

# 在辐射和对流条件下肋片传热研究

李亮斌 杨翔翔

(化工与生化工程系)

## 摘 要

本文研究了在辐射和对流条件下梯形肋片的传热,应用四阶龙格-库塔法和牛顿-拉伐森迭代法进行数值求解,得出肋片沿肋高方向的温度分布;进一步分析了导热系数、辐射率、肋根温度、肋高和肋间距等参数对肋片传热的影响,比较了考虑辐射矩形肋、三角形肋和不考虑辐射的梯形肋的传热情况,结果对工程设计具有重要意义。

**关键词** 梯形肋片, 辐射换热, 数值解

## 一、引 言

延伸表面作为强化传热的一种手段很早就受到广泛的重视。人们可看到大部分换热器都装有肋片以增大换热面积,提高换热量。传热有对流、导热和辐射三种基本形式。在温度不高时,辐射换热量相对较小常被忽略。在温度较高时,再不考虑辐射换热的影响,就会引起不可估量的误差。文[1]指出“在空气中进行自然对流冷却时,即使在常温下,辐射换热量已与对流换热量属于同一数量级”的这一结论,说明了在进行肋片传热计算时考虑辐射的必要性。基于此,本文研究了在辐射和对流条件下肋片的传热情况。肋片的型线很多,我们选取一种加工制造比较方便并在工程应用比较广泛的梯形直肋为例进行分析,然后把它同三角形肋片以及矩形肋片进行相互比较。所得结果对工程设计具有实用价值。

## 二、数学模型的建立

为便于分析,特作如下假定:(1)稳定的一维传热;(2)周围介质温度恒定;(3)肋片是漫灰体;导热系数、辐射率不随温度变化;(4)肋片温度只随肋高变化,肋片端部按绝热壁条件处理;(5)沿肋高方向的对流换热系数为常数。

梯形肋片的几何尺寸如图(1)所示。由于各个肋片都具有相同的温度分布,因此只取其中

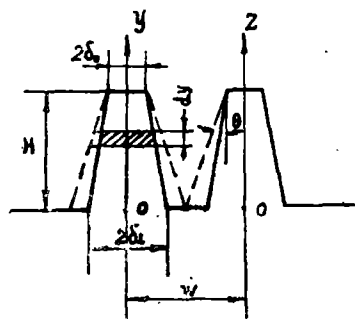


图 1 梯型肋片的几何尺寸

本文1989年1月16日收到。

一对肋片加以研究. 为了简化计算, 忽略肋根的辐射传热量, 而实际计算的模型按图 1 中的虚线部分进行. 根据能量平衡方程可得问题的数校描述<sup>[2]</sup>

$$\frac{d}{dy} [\delta(y) \frac{dt}{dy}] = \frac{1}{k \cos \theta} [h(t - t_f) + q_r(y)], \quad (1)$$

由灰体辐射机理有

$$q_r(y) = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} [\sigma T^4(y) - B(y)], \quad (2)$$

$$B(y) = \varepsilon \sigma T^4(y) + (1 - \varepsilon) \left[ \int_0^H B(y) dF_{dAy - dAy'} + \sigma T_f^4 dF_{dAy - A_0} \right], \quad (3)$$

边界条件是

$$y = 0, \quad t = t_w; \quad y = H, \quad dt/dy = 0.$$

式中  $\delta = \delta(y)$  为肋片型线, 对于梯形直肋有

$$\delta(y) = \delta_0 - y \tan \theta.$$

上述方程中有关角系数的计算, 在文[3—5]基础上经过适当推导后可得式(4)、(5)

$$dF_{dAy - dAy'} = \frac{yz(1 - \cos^2 2\theta) dz}{2(y^2 + z^2 - 2yz \cos 2\theta)^{3/2}}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} dF_{dAy - A_0} &= \frac{1}{2} + [(\omega - 2\sigma_0) - (\frac{H}{\cos \theta} - \frac{y}{\cos \theta})] / \{ 2[(\frac{H-y}{\cos \theta})^2 \\ &\quad + (\omega - 2\delta_0)^2 - 2(\frac{H-y}{\cos \theta})(\omega - 2\delta_0) \cos \theta]^{1/2} \} \\ &= P. \end{aligned} \quad (5)$$

因此

$$\begin{aligned} \int_0^H B(y) dF_{dAy - dAy'} &= \int_0^H B(y) \frac{yz(1 - \cos^2 2\theta) dz}{2(y^2 + z^2 - 2yz \cos 2\theta)^{3/2}} \\ &= \frac{1}{2} B(y) y \sin^2 2\theta \int_0^H \frac{z}{(y^2 + z^2 - 2yz \cos 2\theta)^{3/2}} dz \\ &= \frac{1}{2} y B(y) C \sin^2 2\theta G(y), \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} G(y) &= \frac{1}{SQR(H^2 - 2Hy \cos 2\theta + y^2)} \left( \frac{\cos^2 2\theta (H - y \cos^2 2\theta)}{y \sin^2 2\theta} - 1 \right) \\ &\quad + \frac{1}{y} + \frac{\cos^2 2\theta}{y \sin^2 2\theta}. \end{aligned}$$

将式(6)代入式(3)得

$$B(y) = \frac{\varepsilon \sigma T^4(y) + (1 - \varepsilon) \sigma T_f^4 P}{1 + \frac{1}{2}(\varepsilon - 1) \sin^2 2\theta y G(y)}, \quad (7)$$

令  $x = y/H$ ,  $Y = t(y)/t_w = \beta$ ,  $Z = dY/dX$ , 并对控制微分方程式(1)进行无量纲化, 则有

$$\frac{dz}{dX} = \frac{N3Z + u}{N6 - N3X} \quad (8)$$

式中  $u = N14[N7(Y-8) + N13(N10Y^4 - u1)]$ ,  $u1 = [N9N10Y^4 + (1-N9)N11 \cdot P]/[1 - 0.5(1-N9)(1-N4)A]$ .  $A$  是式(7)中的  $y \cdot G(y)$  的无量纲化形式.

这样, 方程式(8)就是赖以进行数值计算的主控方程式, 此时无量纲化形式的边界条件为

$$X=0, Y=, \quad X=1, Z_1=0.$$

这一方程属于两点边值问题, 可以采用四阶龙格-库塔法和牛顿-拉伐森迭代法求解<sup>[6]</sup>. 其基本思想: 先假设  $X=0$  处  $Z_1$  的初值, 按龙格-库塔法求出  $X=1$  处的  $Z_1$  值, 通常第一次假设的初值不能满足  $X=1$  处  $Z_1=0$  的条件. 因形, 适当修正后再假设第二个初值, 再通这龙格-库塔法求出第二个  $X=1$  处的  $Z_1$ ,  $Z$  (通常不为零). 此后, 用牛顿-拉伐森法求初始值, 重复以上作法, 直到  $X=1$  处的  $Z_1$  值与零之差小于某一个精度为止.

当沿肋片高度方向的温度分布为已知, 则可求出  $d\beta/dX|_{x=0}$  的值, 这样, 肋片的传热量  $Q$  也就可以求出. 由于篇幅有限, 本文编制的计算机程序和作图程序删略.

在进行计算机运算时, 根据实际应用中肋片的几何尺寸及其工作条件, 并参考文[1]后选取如下参数:

$$\begin{aligned} \delta_f &= 0.003\text{m}, \quad \delta_0 = 0.001\text{m}, \quad H = 0.05\text{m}, \\ L &= 0.1\text{m}, \quad w = 0.02\text{m}, \quad T_w = 373\text{K}, \\ T_f &= 293\text{K}, \quad \varepsilon = 0.5, \quad h = 5.0\text{W/m}^2\text{K}, \end{aligned}$$

### 三、计算结果及分析

#### 1. 沿肋片高度方向的温度分布

肋片传热研究的首要任务是确定沿肋片高度方向的温度分布, 因为知道了温度分布后就可以确定肋片的换热量.

图2给出不同导热系数的肋片沿肋片高度方向的温度分布. 从图可知, 当导热系数较小时, 沿肋高的温度变化幅度较大. 但是, 随着导热系数的增大, 沿肋高的温度变化渐趋平缓, 当导热系数很大时, 沿肋高的温差几乎为零.

#### 2. 肋片换热量 $Q$ 随肋高 $H$ 的变化

设计肋片时, 通常要知道肋片的换热量. 图3给出肋片换热  $Q$  随肋片高度  $H$  的变化

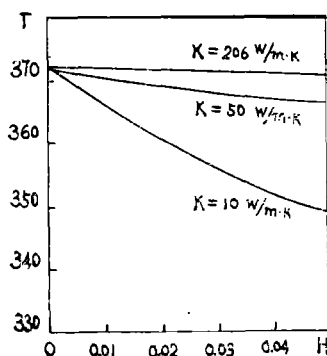


图2 肋片中的温度分布

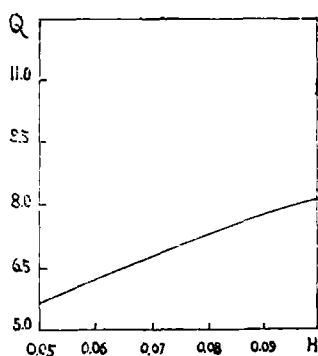


图3  $Q$ 随肋高的变化

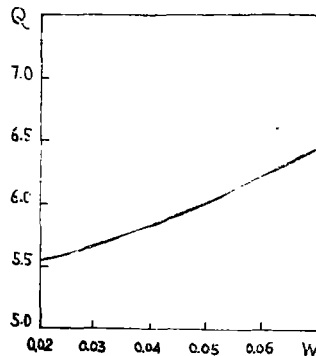


图4  $Q$ 随 $W$ 的变化

曲线。由图可见,随着肋高的增大,肋片的换热量 $Q$ 明显增大,这是由于肋高增大而增加了对流换热面积之故。

### 3. 肋间距对换热量的影响

由图4可见, $W$ 增加时,肋间壁面和肋片对外界环境的角系数都会增大,导致辐射换热增加, $Q$ 相应增大。因此,适当增大 $W$ 有利于辐射换热,但 $W$ 的增大使一定宽度上可安装的肋片数减少,因而肋间距 $W$ 应全面分析,确定它的最佳的肋片间距。

### 4. 肋根厚度 $\delta_i$ 对换热量 $Q$ 的影响

图5给出当肋片体质保持不变时,肋根厚度 $\delta_i$ 对肋片换热量 $Q$ 的影响。随着 $\delta_i$ 的增大,肋高明显减少,因此对流换热面积减少最后导致肋片换热量 $Q$ 也随之相应地减少。

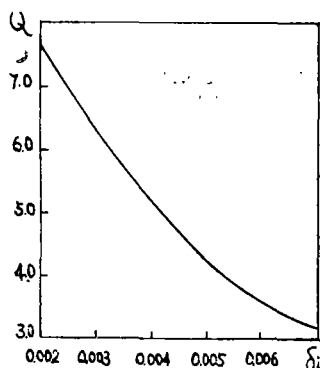


图5 肋片体积不变时 $Q$ 随 $\delta_i$ 的变化

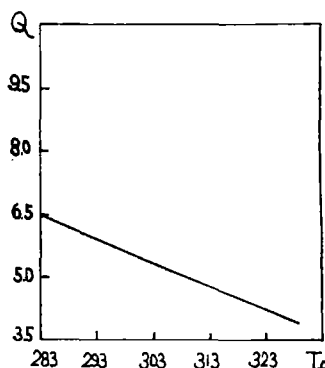


图6  $Q$ 随 $T_w$ 的变化

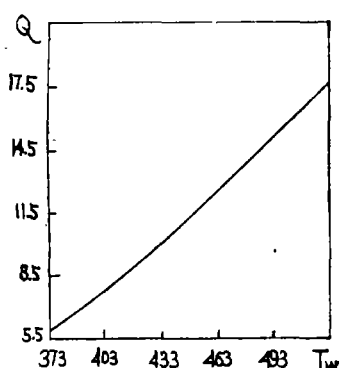


图7  $Q$ 随 $T_w$ 的影响

### 5. 环境温度 $T_f$ 对换热量 $Q$ 的影响

由图6可见,随着环境温度 $t_f$ 的增大,肋片的换热量 $Q$ 大幅度减少。这是由于 $t_f$ 增大,温差减少,因而对流换热量和辐射换热都相应地减少了。

### 6. 肋根温度 $T_w$ 对换热量 $Q$ 的影响

图7中当肋片根部温度 $t_w$ 增大,肋片换热量 $Q$ 迅速增大。这是由于 $t_w$ 增大时,温差增加,从而导致对流换热量和辐射换热都增加。

### 7. 辐射率 $\varepsilon$ 对换热量 $Q$ 的影响

图8以两种不同的肋根温度 $T_w$ 及三种不同的肋片导热系数 $K$ 为参量,给出了肋片换热量 $Q$ 随辐射率 $\varepsilon$ 的变化关系。图中当肋根温度 $T_w$ 越高时,肋片换热量 $Q$ 随辐射率 $\varepsilon$ 的增加越显著。而在肋根温度不太高时,肋片换热量 $Q$ 随辐射率 $\varepsilon$ 的变化不大,而且不同材料之间的差别也不太明显。

### 8. 导热系数 $K$ 对换热量 $Q$ 的影响

图9当导热系数 $K$ 从50增加到210时肋片换热量 $Q$ 的变化很小。因此,企图通过选用价格昂贵的高导热系数的材料来制造肋片以期提高换热量 $Q$ 的做法是不可取的。

### 9. 几种不同横截面形状肋片传热的比较

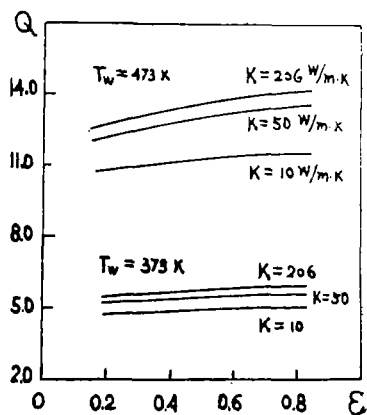


图8  $Q$ 随 $\varepsilon$ 的变化

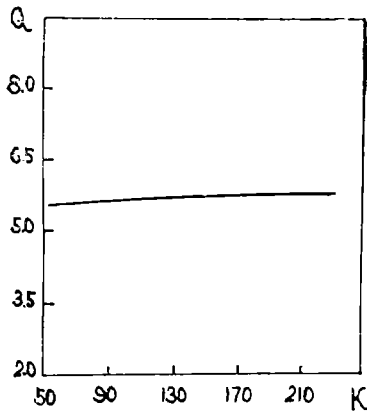


图 9  $Q$  随  $K$  的变化

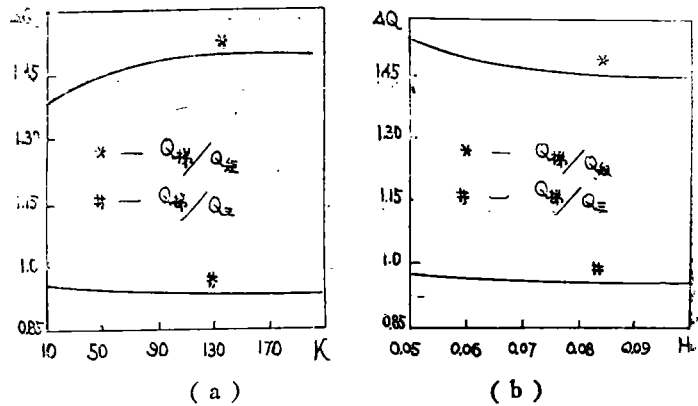


图 10 不同形状肋片传热的比较

为了比较不同横截面形状肋片传热的效果,可选取矩形肋片、三角形肋片和梯形肋片,进行辐射和对流条件下的传热比较,前提条件是上述这三种肋片都是有相同的材料消耗量(同体积)。

图10示出了梯形肋片换热量/矩形肋片换热量、梯形肋片换热量/三角形肋片换热量,其比值随导热系数  $k$  和肋片高度  $H$  的变化关系。由图中各条曲线分析可知;(1)梯形肋片比矩形肋片的换热量大得多,(2)梯形肋片比三角形肋片的换热量小,且这种差别受  $K$  的影响不明显(图10a 下曲线);(3)随着肋片高度  $H$  的增大,梯形肋片和矩形肋片的传热量差别相应减少(图10b 上曲线);(4)三角形肋片的换热量仍然比其它截面形状的肋片的换热量来得大(图10b 下曲线);(5)在肋片体积保持相同的条件下,三角肋片的换热量为最大,因此在满足生产工艺和使用强度的情况下,减小梯形肋片的肋尖厚度有助于传热的强化(图10)。

#### 10. 辐射和对流条件下的梯形肋片与只考虑对流条件的梯形肋片的传热比较

图11给出在不同导热系数下辐射换热量  $Q_R$  占对流换热量  $Q_c$  的百分比随肋根温度  $T_w$  的变化关系。随着  $T_w$  的增大,辐射换热增强,因而百分比数增大。即使在  $T_w = 373K$  时,辐射换热量占对流换热量的百分比高达80.6%,这就定量地说明了在进行肋片的传热计算时考虑辐射换热的必要性。

#### 四、结 论

在研究对流和辐射条件下梯形肋片的传热时,由于工程实用常见的肋片间距较小,为简化计算而忽略肋根的辐射换热。本文计算所得结果与文献〔1〕提供的结果能较好地相互吻合

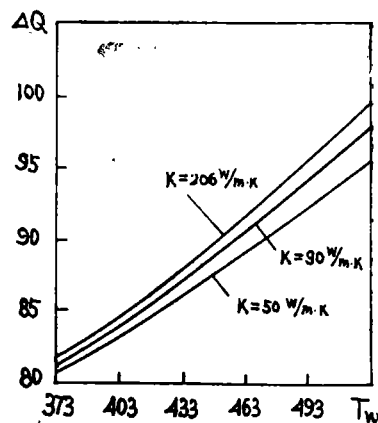


图 11  $Q_R/Q_c$  随  $T_w$  的变化

综合上述计算结果及其分析,可以得出如下几点结论。

(1) 肋片在空气中自然对流冷却时,必须考虑辐射换热的影响。

(2) 三角形肋片的传热情况比矩形肋片和梯形肋片的传热情况都好。因而在肋片加工工艺条件许可下,用肋尖厚度较小的梯形肋有助于传热的强化。

(3) 在温度不太高的情况下,采用导热系数很大的材料是不可取的。

(4) 合理选用肋片的几何尺寸,有利于强化传热。

必须指出,变热参数及肋片传热的优化等问题,未在这里涉及,是一个值得今后进一步探讨的重要问题。

### 符 号 说 明

$K$ —肋片材料的导热系数 ( $\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$ );  $T_w$ —肋片根部温度( $\text{K}$ );  $T_f$ —环境介质温度( $\text{K}$ );  $h$ —自然对流换热系数 ( $\text{W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$ );  $H$ —肋片高度( $\text{m}$ );  $\delta_i, \delta_0$ —肋片根部及端部的半厚度;  $W$ —肋片中心线间的距离 ( $\text{m}$ );  $L$ —肋片长度( $\text{m}$ );  $q_r(y)$ —肋片辐射换热量 ( $\text{W}/\text{m}^2$ );  $B$ —肋片有效辐射 ( $\text{W}/\text{m}^2$ );  $\varepsilon$ —肋片的辐射率;  $\theta$ —肋片倾角;  $(dF_{dAy-dAy'})$ —两相邻肋片微元面  $dAy$  对  $dAy'$  的角系数;  $(dF_{dAy-A_0})$ —肋片上微元面对环境的角系数。

无量纲参数:

$N1 = \sin \theta$ ,  $N2 = \cos \theta$ ,  $N3 = \tan \theta$ ,  $N4 = \cos^2 \theta$ ,  $N5 = (w - 2\delta_0)/H$ ,  $N6 = \delta_i/H$ ,  $N7 = H \cdot h/K$ ,  $N8 = T_f/T_w$ ,  $N9 = \varepsilon$ ,  $N10 = H\sigma T_w^3/K$ ,  $N11 = N\sigma T_f^4/KT_w$ ,  $N12 = \cos 2\theta$ ,  $N13 = \varepsilon/(1 - \varepsilon)$ ,  $N14 = 1/\cos \theta$ ,

### 参 考 文 献

- [1] 张玉文、陈钟颐, 辐射对流条件下肋片散热的数值计算及其近似处理方法, 中国工程热物理学会论文集, (1988).
- [2] 杨翔翔, 热特性参数可变时变截面环肋的传热研究, 华侨大学学报(自然科学版)7, 3(1986).
- [3] 杨贤荣等, 辐射换热角系数手册, 国防工业出版社, (1982).
- [4] Sparrow, E. M. Eckert, E. R. G. and Irvine, T. F. The Effectiveness of Radiating Fins with Mutual Irradiation, *Journal of the Aerospace Sciences*, 10(1961), 763—772.
- [5] E. M. 斯帕罗、R. D. 塞斯, 辐射传热, 高等教育出版社, (1982).
- [6] J. A. 亚当斯、D. F. 罗杰斯, 传热学计算机分析, 科学出版社, (1980).

## Study of Fins' Heat Transfer under the Condition of Radiation and Convection

Li Liangbin Yang Xiangxiang

### Abstract

This paper deals with the heat transfer of trapezoidal fin under the condit-

ion of radiation and convection. By applying 4th order Runge-Kutta integration scheme and Newton-Raphson iteration technique in numerical solution, the lengthwise temperature distribution of the fin is obtained, the influences of various parameters, including thermal conductivity, emissivity, temperature at the base of the fin, length of the fin, and distance between neighbouring fins, on the fins' heat transfer are analyzed. Furthermore, a comparison is made between the effects of heat transfer of different kinds of fins, the rectangular and triangular fins which taking radiation into account; the trapezoidal fin which neglecting radiation. These results are of important significance for engineering design.

**Key words** trapezoidal fin, radiation heat transfer, numerical solution