

压剪条件下缝面正应力对裂缝状态和扩展的影响

周瑞忠

刘光廷

(福州大学)

(华侨大学)

摘要 本文从压剪缝面的基本力学关系和裂面传剪, 裂面传压效应的实验工作入手, 指出压剪条件下缝面的正应力对裂缝状态和扩展具有重要的影响。提出了对压剪裂缝四种状态下考虑缝面正应力影响的计算公式, 并将计算结果和电测、激光散斑的同步实验进行了验证。

关键词 压剪裂缝。正应力, 剪应力影响, 散斑实验

0 前言

压剪裂缝历来深受研究者的注意^[1-4]。F. A. MacIntock, W. F. Brace, E. Hoek

等人早期指出: 传统的 Griffith 准则不能直接用于压剪条件下的断裂问题, 因为在压剪条件下, 缝面的物理、力学性质(糙度, 材料性质, 初始凝聚力等)显然起着相当的作用, 而传统准则不考虑缝面的接触和传力, 只适用于拉剪。压剪缝面的基本力学条件接近 Mohr-Columb 准则, 可从下面的演绎得到证明。如图 1, 曲线坐标系

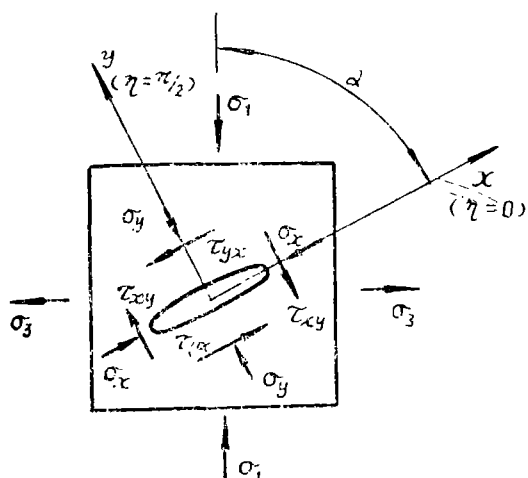


图 1 压剪应力状态

$$x = c \cdot \text{ch} \xi \cdot \cos \eta,$$

$$y = c \cdot \text{sh} \xi \cdot \sin \eta,$$

则由 σ_x, σ_y 引起的 η 方向(环向)应力值可表达为^[5]:

$$(\sigma_\eta)_{\xi=\xi_0} = \frac{2\sigma_x \text{sh} 2\xi_0 + (\sigma_y - \sigma_x)(\text{sh} 2\xi_0 + e^{2\xi_0} \cos 2\eta - 1)}{\text{ch} 2\xi_0 - \cos 2\eta}. \quad (1)$$

同样, 由 τ_{xy} 引起的

本文1988-12-20收到。

$$(\sigma_\eta)_{\xi=\xi_0} = \frac{2\tau_{xy}e^{2\xi_0}\sin 2\eta}{\cosh 2\xi_0 - \cos 2\eta} \quad (2)$$

全部迭加并简化后有

$$\sigma_\eta = \frac{\sigma_y(2\xi_0 + 2\xi_0^2 - \eta^2) - \sigma_x(\xi_0^2 - \eta^2) + \tau_{xy}2\eta(1 + 2\xi_0)}{\xi_0^2 + \eta^2} \quad (3)$$

略去二次以上高阶项, 并当 $\partial\sigma_\eta/\partial\eta = 0$ 时 σ_η 取极值, 因而有

$$\begin{aligned} \sigma_\eta \xi_0 &= 2(\sigma_y + \tau_{xy}\eta/\xi_0)/[1 + (\eta/\xi_0)^2] \\ &= 2\{\sigma_y - \sigma_y[1 \pm \sqrt{1 + (\tau_{xy}/\sigma_y)^2}]\} / \{1 + [(-\sigma_y/\tau_{xy})(1 \pm \sqrt{1 + (\tau_{xy}/\sigma_y)^2})]^2\} \\ &\doteq \pm \tau_{xy}^2 / (\sqrt{\sigma_y^2 + \tau_{xy}^2} \mp \sigma_y) \end{aligned}$$

按塑性断裂理论, 局部最大应力 $\sigma_{\eta\max} = 2k$ (k 为单轴抗拉强度的 $1/2$) 时, 裂缝才可能扩展。显然, 在压剪条件下, 上式应等价于 Mohr-Columb 的一般性破坏准则: $\tau_{xy} \geq \sigma_n f + \tau_0^*$, 其中 $\tau_0^* = \tau_0 + 2k\xi_0$ 。用主应力表示时:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \operatorname{ctg} \phi \cdot \tau_0^* \right) \sin \phi = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \sin \phi + \tau_0^* \cos \phi, \quad (4)$$

式中 $\operatorname{tg} \phi = f$ 由缝面条件决定。

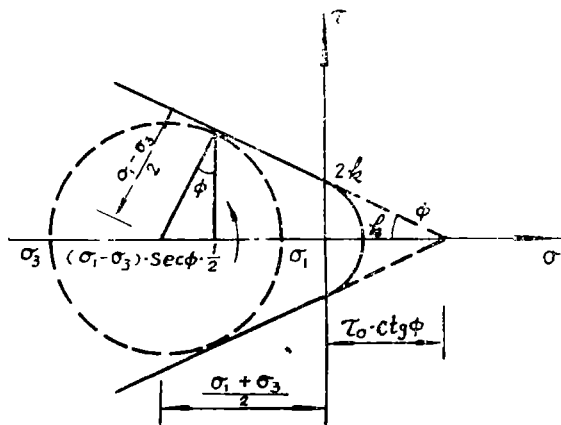


图2 压剪破坏条件

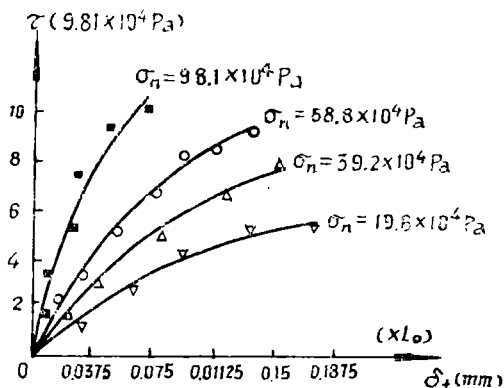


图3 $\tau - \sigma$ 实测关系 (L_0 为初始裂缝长度)

1 裂面传剪和裂面传压的实验结果

混凝土裂缝面在正压应力和剪应力共同作用下, 实测剪应力 τ 与切向位移 δ_i 的基本关系如图3。任取一曲线表明, 剪应力 τ 与切向相对位移 δ_i 呈现关系式:

$$\tau = \frac{1}{b} \left(1 - \frac{a}{a + b\delta} \right), \quad \text{当 } \sigma_n \leq 0, \quad a, b \text{ 取决于 } \sigma_n.$$

求导后有

$$\begin{cases} k_s = \frac{\partial \tau}{\partial \delta} = -\frac{a}{(a + b\delta)^2} = \frac{1}{a} \left[1 - \frac{b\delta}{(a + b\delta)} \right]^2 = -\frac{a}{(a + b\delta)^2}, & \text{当 } \sigma \leq 0, \\ k_s = 0, & \text{当 } \sigma_n > 0, \end{cases} \quad (5)$$

其中常数 a, b 显然可由实验数据具体决定。

这一关系清楚地指出, 缝面正应力的大小强烈影响到 $\tau - \delta_i$ 曲线。为了反映这一事实, 在弹性力学的一般关系式中, $\tau_{ni} = G\gamma_{ni}$, 即 $(V_{ij} - V_{ji})/c_0 = [2(1 + \mu_1)/E_1 bh] p_{ij}$ 中, 应把

厚度 c_0 看成是一个与 σ_n 有关的变量反映出来 (有些文献误把 c_0 看成常量而忽视了 σ_n 的影响)。为此, 上式应为

$$\frac{(V_{ij} - V_{ii})}{c_0 F(\sigma_n)} = \frac{2(1 + \mu_1)}{E_1 b h} p_{ij},$$

式中 $F(\sigma_n)$ 为考虑 σ_n 的影响而所设的变量系数, 且 $F(\sigma_n) \leq 1$ 。此外, 在 τ - δ 的实测关系中, 可求得缝面的实际摩擦系数 f 和初始抗剪凝聚力 τ_0 (如下文实验中 400# 水泥浆缝宽为 0.6mm 时, 测得 $f = 0.688$, $\tau_0 = 51.15 \times 10^4 \text{ Pa}$)。

裂面传压: 正压应力 σ_n 与缝宽 Δ 的关系测定是压剪裂缝研究中的另一个重要问题。混凝土或岩石的裂缝面并不完全绝对光滑, 因此存在着咬合效应——裂缝尚未完全闭合, 已经开始能够传递一定的压应力。闭合达一定程度后, 传压能力急剧直线上升, 但是最大传递能力将不会超过材料的强度极限。实测裂面传压能力如图 4。可见, 在裂缝的相对宽度不大时 (约 40mm 以下), 两者之间将有良好的线性关系成立。实际岩体夹泥薄层也有类似力学特性。

计算公式及其结果与电测和散斑实验的比较

以上述的基本关系为基础, 可以得到多种情况下的计算公式。例如, 在压剪弹性时有

$$\begin{aligned} V_{ij} - V_{ii} &= \frac{2(1 + \mu_1)}{E_1 b h} p_{ij} C_0 F(\sigma_n) \\ u_{nj} - u_{ni} &= \frac{C_0(1 - \mu_1^2)}{E_1 b h} p_{nj} \end{aligned} \quad (6)$$

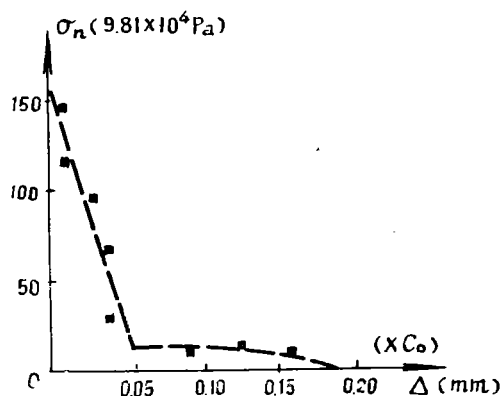


图 4 σ_n - Δ 实测关系 (C_0 为初始裂缝宽度)

式中 $V_{ii}, V_{ij}, u_{nj}, u_{ni}$ 分别表示在切向和法向方向上 j, i 对应点的位移量, h 为厚度 (第三方向尺寸), $p_{ni} = p_{nj}, p_{ii} = p_{ij}$ 为局部坐标方向节点力, 法向以压为负, 切向以使该点沿切向坐标正向移动为正, 并不计初应变的影响, 当需要模拟空隙时, 令 E_1, μ_1 为一个很小值, 但不能为零, 否则可能造成除数 (分母) 为零而机。

注意到 $u_{nj} = u_j \cos \alpha + V_j \sin \alpha, V_{ij} = -u_j \sin \alpha + V_j \cos \alpha; p_{nj} = p_{xj} \cos \alpha + p_{yj} \sin \alpha, p_{ij} = -p_{xj} \sin \alpha + p_{yj} \cos \alpha$, 则式 (6) 可转变为

$$\begin{cases} (u_j - u_i) \cos \alpha + (V_j - V_i) \sin \alpha = -\frac{C_0(1 - \nu_1^2)}{E_1 b h} (p_{xj} \cos \alpha + p_{yj} \sin \alpha), \\ -(u_j - u_i) \sin \alpha + (V_j - V_i) \cos \alpha = \frac{2(1 + \mu_1)}{E_1 b h} C_0 F(\sigma_n) (-p_{xj} \sin \alpha + p_{yj} \cos \alpha), \end{cases} \quad (7)$$

待定系数 $F(\sigma_n)$ 可由

$$u_{nj} - u_{ni} = \frac{C_0(1 - \nu_1^2)}{E_1 b h} [p_{xj} \cos \alpha + p_{yj} \sin \alpha] = \Delta \quad (8)$$

求得.此值正比于法向应力 p_{ni}/bh , 并为 $F(\sigma_n)$ 的多项式函数, 其幂次仅为 (-1) , 这样, 由 $F(\sigma_n)$ 的定义

$$F(\sigma_n) = (C_0 - \Delta)/C_0 = 1 - \Delta/C_0 \quad (9)$$

立即可解出, 从而确定上式各未知量值. 显然, 对应于每一级荷载增量, 系数 $F(\sigma_n)$ 都有一个确定值.

其它各种情况下, 力和位移的关系也不难找到, 例如有

$$\begin{cases} -p_{xj}\sin\alpha + p_{yj}\cos\alpha = \mp f(p_{xj}\cos\alpha + p_{yj}\sin\alpha) + \tau_0, \\ (u_j - u_i)\cos\alpha + (V_j - V_i)\sin\alpha = A(p_{xj}\cos\alpha + p_{yj}\sin\alpha), \end{cases} \quad (10)$$

如此注意到压剪裂缝的各种不同力学阶段, 其缝面参数, 如由粗糙程度决定的摩擦系数, 初始凝聚力, 由材料本身性质决定的 L_1, u_1 等都已无一例外地参加到整体的计算中来, 这样, 较之不能考虑这些参数的拉剪裂缝 Griffith 准则, 就有了本质的不同和相对的进步.

如图 5 折线型多裂纹体, 利用上文公式编制的程序计算, 并用电测和激光散斑法同步实验加以验证. 试件用配合比为 1 : 0.55 : 2 : 4 (400# 水泥 : 水 : 砂 : 小石子) 拌成的混凝土, 在特制的钢模中成型. 内部裂缝用预埋极薄的硬塑料片 (厚度 0.4—0.5mm) 插入, 待水泥硬化过程完成, 体积收缩逐步稳定后在预留缝中 (约 0.6—0.7mm 宽) 第二次灌注同样水灰比的水泥浆, 再放入养护室精心养护, 达龄期后进行试件的加工处理: 表面整平, 有机溶剂清洗, 喷涂底胶后再均匀地喷撒金铜粉, 可得良好的激光散斑图. 由于预埋裂缝的宽度本身很小, 待第二次水泥浆硬化 (必要时可加入细心调配的极细砂) 干缩后, 造成新老界面的薄弱结合面,

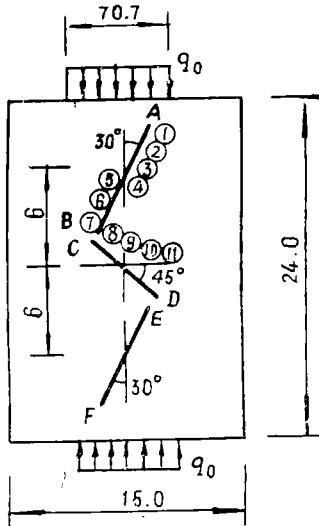


图 5 折线型多裂纹体

在试件受载之后, 可视作在受载过程中的压剪裂缝面来处理, 效果满足要求.

电测采用 YJ—X3 型带自动打印装置的数字式应变仪, 沿裂缝两岸布置, 共用 30 个应变片, 在各级加载期间, 与激光散斑法同步操作, 取三组试样的平均值列于表 1, 电测应力与计算应力的对照结果见表 2.

在实际施测过程中, 散斑为做到保证条纹的清晰和电测为防止零漂的影响, 决定全部采用增量值的方法 (扣除前一级初始读数), 然向加以累加以提高精度, 所以表列的数字为增量值, 与之比较的计算值也采用增量求和的方法. 与试件同时制作的 16 块用于测定弹模、泊桑比的标准试件, 实测试样的抗压标号 $124.7 \times 9.8 \times 10^4 \text{ Pa}$, $E = 1.942 \times 10^5 \times 9.81 \times 10^4 \text{ Pa}$, $\mu = 0.171$, 裂纹长度 $2a = 6 \text{ cm}$, 在实际加力过程中, 由于试件的几何特性, 可判定中心点不发生形变位移, 给试验中扣除刚体位移带来很大的方便.

压剪试件的最终破坏过程和形态, 与对此试样的 Griffith 裂纹相比 (Griffith 裂纹

表 1 电测各级荷载下裂缝两岸应力增量值

点 位	13—33×3.81×10 ⁴ Pa.cm (第一级)						33—43×3.81×10 ⁴ Pa.cm (第二级)						43—53.5×9.81×10 ⁴ Pa.cm (第三级)					
	实测应变增量 ($\mu\epsilon$)			缝面应力增量			实测应变增量 ($\mu\epsilon$)			缝面应力增量			实测应变增量 ($\mu\epsilon$)			缝面应力增量		
号 置	ϵ_t	ϵ_n	γ_{nt}	σ_t	σ_n	τ_{nt}	ϵ_t	ϵ_n	γ_{nt}	σ_t	σ_n	τ_{nt}	ϵ_t	ϵ_n	γ_{nt}	σ_t	σ_n	τ_{nt}
2 上 下岸	-42.8	-8.2	-13.3	-3.09	-3.16	-6.79	-18.6	-10.2	-53.3	-4.17	-2.73	-4.56	-35.0	-7.0	-52.7	-7.45	-2.65	-4.52
	-40.6	-7.1	-13.8	-3.51	-2.86	-6.84	-22.9	-6.8	-45.6	-4.94	-2.19	-3.91	-30.4	-6.8	-49.9	-6.43	-2.44	-4.28
4 上 下岸	-40.1	-4.3	-14.7	-3.26	-1.47	-6.40	-22.3	-1.0	-42.0	-4.62	-0.98	-3.60	-25.3	-3.8	-51.7	-5.43	-1.67	-4.44
	-41.1	-0.6	-12.7	-3.44	-1.30	-6.23	-23.0	-0.4	-39.4	-4.74	-0.33	-3.33	-27.0	-1.9	-45.7	-5.02	-1.33	-3.92
3 上 下岸	-41.3	-4.3	-65.0	-8.34	-0.53	-5.57	-22.1	1.6	-33.7	-4.49	+0.42	-2.33	-25.1	-0.5	-38.1	-5.18	-0.98	-3.27
	-41.0	+1.0	-64.5	-8.30	-0.59	-5.53	-22.7	2.4	-32.4	-4.60	-0.28	-2.77	-25.8	+0.4	-37.3	-5.30	-0.79	-3.20
9 上 下岸	-16.1	-16.7	70.1	-3.89	-3.99	+6.01	-9.3	-9.2	+36.8	-2.33	-2.21	+3.16	-12.5	-10.3	+38.2	-2.94	-2.64	-3.27
	-14.9	-16.8	63.5	-3.71	-4.39	+5.96	-8.5	-11.5	+37.8	-2.15	-2.67	+3.24	-9.8	-14.6	+37.6	-2.52	-3.34	-3.22
11 上 下岸	-16.0	-15.9	69.0	-3.84	-3.82	-5.91	-9.1	-9.0	-36.4	-2.19	-2.17	-3.12	-12.3	-11.5	-38.3	-2.92	-2.71	-3.28
	-16.0	-15.9	69.1	-3.84	-3.82	-5.92	-9.1	-9.0	-36.6	-2.19	-2.17	-3.14	-12.2	-11.8	-38.7	-2.92	-2.84	-3.32

表2 电测应力与计算应力对照表(增量值,单位: $9.8 \times 10^4 \text{Pa}$)(砧试件)

点 号	位 置	实测应力值(荷载1—3级)			计算应力值(1—3级)			最大相对误差(%)		
		σ_1	σ_2	τ_{12}	σ_1	σ_2	τ_{12}	σ_1	σ_2	τ_{12}
2	上岸	-20.71	-8.54	-15.87	-20.05	-8.38	-15.39	3.3	10.6	3.1
	下岸	-20.03	-7.49	-15.03						
4	上岸	-18.31	-4.12	-14.41	-18.50	-3.78	-13.73	1.6	9.0	5.2
	下岸	-18.81	-3.49	-1.53						
6	上岸	-18.01	-1.93	-11.73	-17.83	-1.67	-11.44	2.1	15.6	2.5
	下岸	-18.20	-1.65	-11.50						
9	上岸	-3.06	-8.84	12.44	-8.22	-8.74	+13.32	10.2	19.0	6.8
	下岸	-8.38	-10.40	12.42						
11	上岸	-8.95	-8.77	12.31	-8.96	-9.26	12.61	0.1	5.3	2.4
	下岸	-8.95	-8.83	12.38						

是指在受载之后,裂缝的任意二个对岸点,均不可能发生靠拢至接触。因而缝面内部无相互传力过程),其裂纹扩展的先后次序上仍有类似性:即裂纹扩展过程首先仍由B,E点开始(该两点KII值相对最大),然后发现C,D,最终A,F端也相继出现裂纹扩展,但试件此时由于结构总体刚度存在,基本上仍能保持一定的压力值而不致迅速崩溃,直至次生裂缝扩展后,才导致试件最终破坏为若干块。

3 结论与讨论

本文可得出两点结论。(1)与以往的文献不同,这里的研究除了满足弹性力学的基本要求外,还重点特别强调需要考虑缝面正压应力 σ_n 对实验 $\tau-\delta_c$ 曲线的影响。由于 $\tau-\delta_c$ 曲线是呈现不同初始斜率的双曲线族,因此,压剪裂纹的力学性质从本质上来说是非线性的,(弹性状态只在荷载很小时出现)。(2)用电测和激光散斑法同步实验验证可用以和计算结果进行对比,两者总体吻合良好。个别测点的离散性说明混凝土试样在具体试验中的随机误差规律是不可避免的。压剪试样与原来的Griffith试样相比,其平均极限荷载量从原来的 $577.8 \times 9.8 \times 10^4 \text{pa}$ 提高到 $678.9 \times 10^4 \text{pa}$,提高幅度为17.4%。

文献[5]指明:基于“释放应力”概念的解析数值解方法是研究多裂纹体干涉,边界和裂缝相互作用的有效概念和方法。从“释放应力”的观点来看,压剪裂缝与拉剪型Griffith裂纹的不同之处仅仅在于:拉剪裂纹的缝面释放应力等于其名义应力,因而在引成真实的裂缝过程中,应力全部释放,最终缝面将处于自由缝面状态(假设缝面内无力源,主矢和主矩均为零)。换言之,如果能够定义释放应力系数,为实际释放的应力与最大可能释放应力的百分比,则拉剪裂缝在任意各点上的释放系数均应为1;相反,对压剪裂缝而言,缝面的力学平衡条件遵循修正的Mohr-Columb准则,而应力释放系数在任何情况下恒 ≤ 1 。此外,在压剪裂缝各种状态的计算和判断中,相容法则及表达力,应变,位移关系的几何方程,物理方程也应得到严格的遵循和满足,这样的求解结果才可能是唯一正确值。

参 考 文 献

- [1] MacCintock, F. A. and, Walsh, J. B. , Friction on the Griffith Cracks in rock Under Pressure, *Proceedings of the Forth U. S. National Congress of Applied Mechanics*, 2, (1962).
- [2] Brace, W. F著, 于晓中, 居寰等译校, 关于Griffith断裂理论推广到岩石问题, 混凝土的强度和破坏译文集, 水利出版社, (1982).
- [3] Hoek, E. and Bieniawski, Z. T. , Brittle Fracture Propagation in rock Under Compression, *Int. Jour. of Fracture*, 26, 4(1984), 276—294.
- [4] Foure, B. , Ghabrial N & Hanna, Y. , Cracking and Failure of Concrete Subject to Compression and Torsion, *Int. Conf. on Fracture and Damage of Concrete and rock*, Vienna, Austria July 4—6 (1988).
- [5] Liu Guang-Ting & Zhou Rui-Zhong, The Strength of Finite body With Multiple Cracks, *Int. Conf. on Fracture and Damage of Concrete and rock and Special Seminar on Large Concrete Dam Structure*, Vienna, Austria, July 4—6 (1988).

The Effect of Normal Stress of Crack Surface on the State of the Crack and Its Expansion under Press-Shear Condition

Zhou Rui-zhong Liu Guangting

(Fuzhou University) (Huaqiao University)

Abstract To begin with the basic mechanical properties of press-shear crack surface and the laboratory work on the effect of transmitting shear and press, this paper points out firstly that the normal stress of crack surface affects greatly the cracking state and its expansion under press-shear condition, and secondly, it poses a computing formula considering the effect of crack surface normal stress under four states of press-shear crack, and finally, it compares the computed results with the results from electric measurement and laser speckle test.

Key words pressure-shear crack, normal stress, shear stress affect, speckle test