

# 土坡稳定分析的三种方法

涂 帆

(土木工程系)

摘 要

本文对斜坡稳定分析中常用的瑞典圆弧法、简化Bishop法和Janbu法进行了理论上和计算上的比较,探讨Janbu法中推力线位置的假设、地震荷载以及孔隙压力系数 $\bar{B}$ 对斜坡安全系数的影响。

**关键词** 斜坡, 稳定分析, 推力线, 孔隙压力系数, 地震系数, 极限平衡

## 一、前 言

斜坡稳定的极限平衡分析始于1927年瑞典工程师Fellenius创立的条分法,即Fellenius法(也称瑞典圆弧法)。此后,不少学者提出了改进意见,相继发展了不少分析法。同样一个斜坡,采用不同的极限平衡分析法,算出的安全系数值不一样,一般说来,用瑞典圆弧法算出的安全系数值偏低。

Whitman和Moore早在1963年就指出,应该用先进的方法取代瑞典圆弧法。可是,到了电算已经相当普及的80年代末,瑞典法仍在用。究其原因,除了习惯势力的影响外,是对不同方法的内容、电算程序及计算结果缺乏较完整系统的比较。基于这个原因,本文对斜坡稳定分析中最常用的三种方法,即瑞典圆弧法、简化Bishop法和Janbu法进行了理论上的比较,并通过具体算例对其计算结果的差异进行评价,以及探讨了影响斜坡稳定的一些因素。

## 二、三种方法的比较

Fellenius法假设土条二侧力相等方向相反且平行于土条底面,这实际上暗指不考虑土条二侧力的影响,导致土条的静力平衡与实际不符,一般使求得的安全系数偏低10—20%,且此误差又随滑裂面圆心角和孔隙压力的变化而变化。

Fellenius法之后出现了许多改进的方法,如Bishop法(1955)大大提高了计算精度。它不仅把有效应力原理引进斜坡分析,还将安全系数定义为沿整个滑裂面的抗剪强度与实际产生的剪应力的比值。这比原先由全部抗滑力矩与滑动力矩之比而定义的安全系数合理,适应性

广。同时,它考虑了土条之间力的作用,然而这个考虑是有条件的,即Bishop假设土条之间只有水平力作用。这个方法称为简化Bishop法。

Janbu(1957)应用条分法分析土压力和承载能力的问题时,不局限于圆弧滑动面的情形,而且充分考虑了条间力,包括水平力和垂直力的作用。但是,Janbu法假设推力线的位置,即土条二边合力作用点连线的位置。假设是否合理应根据计算结果来判定,待后边进一步阐明。如果假设不合理,可重新假设直至合理,以期得到较真实的安全系数。

条分法发展至今已有60多年的历史,除了上面介绍的三种方法外,还有 Morgenstern-Price法(1965)、Spencer法(1967)、Sarma法(1973)等等,这些方法的基本原理一样,其主要区别在于考虑条间力的不同。如今,不管采用哪一种极限平衡法,计算机几分钟就能算出一个复杂斜坡的安全系数。由于极限平衡法直观方便,尽管方法本身存在许多无法克服的缺陷,至今却仍是斜坡稳定分析中最常用的方法。

一般说来,土条之间力的影响考虑愈多,求得的安全系数愈高,尤其在滑动面不规则、土的内摩擦角较大的情况更是如此。用瑞典法求得的安全系数一般偏低,这个偏差也按情况的不同而不同,甚至有时不安全。对于简化Bishop法,Skempton指出,安全系数的误差约为2—7%。Whitman和Baker分析了不同方法包含的误差后建议,简化Bishop法必须用于常规分析,待大致确定最危险破坏面后再采用较精确的方法,如Janbu法、Morgenstern-Price法等计算安全系数并研究非圆弧的情况。

### 三、Janbu法中假设的推力线位置的影响

某水库土坝断面如图1所示,验算高水位稳定渗流时下游坡的安全。首先采用瑞典法和简化Bishop法分析了13个圆弧,其结果列于表1,可以看出,由简化Bishop法得到的安全系数比瑞典法高出约10—20%,而且两种方法算出的最危险圆弧的位置不同。

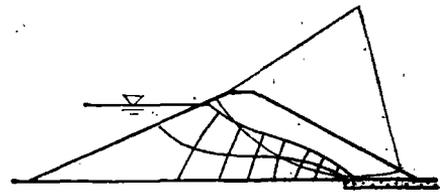


图1 某水库土坝的断面图

表1 用不同方法求得不同破坏面的安全系数

圆弧号	圆心的X坐标	圆心的Y坐标	半径	安全系数 (瑞典法)	安全系数 (简化Bishop)
1	180.00	-5.00	60.03	1.245	1.450
2	200.00	-5.00	70.42	1.002	1.184
3	220.00	-5.00	69.86	1.134	1.247
4	180.00	-25.00	91.36	1.327	1.565
5	200.00	-25.00	90.80	1.059	1.208
6	220.00	-25.00	90.92	1.041	1.131
7	180.00	-45.00	99.35	1.531	1.659
8	200.00	-45.00	109.41	1.141	1.257
9	220.00	-45.00	110.37	1.046	1.119
10	180.00	-65.00	123.35	1.601	1.729
11	200.00	-65.00	124.70	1.246	1.326
12	220.00	-65.00	128.70	1.098	1.158
13	220.00	-36.00	101.89	1.023	1.107

根据表1, 选择由简化Bishop法算出的最危险的第13号圆弧进行进一步的精确法验算, 本文采用Janbu法. Janbu法必须假设斜坡中推力线位置, 首先, 假设土条之间力的作用点与土条底部的距离 $h_c$ 为整个土条高度 $h$ 的三分之一, 即 $h_c/h=1/3$ , 计算出来的安全系数为1.139, 假设的和计算的推力线位置如图2(a)的上部所示, 二者较接近, 符合第一个检验标准. 检验推力线位置的假设合理与否的另一个标准是条间力的正切值 $T/E$ (即条间的剪切力 $T$ 与正应力 $E$ 之比), 必须小于该处土的等值内摩擦角 $\phi_b'$ 的正切值, 所谓等值内摩擦角 $\phi_b'$ 就是综合考虑了土的内聚力 $c'$ 和内摩擦角 $\phi'$ 后的内摩擦角, 如果 $c'=0$ , 则 $\phi_b'>\phi'$ . 本例的计算结果示于图2(a)的下部, 可以看出, 在大约第5—6土条处条间的 $T/E$ 值大大超过了土的 $\text{tg}\phi_b'$ , 据此认为 $h_c/h=1/3$ 不合理. 另作假设 $h_c/h=0.36$ , 相应的结果示于图2(b). 图2(b)中, 条间力的正切值小于土的 $\text{tg}\phi_b'$ , 但计算出来的推力线位置却与假设的偏离较大, 甚至有的跑到斜坡边界之外, 可是, 计算出来的安全系数仍是1.136. 它说明了推力线位置的变化主要影响土条间力的分布, 对安全系数的影响很小[1]. 根据以上分析, 认为本例的 $h_c/h$ 应该在0.33—0.36之间, 当然, 安全系数为1.139.

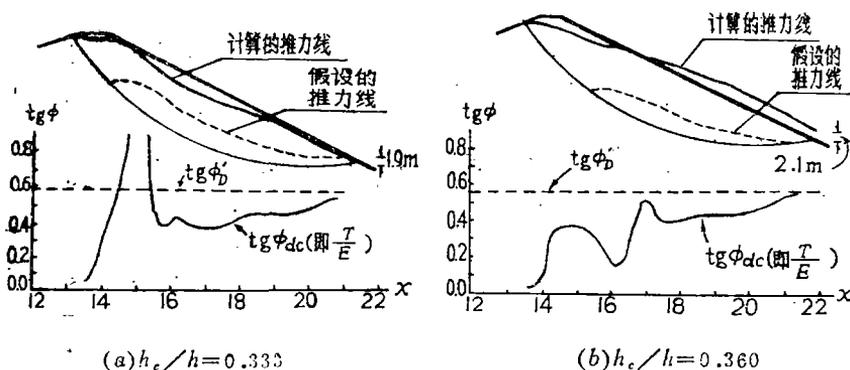


图2 推力线位置假设的合理性检验

为了说明推力线位置对安全系数的影响小到什么程度, 将本例中 $h_c/h=0.0-1.0$ 之间的安全系数列于表2. 可以看出,  $h_c/h$ 虽在如此之大的范围变化, 安全系数的变化却很小.

表 2 推力线位置的假设对安全系数的影响

$h_c/h$	安全系数	$h_c/h$	安全系数	$h_c/h$	安全系数
0.20	1.131	0.42	1.142	0.49	1.158
0.33	1.139	0.44	1.143	0.50	1.155
0.36	1.139	0.46	1.153	0.51	1.152
0.38	1.140	0.47	1.158	0.60	1.090
0.40	1.141	0.48	1.160	0.70	1.022

土坡内部土条之间的推力机理上与挡土墙的土压力类似, 因而, 土条之间力作用点的位置也就类似于挡土墙土压力作用点的位置. 据文[2], 静止土压力的压力中心常在  $H/3$  以

上,  $H$  愈大愈接近  $H/3$ ; 最小主动土压力的压力中心通常约在  $(1/3-1/2)H$  之间, 平均位置可设在  $0.444H$  之处。因此, Janbu 法中, 可以假定  $h_c/h = 1/3-1/2$ 。根据表 2,  $h_c/h$  由  $1/3$  变到  $1/2$ , 安全系数由  $1.139$  变到  $1.155$ , 误差仅为  $1.385\%$ 。笔者认为, 采用 Janbu 法从理论上应该检验假设的  $h_c/h$  的合理性, 但从工程角度可以不必进行这个检验, 因为这一点误差与由于土的参数的不准确所造成的误差相比是微不足道的, 本文后面的例子也说明这个观点。对于一般斜坡, 建议取  $h_c/h = 1/3$  和  $1/2$  时的安全系数的平均值作为该斜坡的安全系数, 当然, 对于特别重要的、情况特殊的斜坡则另当别论。

#### 四、地震荷载的影响

对于上一个算例, 验算该土坝在地震力情况下上游坡的稳定, 地震系数分别取  $0.1$  和  $0.2$ 。根据 Seed 1979 年的朗金演讲, 由地震作用下强度无显著减弱的粘土、粘性土、干的和稍湿的无粘性土或非常紧密的无粘性土所填筑的坝, 常规的拟静力法还是能反映实际情况的, 是非常有用的分析法。本例采用拟静力法, 计算结果见表 3。计算结果表明, 地震对稳定的威胁是大的, 地震系数增加  $0.1$ , 安全系数下降约  $20\%$ 。计算结果还表明了简化 Bishop 法与 Janbu 法的结果相当接近, 以及推力线位置的二个极端假设对安全系数的影响很小。

表 3 地震系数对安全系数的影响

地震系数	安全系数			
	瑞典法	简化 Bishop 法	Janbu 法 ( $h_c/h=1/2$ )	Janbu 法 ( $h_c/h=1/3$ )
0.0	1.469	1.858	1.882	1.872
0.1	1.173	1.444	1.465	1.461
0.2	0.976	1.170	1.190	1.188

用拟静力法考虑地震荷载, 关键是选择地震系数。美国采用的系数值多在  $0.1-0.15$  之间, 日本的则在  $0.15-0.25$  之间, 我国对于地震 7 度区和 8 度区, 地震系数分别取  $0.1$  和  $0.2$ 。以上是经验的方法, 如何确定地震系数, 虽然也提出了一些理论计算的方法, 但是结果相当分散, Seed 认为这个问题还存在着许多不确定性 [3], 因此一般还是按经验取值。

#### 五、孔隙压力系数 $\bar{B}$ 的影响

某堤坝断面如图 3 所示, 该土坝由 5 种不同的材料构成。分析该土坝的稳定时发现, 土的孔隙压力系数  $\bar{B}$  对安全系数的影响很大。 $\bar{B}$  是土的参数, 其表达式为

$$\bar{B} = \frac{\Delta u}{\Delta \sigma_1} = B \left[ A + (1-A) \frac{\Delta \sigma_3}{\Delta \sigma_1} \right]$$

其中,  $A$  和  $B$  是 Skempton (1954) 提出的孔隙压力系数。

该土坝本来的情况是土 3 和土 5 的  $\bar{B} = 0.6$ , 其余土的  $\bar{B} = 0$ , 为了说明  $\bar{B}$  的影响, 只改变  $\bar{B}$  的大小而不改变其它有关数据。

首先, 只改变  $\bar{B}_3$  和  $\bar{B}_5$  的值, 其余的  $\bar{B}$  仍为  $0$ , 求出的安全系数见表 4, 可见,  $\bar{B}$  的影响是

大的。将Janbu法中 $h_c/h=0.5$ 的结果画于图4，安全系数 $FS$ 与 $\bar{B}$ 大致成反比，比例系数约为

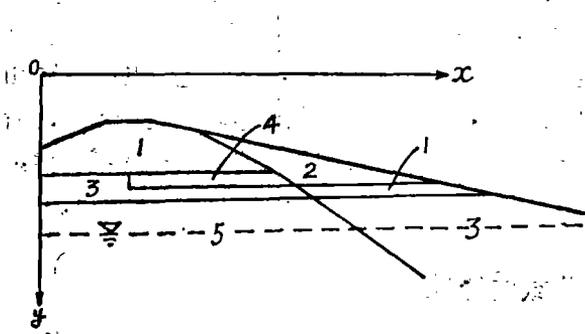


图3 某路堤坝的断面图

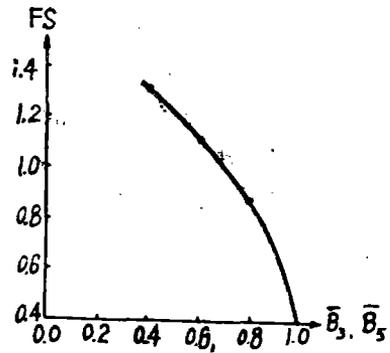


图4 路堤坝的安全系数 $FS$ 与 $\bar{B}$ 的关系图

-1, 当 $\bar{B}$ 接近1时, 安全系数的降低更利害。

再看使其它某些土的 $\bar{B}$ 也等于0.6的情况, 求出的安全系数亦见表4。

表4  $\bar{B}$ 对安全系数的影响

$\bar{B}$	瑞典法	简 化		
		Bishop法	Janbu法 $h_c/h=0.5$	Janbu法 $h_c/h=0.333$
$\bar{B}_1 = \bar{B}_2 = 0.4$	1.830	2.212	1.304	1.521
$\bar{B}_1 = \bar{B}_2 = 0.6$	1.353	1.679	1.121	1.223
$\bar{B}_1 = \bar{B}_2 = 0.8$	0.876	1.111	0.881	0.884
$\bar{B}_1 = \bar{B}_2 = 1.0$	0.404	0.418	0.451	0.449
$\bar{B}_1 = \bar{B}_2 = \bar{B}_3 = 0.6$	1.119	1.382	0.892	0.942
5个 $\bar{B}$ 均为0.6	1.059	1.276	0.840	0.872

由以上横向和纵向的比较, 认为 $\bar{B}$ 值的大小关系重大, 而该值的确定却正是薄弱环节, 以下对参数 $\bar{B}$ 进行进一步的探讨。

一般说来, 土坝竣工时的安全系数较低, 因为坝体中的孔隙压力还未消散, 此时, 坝内任何一点的孔压 $u = u_0 + \Delta u$ , 其中, 初始孔隙水压力 $u_0$ 由湿土的压实引起, 孔压增量 $\Delta u$ 由填土重引起, 引入孔隙压力系数的概念, 则

$$u = u_0 + B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$

假设土坝中填土系在无侧向应变下受荷, 则

$$\Delta\sigma_3 = k_0\Delta\sigma_1$$

式中,  $k_0$ 为静止土压力系数,  $\Delta\sigma_1$ 和 $\Delta\sigma_3$ 为竖向和水平向应力增量, 则

$$\begin{aligned} u &= u_0 + B[k_0\Delta\sigma_1 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_1 k_0)] \\ &= u_0 + B(k_0 + A - Ak_0)\Delta\sigma_1 = u_0 + \bar{B}\Delta\sigma_1 \end{aligned}$$

则

$$\bar{B} = \Delta u / \Delta\sigma_1$$

$\bar{B}$  的物理意义为当大小主应力分别增加  $\Delta\sigma_1$  和  $k_0\Delta\sigma_1$  时, 不排水土中孔压的增长值  $\Delta u$  与竖向应力的增长值  $\Delta\sigma_1$  之比, 即图 5 中的曲线坡度, 可以看出,  $\bar{B}$  不是常数, 但为简化将其视为常数 [4]。一般由三轴不排水剪求土的  $\bar{B}$ , 如果没有三轴试验的资料, 也可以根据压缩曲线, 通过半经验公式求  $\bar{B}$  [1]。对于饱和度高的填土, 用半经验法求出的  $\bar{B}$  偏低, 宜由三轴试验测定, 对于饱和度较低的填土, 可简单地用半经验法估算。

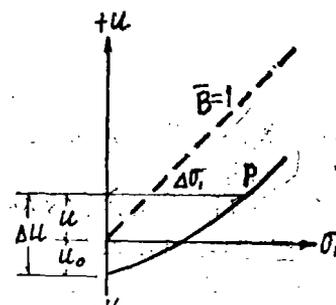


图 5 压实粘土中的孔隙水压力

$\bar{B}$  越大, 意味着在相同的应力条件下, 孔压的增量越大, 当然, 对于土坡的稳定越不利。  $\bar{B}$  的数值与哪些因素有关呢? 让我们对  $\bar{B}$  的表达式分解如下:

$$\begin{aligned} \bar{B} &= B(k_0 + A - Ak_0) \\ &= B[k_0 + A(1 - k_0)] \\ &= B[k_0(1 - A) + A] \end{aligned}$$

可见,  $\bar{B}$  随着  $B$ 、 $k_0$  与  $A$  的增大而增大。

饱和土的孔隙压力系数  $B$  接近于 1, 随着饱和度  $S_r$  的降低,  $B$  亦降低, 因此, 土的饱和度愈大,  $B$  愈大,  $\bar{B}$  亦愈大。

Brooker 和 Ireland (1965) 在详尽的实验研究基础上, 提出正常固结粘土的  $k_0$  的近似表达式为 [3]:

$$k_0 = 0.95 - \sin \phi'$$

对于砂, 则

$$k_0 = 1 - \sin \phi'$$

也就是说, 有效内摩擦角  $\phi'$  愈小,  $k_0$  愈大,  $\bar{B}$  亦愈大。

影响土的  $A$  值的因素较多, 一般说来,  $A$  取决于土的情况和所受的应力, 而且, 破坏与未破坏土的  $A$  值相差很大, Lambe 和 Whitman (1969) 对此有深入的研究 [3], 他们给出了孔隙压力系数  $A$  的典型值, 疏松的细砂和敏感的粘土的  $A$  值很大, 不宜作为筑坝材料。

综上所述, 理想的筑坝材料应该是饱和度低的, 内摩擦角大的超固结土。

本例的计算结果说明  $\bar{B}$  对土坡稳定影响很大, 以上分析又表明在确定  $\bar{B}$  的过程中存在着许多不确定因素, 有理论的也有实验的, 尤其是对现场的应力情况缺乏了解, 因此, 最好的办法是现场埋设观测仪器, 根据实测的孔隙水压力分析土坡稳定。

## 六、结论与建议

1. 斜坡稳定分析中, 采用简化 Bishop 法进行常规分析, 待大致确定危险滑动面后再用精确法验算及考虑非圆弧滑动面的情况, 这样的步骤及方法是有效可行的。

2. 采用 Janbu 法分析斜坡, 假设的推力线位置对安全系数的影响很小, 建议取  $h_c/h = 1/3$  和  $1/2$  时的安全系数的平均值作为该斜坡的安全系数, 一般情况下不必进行推力线位置假设的合理性检验。

3. 地震荷载对斜坡稳定影响很大, 在可能出现地震的地区应该考虑动荷载。

4. 土的孔隙压力系数  $\bar{B}$  对斜坡稳定影响很大,  $\bar{B}$  取值应慎重, 最好根据现场实测资料计算。

## 参 考 文 献

- (1) 华东水利学院土力学教研室主编, 土工原理与计算(上册), 水利出版社, (1980), 257, 278.
- (2) 黄文熙, 水工建设中的结构力学与岩土力学问题, 水利电力出版社, (1984), 227—235.
- (3) Chowdhury, R.N., *Slope Analysis*, Elsevier Scientific Publishing Company, (1978), 283—284, 214, 221.
- (4) Wu, T.H. 著, 冯国栋等译, 土力学, 成都科技大学, (1982), 256.

## Three Methods of Slope Stability Analysis

Tu Fan

## Abstract

A comparison is made in this paper on the theory and calculation of three methods commonly used in slope stability analysis, namely, Swedish circle method, simplified Bishop's method and Janbu method. Besides, the influences of thrust-line assumption in Janbu method, earthquake loading, and pore water pressure parameter  $\bar{B}$ , on the safety factor of slope are studied.

**Key words** slope, stability analysis, line of thrust, pore water pressure parameter, seismic factor, limiting equilibrium