite Element Analysis

Chen Baoshan

(Department of Precision Mechanical Engineering)

**Abstract** Basic skills of display technique of various computer graphics and software design in finite element analysis are presented in this paper. The principle of deflection plotting and contour line mapping are analyzed in detail. The partial amplification and cut out technique in finite element graphics are discussed.

**Key words** graph, contour, line, deflection, cut out