第10卷 第4期 华侨大学学报自然科学版 Vol.10 No.4
JOURNAL OF HUAQIAO UNIVERSITY
1989年10月 (NATURAL SCIENCE) Oct. 1989

关于积分形式的电容特性公式及其应用

陈燊年 何煜光

（华侨大学） （气象科学研究院）

摘 要

本文通过三种简单方法推导出一个积分形式的电容特性公式，并着重介绍它在求电容方面的应用，从而表明该公式对求一般电容器的电容要比传统方法简便得多。

关键词 电容器，线性电容器，特性公式

一、引 言

1746年发现莱顿瓶后，人们就开始了对电容现象的认识，但对电容的理论认识只停留在一个定义式$C=q/(V_1-V_2)$上，并通过该式计算各种实际应用中的电容器的电容。尽管所有的计算都已表明、任一电容器的电容都是取决于该电容器的几何形状、大小以及介质的分布，但并没有引起人们注意的是：应当存在一个普遍的电容特性公式来反映所有电容器这一共同的客观属性。作者是在完成文〔1〕的工作过程中首次偶然发现了这个普遍的电容特性公式，由此把它推广到介质为线性各向异性和介质为非线性的普遍情形中[2-4]以及介质为非线性的电阻元件上[5]。但所有这些推广中的推导方法都不易在一般场合下介绍，又鉴于这个普遍的电容特性公式不仅对电容基本公式是一个重要的遗补，而且对计算常用电容器的电容又显得特别简便，提供了一种不同于传统计算电容的新方法。因此，本文介绍这个公式的三种简单的推导方法并用较多篇幅收集了它在三方面的应用，以期在不久的将来，在电磁场、电磁学、电工和电路等教材中会遗补上这个基本的电容公式。

二、推导方法

1．第一种推导方法

当电容器为常见的对称形状时，利用静电的高斯定理就可以很显见地导出一个积分形式的电容特性公式。

本文1988年8月28日收到。

设有一同心球形电容器，它的内部空间充满某种线性的各向同性介质，其介质常数 ε 可以是球形电容器半径 r 的函数，如表为 $\varepsilon(r)$，则电位移强度 $\vec{D}$ 与电场强度 $\vec{E}$ 间有如下关系

$$\vec{D}(r)=\varepsilon(r)\vec{E}(r).$$

显然，对此电容器分布在两极板间的各个等位面都是不同半径的球面，通过其中一个等位面为 $S(r)$ 的 $\vec{D}$ 通量为

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{S}=\oiint \varepsilon\vec{E}\cdot d\vec{S}=\varepsilon(r)E(r)S(r),$$

取 $S(r)$ 为高斯面，则由高斯定理 $\oiint \vec{D}\cdot d\vec{S}=q$ 和上式得

$$E(r)=q/[\varepsilon(r)S(r)], \tag{1}$$

式中 q 是正极板上的电荷。把上式代入电容 C 的定义式 $C=q/[\int \vec{E}\cdot d\vec{l}]$ 中，并取积分线元 $d\vec{l}$ 的方向平行于该点 $\vec{E}$ 的方向，就得一个具有积分形式的电容公式如下

$$C=\frac{1}{\int_0^l dl/[\varepsilon(l)S(l)]}, \tag{2}$$

式（2）以积分形式表示了任意电容器的电容都取决于它的几何形状、尺寸以及充于其内的介质性质及其分布等特性。这一公式是电容定义式之外又一个表达电容特性的基本公式，简称为电容特性公式。

若同心球形电容器内介质作规则 n 层分布，且每层的分界面都是等位面，则由式（2）对每层的厚度相继积分，便得介质作规则多层分布的电容特性公式为

$$C=\left[\sum_{i=1}^{n}\int_{l_{i-1}}^{l_i}\frac{dl_i}{\varepsilon_i(l)S_i(l)}\right]^{-1}. \tag{3}$$

若把式（3）移项变形，又得电容的串联公式

$$\frac{1}{C}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}, \tag{4}$$

式中第 i 层的电容 C_i 为

$$C_i=\left[\int_{l_{i-1}}^{l_i}\frac{dl_i}{\varepsilon_i(r)S_i(r)}\right]^{-1}. \tag{5}$$

可见，介质作规则 n 层分布的电容器相当于由 n 个单层电容器的串联。

若电容器内介质作规则 n 区分布，且每区分界面都是电位移面。在此情况下，对半径为 l 的球面。式（2）积分号内的 $\varepsilon(l)S(l)$ 与面积分 $\iint\varepsilon(l)dS$ 相等效，故式（2）可推广为

$$C=\left[\int\frac{dl}{\iint\varepsilon(l)dS}\right]^{-1},$$

由于介质常数 $\varepsilon(l)$ 是按不同区域分布，故面积分 $\iint\varepsilon(l)dS$ 被分为 n 个区域的面积分之和，亦即

$$C=\left[\int\frac{dl}{\iint\varepsilon_1(l)dS_1+\iint\varepsilon_2(l)dS_2+\cdots}\right]^{-1}.$$

对于每个区域的球面上，介电常数都是常数，故得介质作规则多区分布的电容特性公式为

$$C=\left[\int\frac{dl}{\sum\limits_{i=1}^{n}\varepsilon_i(l)S_i(l)}\right]^{-1}, \tag{6}$$

式中 $S_i(l)=m_iS(l)$，且有 $0<m_i<1$ 和 $\sum\limits_{i=1}^{n}m_i=1$. 如设每区介质都是均匀的，即 ε_i 与 l 无关则上式可经如下变形后，也得电容的并联公式

$$C=\left[\left(\frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n}\varepsilon_im_i}\right)\int\frac{dl}{S(l)}\right]^{-1}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\varepsilon_im_i}{\int\frac{dl}{S(l)}}=\sum_{i=1}^{n}C_i, \tag{7}$$

式中第 i 区的电容 C_i 为

$$C_i=\left[\int\frac{dl}{\varepsilon_iS_i(l)}\right]^{-1} \tag{8}$$

可见，介质作规则 n 区分布的电容器相当于由 n 个单区电容器的并联.

2. 另两种推导方法

现研究一个电容器接在角频率为 ω 的正弦稳态电路上，设电容器内的电介质没有松弛极化且是线性各向同性材料，则介质中 $\vec{E}$ 与 $\vec{D}$ 同相，它们间的关系的复数形式是

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E},$$

式中 $\vec{E}=\vec{E}_0e^{i(\omega t+\theta)}$，我们用同一符号 $\vec{E}$ 表示复数的电场强度并不产生混淆.

当电场谐变时，位移电流密度 $\vec{J}_D$ 为

$$\vec{J}=d\vec{D}/dt=i\omega\varepsilon\vec{E}, \tag{9}$$

设 $S(l)$ 为距正极板为 l 处的一个等位面，则通过该面的位移电流强度 I_D 为

$$I_D=\iint\vec{J}_D\cdot d\vec{S},$$

当电容器形状为任意时，$\vec{J}_D$ 在 $S(l)$ 上各点不是常数。如 J_{Da} 表示平均密度，则上式写成

$$I_D=J_{Da}S(l),$$

于是，上式代入式（9），$\vec{E}$ 被表成

$$\vec{E}=\frac{I_D}{i\omega\varepsilon(l)S(l)}\vec{e},$$

$\vec{e}$ 为沿 $\vec{J}_{Da}$ 方向的单位矢量. 现把上式沿一条 $\vec{J}_{Da}$ 的电流线 l 从正极板到负极板积分得

$$\int\vec{E}\cdot d\vec{l}=\frac{1}{i\omega}\int\frac{I_D}{\varepsilon(l)S(l)}dl.$$

若电容器的介质内没有自由电荷分布，则按高斯定理通过 $\vec{D}$ 通量 I 管的任一横截面的 $\vec{D}$ 通量都相等，即 $\Phi_D(l_1t)=\Phi_D(l_2t)$。因而，按位移电流强度的定义 $I_D=d\Phi_D(lt)/dt$ 可知，I_D 在两极板的区域内为一常数。又按全电流连续性，可作变换 $I_D=I$，I 为电容器极板上的传导电流。于是，上式可写成

$$\int\vec{E}\cdot d\vec{l}=I\left[\frac{1}{i\omega}\int\frac{dl}{\varepsilon(l)S(l)}\right]$$

或

$$V=IZ,$$

V 和 Z 分别是电容器的复电压和复阻抗。按定义 $Z=1/(i\omega c)$，从而也得

$$C=\left[\int\frac{dl}{\varepsilon(l)S(l)}\right]^{-1} \tag{10}$$

上式与式（2）所不同的是，当电容器形状为任意时，积分路径必须选取平均密度 $\vec{J}_{Da}$ 的电流线上。显然，仅当电容器为同心球形、同轴柱形和平行板等对称形状时，式（10）中才可取在两电极间的任意一条电位降落为积分路径。

推导方法之三是根据功能原理。已知，贮存于整个电容器内的电能 W 为

$$W=\frac{1}{2}\iiint\varepsilon E^2dV.$$

为简单计算，设电容器也是同心球形电容器，以式（1）和 $dV=Sdl$ 代入上式得

$$W=q^2/2C,$$

式中 $C=\left[\int\frac{dl}{\varepsilon(l)S(l)}\right]^{-1}$，与公式（2）或（10）完全吻合。

三、应　　用

1. 求三种常见电容器的电容

众所周知，传统上求电容是先求电容器内的电场分布，再求电容器的电位差，最后代入电容的定义式中。而从式（10）出发求三种常见电容器的电容，将完全不同于传统的求法。首先根据电容器的几何形状写出式（10）中的等位面方程和确定相应的积分路径；再根据电容器内部介质分布的情况，确定式（10）中的介电常数是否常数还是服从某种函数关系以及是否需要多层积分或多区积分，最后把等位面方程和介电常数代入（10）中求积分。我们将在下面举例中体会到新方法要比传统方法简便得多。

1）计算三种常见电容器的电容：

平行板电容器；同心球形电容器和同轴柱形电容器，它们的等位面分别是平面、球面和柱面。如设 ε 为常数并取任一电位降落为积分路径，则它们的电容分别由式（10）求得为

（1）平行板电容器

$$C=\left[\frac{1}{\varepsilon S}\int_0^b dl\right]^{-1}=\frac{\varepsilon S}{a}; \tag{10}$$

（2）同心球形电容器

$$C=\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dl}{l^2}\right]^{-1}=\frac{4\pi\varepsilon R_1R_2}{R_2-R_1};$$

（3）同轴柱形电容器

$$C=\left[\frac{1}{2\pi\varepsilon l}\int\frac{dl}{l}\right]^{-1}=\frac{2\pi\varepsilon l}{\ln(R_2/R_1)}.$$

2）计算介质按一定规律变化的电容器的电容：

（1）平行板电容器：设 $\varepsilon(l)=\varepsilon_0(a+l)/a$

$$C=\left[\frac{1}{\varepsilon_0S}\int_o^a\frac{dl}{(a+l)/a}\right]^{-1}=\frac{\varepsilon_0S}{a\ln2};$$

（2）同心球形电容器：设 $\varepsilon(l)=\varepsilon_0R_1^2/l^3$

$$C=\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0R_1^2}\int_{R1}^{R2}ldl\right]^{-1}=\frac{8\pi\varepsilon_0R_1^2}{R_2^2-R_1^2};$$

（3）同轴柱形电容器：设 $\varepsilon(l)=R_1^2/l^2$

$$C=\left[\frac{1}{2\pi\varepsilon_0R_1^2L}\int_{R1}^{R2}ldl\right]^{-1}=\frac{4\pi\varepsilon_0LR_1^2}{R_2^2-R_1^2}.$$

3）计算介质作规则多层分布的电容器的电容：

例　设同心球形电容器、介质作两层分布且每层为均匀介质，则令式（3）中 $i=2$ 和 $S_i(l)=4\pi l^2$，得

$$C=\left[\int_{R1}^{R0}\frac{dl}{4\pi\varepsilon_1l^2}+\int_{R_0}^{R2}\frac{dl}{4\pi\varepsilon_2l^2}\right]^{-1}=4\pi\left[\frac{1}{\varepsilon_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_0}\right)+\frac{1}{\varepsilon_2}\left(\frac{1}{R_0}-\frac{1}{R_2}\right)\right]^{-1},$$

式中 R_0 为两层分界面的半径。

4）计算介质作规则多区分布的电容器的电容：

例　设同轴柱形电容器、介质作两区分布且每区为均匀介质、则令式（6）中 $i=2$ 和 $Si(l)=\pi lL$，得

$$C=\left[\int_{R_1}^{R_2}\frac{dl}{\pi\varepsilon_1Ll+\pi\varepsilon_2Ll}\right]^{-1}=(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\frac{\pi L}{\ln(R_2/R_1)}.$$

5）计算介质作规则多层分布和规则多区分布的电容器的电容：

例　求厚度为 $2a$ 的平行板电容器的电容。设有两种情况：（1）介质先作两半分区分布其中右半区介质又作等厚的两层分布；（2）介质先作等厚的两层分布，其中第二层介质又作两半分区分布。对于情形（1），先以 $S_i=S/2$ 和 $n=2$ 代入式（7）中，然后把所得的第二项再按式（3）分两层积分，得

$$C=\left[\int_0^{2a}\frac{dl}{\varepsilon_1S/2}\right]^{-1}+\left[\int_0^a\frac{dl}{\varepsilon_2S/2}+\int_a^{2a}\frac{dl}{\varepsilon_3S/2}\right]^{-1}$$

$$=\frac{\varepsilon_1S}{4a}+\frac{\varepsilon_2\varepsilon_3S}{2a(\varepsilon_3+\varepsilon_3)}.$$

对于情形（2），先以 $S_i=S$ 和 $n=2$ 代入式（3）中，然后把其中一个积分再按式（6）分两区积分，得

$$C=\left[\int_0^a\frac{dl}{\varepsilon_1 S}+\int_a^{2a}\frac{dl}{\varepsilon_2 S/2+\varepsilon_3 S/2}\right]^{-1}=\frac{\varepsilon_1(\varepsilon_2+\varepsilon_3)S}{(\varepsilon_2+\varepsilon_3)a+2\varepsilon_1 a}.$$

显然，当分层和分区的分界面消去时，即当 $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon$ 时，以上两式都化到平行板电容器的电容公式

$$C=\varepsilon S/2a。$$

6）计算偏离对称性的电容器的电容：

例　有一边长为 b 的二个正方形平板，不是严格平行而是有一小夹角，设两板间最短距离为 a，求电容。

等位面的表式为 $S=2b^2/(1+\cos\theta)$，因偏离对称，积分路径应选在平均电场的力线上，它显然是位于联接两板中心点的直线上，故由式（10）得

$$C=\left[\frac{1+\cos\theta}{2\varepsilon_0 b^2}\int_0^{a+(1/2)b\sin\theta}dl\right]^{-1}=2\varepsilon_0 b^2\left[(1+\cos\theta)(1+\frac{b}{2a}\sin\theta)a\right]^{-1}.$$

2．求几种新型电容器的电容

对于三种常见电容器之外的其它电容器，若形状具有一定的规则性且等位面为已知的某函数或可预先求出，则应用公式（10）求它们的电容仍然是可行和方便的。对此，我们计算下面几种新型电容器的电容。

1）同轴矩形筒和同轴方形筒的电容器：

设有一个同轴矩形筒电容器，它的轴长为 L，它的外矩形的长、短边各为 a_1 和 a_2，它的内矩形的长、短边各为 b_1 和 b_2，在两矩形筒之间的区域里充满介电常数为 ε 的均匀介质，求电容。

当 b_1 长度接近于 a_1 长度和 b_2 长度接近于 a_2 长度，以致在直角弯边处的边缘效应可忽略不计时，等位面仍可看成与各边平行的四个平面，其中一个距 b_1 边为 l 处的等位面的方程是

$$S(l)=L[b_1+2l(a_1-b_1)/(a_2-b_2)],$$

代入式（10）中、并取积分路径为联接两个长边中点的直线、得由两长边的平行板组成的电容为

$$C_1=\varepsilon L\left[\int_{b_2/2}^{a_2/2}\frac{dl}{b_1+2l(a_1-b_1)/(a_2-b_2)}\right]^{-1}=2\varepsilon L(a_1-b_1)\left[(a_2-b_2)\ln\frac{a_1a_2-b_1b_2}{a_1b_2+a_2b_1-2b_1b_2}\right]^{-1}.$$

同理，得出由两短边的平行板组成的电容为

$$C_2=2\varepsilon L(a_2-b_2)\left[(a_1-b_1)\ln\frac{a_1a_2-b_1b_2}{a_1b_2+a_2b_1-2b_1b_2}\right]^{-1}.$$

显然，所求的电容为四个电容的并联，即

$$C=2C_1+2C_2=\frac{(a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)^2}{(a_1-b_1)(a_2-b_2)}4\varepsilon L\ln\left[\frac{a_1a_2-b_1b_2}{a_1b_2-a_2b_1-2b_1b_2}\right]^{-1},$$

当 $a_1=a_2=a$ 和 $b_1=b_2=b$ 时，得同轴方形筒电容器的电容为

$$C=\frac{8\varepsilon L}{\ln[(a+b)/2b]}.$$

2）扇形圆柱电容器：

设有一个扇形圆柱电容器如图1所示，它的圆心角为θ_m，两极板分别是半径为R_1和R_2的内曲面和外曲面，其间充以均匀介质ε，厚度为d，求电容。

等位面方程是

$$S(l)=\theta_m l d,$$

代入式（10）中并沿半径积分得

$$C=\left[\frac{1}{\varepsilon\theta_m d}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dl}{l}\right]^{-1}=\frac{\varepsilon\theta_m d}{\ln(R_2/R_1)}$$

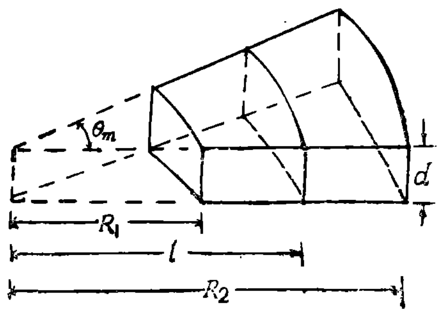

图 1　扇形圆柱电容器

3）截头正圆锥体电容器：

设有一个截头正圆锥体电容器，它的(1/2)剖面如图2所示，两极板分别是半径为R_1和R_2的圆面，高度为L，其间充以均匀介质ε，求电容

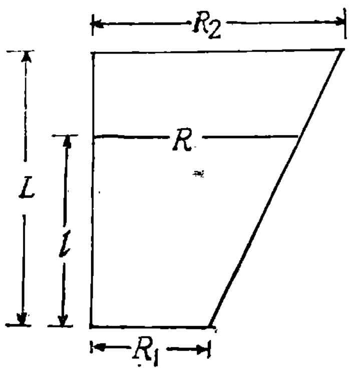

图 2　截头正圆锥体电容器的（1／2）剖截面

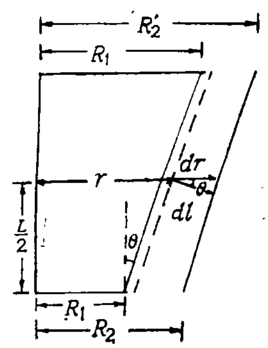

图 3　同轴圆锥台电容器的（1／2）截面

等位面方程是

$$S(l)=\pi R^2=\pi[R_1+l(R_2-R_1)/L]^2,$$

代入式（10）中并沿中心轴线积分得

$$C=\left[\int_0^L\frac{dl}{\varepsilon\pi[R_1+(R_2-R_1)l/L]^2}\right]^{-1}=\frac{\pi\varepsilon R_1R_2}{L},$$

当$R_1=R_2$时，上式化为两平行圆面电容器的电容

$$C=\varepsilon\pi R_1^2/L=\varepsilon S/L.$$

4）同轴锥台电容器：

设有一个同轴锥台电容器，它的(1/2)剖截面如图3所示．两极板分别是上下半径为R_1'和R_1的内圆锥台侧表面和上下半径为R_2'和R_2的外圆锥台侧表面，高度为L，其间充以均匀介质ε，求电容．

等位面是一族不同半径圆锥台的侧表面，在$(L/2)$处半径为r的等位面为

$$S=\int 2\pi r dh=2\pi r\frac{L}{\cos\theta},$$

又电力线是一族垂直于圆锥台表面的直线，在$L/2$处的电力线为l，它的长度元$dl=\cos\theta dr$。若边缘效应略而不计，从式(10)得

$$C=\left[\frac{\cos^2\theta}{2\pi\varepsilon L}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}\right]^{-1}=\frac{2\pi\varepsilon L}{\cos^2\theta\ln(r^2/r_1)},$$

式中，$r_1=(1/2)(R_1+R_1')$，$r_2=(1/2)(R_2+R_2')$，因而得所求电容为

$$C=2\pi\varepsilon L\left[\cos^2\theta\ln\frac{R_2+R_2'}{R_1+R_1'}\right]^{-1},$$

当$\theta=0$而有$R_1=R_1'$和$R_2=R_2'$时，上式化为同轴圆柱电容器的电容

$$C=\frac{2\pi\varepsilon L}{\ln(R_2/R_1)}.$$

5）　圆环电容器：

设有一个圆环电容器，它的两极板分别是面积为$\pi(R_2^2-R_1^2)$的上下圆环面，高度为L，其间充以均匀介质ε，求电容。

等位面方程是

$$S=\pi(R_2^2-R_1^2),$$

代入式（10）中并沿任一底面的垂线积分得

$$C=\left[\int_0^L\frac{dl}{\varepsilon\pi(R_2^2-R_1^2)}\right]^{-1}=\frac{\pi\varepsilon(R_2^2-R_1^2)}{L},$$

当$R_1=0$，上式化为两平行圆面电容器的电容

$$C=\frac{\varepsilon\pi R^2}{L}=\frac{\varepsilon S}{L}.$$

3．求二维导体系统中任意形状电容器的电容

对于形状无规则的电容器，因写不出等位面方程式，虽然已不能用上二节的方法求它们的电容，但若该电容器的横截面保持一定，可作为二维问题处理时，应用场的作图法和分层、分区电容特性公式仍可近似地求得它们的电容。

因为不论电容器形状如何，在两导体间的等位面总可以根据由一导体的形状逐渐地过渡到另一导体的形状中作出，然后再作出处处与等位面正交的线族就得电力线的分布图。当然在作电力线图形的过程中，应考虑到在导体弯曲处和拐角处因集中有较多的面电荷，所以在作出这两处的电力线的条数时就要相对密集些。用上述作图法得到等位面和电力线分布之后，就可以把充满电容器内部空间的介质按分层和分区分布计算它们的电容。

具体地讲、设有一个二维导体系统，内部空间充以均匀介质，按式(10)该系统的电容为

$$C=\left[\int\frac{dl}{\varepsilon S(l)}\right]^{-1},$$

若按等位面为边界面，把介质作n_p层分布且每层的电容都彼此相等，则按公式（3）上式写成

$$C=\left[n_p\int_{l_{i-1}}^{l_i}\frac{dl_i}{\varepsilon_i S_i(l)}\right]^{-1},$$

式中的积分是对第 i 层的。若把此层介质再想象地按通量管的管壁为边界面作 n_s 区分布且每区的电容都彼此相等，则按公式（6），上式又写成

$$C=\left[\frac{n_p}{n_s}\int_{l_{i=1}}^{l_{i-1}}\frac{dl_{ij}}{\varepsilon_{ij}S_{ij}(l)}\right]^{-1}$$

式中 ε_{ij} 属第 i 层中的第 j 区的介电常数，而 $S_{ij}(l)$ 是这个区的一个等位面。对于二维导体系统，设 L 是二维导体系统的轴长，$g_{ij}(l)$ 是在第 i 层中第 j 区内的一条等位线，则 $S_{ij}(l)$ 可表为

$$S_{ij}(l)=g_{ij}(l)L,$$

代入前一式中，并令 $\varepsilon_{ij}=\varepsilon$，得

$$C=\left[\frac{n_p}{\varepsilon Ln_s}\int_{l_{i=1}}^{l_i}\frac{dl_{ij}}{g_{ij}(l)}\right]^{-1}.$$

关于第 i 层中第 j 区为单元的图形如图4所示。其中两条毗邻的等位线 $g_{i-1}(l_{i-1})$ 和 $g_i(l_i)$ 组

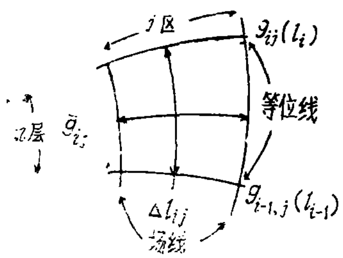

图 4　曲线的正方形

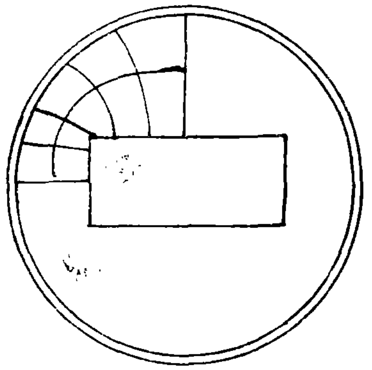
图 5　在一个管子里的矩形柱

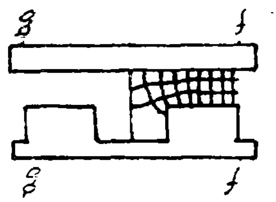

图 6　一个平面上的齿状结构

成第 i 层。它们又被两条毗邻的场线截取出长度为 $g_{i-1,j}(l_{i-1})$ 和 $g_{ij}(l_i)$。如令 $\bar{g}_{ij}$ 为 $g_{i-1\ j}$ 和 g_{ij} 的平均长度，则上式积分写成

$$C=\frac{1}{\dfrac{n_p}{\varepsilon Ln_s\bar{g}_{ij}}\displaystyle\int_{l_{i-1}}^{l_i}dl_{ij}},$$

若取图4中单元的中间长度 $\triangle l_{ij}$ 为积分路径，又得

$$C=\frac{1}{\dfrac{n_p}{\varepsilon Ln_s\bar{g}_{ij}}\triangle l_{ij}}.$$

再令作图满足

$$\bar{g}_{ij}=\triangle l_{ij}\qquad(i=1,2,\cdots,n_p;\ \ j=1,2,\cdots,n_s),\tag{11}$$

即把单元画成二个对边中点联线互为相等的曲边正方形或正方形，则由前一式得到二维导体系统每米长的电容公式为

$$\frac{C}{L}=\frac{n_s}{n_p}\varepsilon\mathrm{F/m}.\tag{12}$$

式（11）表明，当用作图法得到数目为 $n_s \times n_p$ 的单元时，务使所有这些单元面积的形状都是曲边正方形或都是正方形。从理论上说，只要作图能严格满足式（11）等条件，则式（12）就是每米电容的准确值。实际上，只能做到近似满足式（11），所以式（12）只是一个近似值。

例 1　二维导体为在一个管子里的矩形柱，介质为空气、求每米长电容。

由于对称性，只要研究一个象限的通量图就足够了。若把此区域试分为如图 5 那样的两个等位面的间隔和 5 个通量管，这时有 $n_p = 2$ 和 $n_s = 4 \times 5$，故由式（12）得

$$\frac{C}{L} \approx \frac{4 \times 5}{2} \times 8.84 \times 10^{-12} = 88.4\mathrm{pF/m}.$$

例 2　一个平面上的齿状结构如图 6 所示，两端终止于 ff 和 gg，导体深度是 10cm，介质是空气，求电容（不计边缘效应）。

把图 6 试分为 3 个等位面的间隔和约 18 个通量管，这时有 $n_p = 3$ 和 $n_s = 17.95$，$L = 0.1$，故由式（12）得

$$C \approx (17.95/3) \times 0.1 \times 8.84 \times 10^{-12} = 4.29\mathrm{pF}.$$

参　考　文　献

[1] 陈桑年，电网络基本方程的场论，电子学报，2（1987）.

[2] 陈桑年，电介质为各向异性的电容新公式，电子科学学刊，1（1987）.

[3] 陈桑年，非线性电容器的电容特性公式，电子学报，4（1987）.

[4] Chen Xinnian, A Set of New Formulae of Capacitance of a Capacitor with Nonlinear Anisotropic on Isotropic Dielectrics, Journal of Electronics (China), 5,1 (1988), 60—66.

[5] 陈桑年，吴建国，关于非线性电阻线路的研究，电子学报，1（1989）.

[6] Attwood, S. S., Electric and Magnetic, 3rd Ed, John Wiley and Sons, Inc. New Yozk, (1949).

[7] Whinnery, S. J. and Duzer, T. V., Fields and Waves in Communication Eletronics, John Wiley and Sons, Inc, New Yozk, (1965), 159.

A characteristic Formula in Integral Form for Capacitance and Its Application

Chen Xinnian　Ho yuguang

Abstract

This paper derives, by way of three simple methods, a capacitance characteristic formula in integral form with emphasis on its application. For ascertaining the ordinary capacitance, it is more convenient to start with this formula than by traditional means.

Key words　Capacitor, Linear Capacitor Charateristic Formula