

气液动连杆机构运动分析的复数法及CAD

陈元霖

(精密机械工程系)

摘 要

本文采用复数的指数形式表示机构的位置方程式,然后对时间求一、二次导数,求得变长度连杆的运动参数, $R_2, \dot{R}_2, \ddot{R}_2, O_2, \dot{O}_2, \ddot{O}_2$; 再根据两构件重合点相对运动原理,求得其上点 C_2 的运动参数 $\vec{V}_{C_2}, \vec{a}_{C_2}$. 给定步长 ΔO_1 在 IBM-PC 上求得一个运动循环的运动参数.

一、引 言

气液动连杆机构近20年在矿山、冶金、建筑、交通运输、轻工、国防等部门中,都有广泛应用. 这种机械的特点除制造容易、坚实耐用、便于维修等优点外,尤其重要的是它便于实现遥控^[2],但是,它含有直移副,活塞在缸内作伸缩运动,由于变长度连杆,所以运动分析较为特殊,连杆长度不断变化,用传统的方法十分烦琐,若采用本文提供的数学模型编写源程序进行电算十分简便.

二、气液动连杆机构运动分析模型的建立

气液动连杆机构位置图如图1所示:已知几何参数 $R_1 = l_{AB}$, $R_4 = l_{AC}$, 杆1的运动参数 $O_1, \dot{O}_1, \ddot{O}_1$; 求杆2的运动参数: $R_2, O_2, \dot{R}_2, \dot{O}_2, \ddot{R}_2, \ddot{O}_2$ 和点 C_2 的运动参数 \vec{V}_{C_2} 和 \vec{a}_{C_2} .

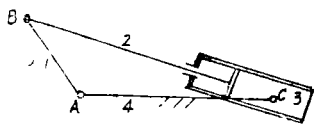


图 1

(图中 θ 为文中 O , r 为文中 R)

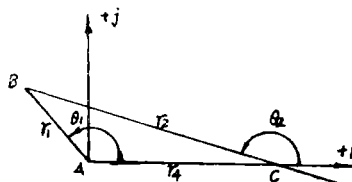


图 2

根据机构位置图绘制机构封闭矢量多边形 ABC , 如图2所示. 其矢量方程式为

本文1987年6月14日收到.

$$\vec{R}_1 - \vec{R}_2 - \vec{R}_4 = 0 \quad (1)$$

取点A作复数坐标原点, AC为实数轴正方向, 所以 \vec{R}_1 , \vec{R}_2 , \vec{R}_4 方向角沿实数轴正方向逆时针计量分别为 O_1 , O_2 , O_3 , 用复数的指数形式表示矢量方程式, 则式(1)变为

$$R_1 e^{jO_1} - R_2 e^{jO_2} - R_4 = 0, \quad O_4 = 0^\circ \quad (2)$$

式(2)的虚部是 $R_2 \sin O_2 = R_1 \sin O_1 = Y$, 实部是 $R_2 \cos O_2 = R_1 \cos O_1 + R_4 = X$. 所以,

$O_2 = \tan^{-1}(Y/X)$; $R_2 = \sqrt{X^2 + Y^2}$. 式(2)对时间求导, 得

$$j\dot{O}_1 e^{jO_1} - j\dot{O}_2 R_2 e^{jO_2} - \dot{R}_2 e^{jO_2} = 0 \quad (3)$$

式(3)除以 e^{jO_2} , 其商的虚部为 $\dot{O}_2 = R_1 \dot{O}_1 \cos(O_1 - O_2)/R_2$, 其商的实部为 $\dot{R}_2 = R_1 \dot{O}_1 \sin(O_1 - O_2)$. 式(2)对时间求二次导数, 得

$$-\dot{O}_1^2 R_1 e^{jO_1} + jR_1 \ddot{O}_1 e^{jO_1} - 2j\dot{R}_2 \dot{O}_2 e^{jO_2} + R_2 \dot{O}_2^2 e^{jO_2} - jR_2 \ddot{O}_2 e^{jO_2} - \ddot{R}_2 e^{jO_2} = 0 \quad (4)$$

式(4)除以 e^{jO_2} , 取其虚部得 $\ddot{O}_2 = [-R_1 \dot{O}_1 \sin(O_1 - O_2) + R_1 \ddot{O}_1 \cos(O_1 - O_2) - 2\dot{R}_2 \dot{O}_2]/R_2$, 取其实部 $\ddot{R}_2 = -R_1 \dot{O}_1^2 \cos(O_1 - O_2) - R_1 \ddot{O}_1 \sin(O_1 - O_2) + R_2 \dot{O}_2^2$.

根据两构件重合点相对运动原理建立点C₂的速度方程式是 $\vec{V}_{c2} = \vec{V}_{c3} + \vec{V}_{c2c3}$, ($\vec{V}_{c3} = 0$), 其复数的指数形式为

$$V_{c2} e^{jO_{vc2}} = \dot{R}_2 e^{jO_2} \quad (5)$$

式(5)的虚部为 $Y_{vc2} = V_{c2} \sin O_{vc2} = \dot{R}_2 \sin O_2$, 实部为 $X_{vc2} = V_{c2} \cos O_{vc2} = \dot{R}_2 \cos O_2$. 所以, 点C₂速度的方向角 $O_{vc2} = \tan^{-1}(Y/X)$; 其大小为 $V_{c2} = \sqrt{Y_{vc2}^2 + X_{vc2}^2}$.

同理, 根据两构件重合点相对运动原理建立点C₂加速度矢量方程式 $\ddot{a}_{c2} = \ddot{a}_{c3} + \ddot{a}_{c2c3}^K$, ($\ddot{a}_{c3} = 0$)其复数的指数形式为

$$a_{c1} e^{jO_{ac2}} = 2\dot{R}_2 \dot{O}_2 e^{j(O_2 + 90^\circ)} + \ddot{R}_2 e^{jO_2}, \quad (a_{c2c3}^K = 2\dot{R}_2 \dot{O}_2) \quad (6)$$

式(6)虚部为 $Y_{ac2} = a_{c2} \sin O_{ac2} = 2\dot{R}_2 \dot{O}_2 \cos O_2 + \ddot{R}_2 \sin O_2$, 实部为 $X_{ac2} = a_{c2} \cos O_{ac2} = -2\dot{R}_2 \dot{O}_2 \sin O_2 + \ddot{R}_2 \cos O_2$.

所以点C₂加速度的方向角 $O_{ac2} = \tan^{-1}(Y_{ac2}/X_{ac2})$; 其大小为 $a_{c2} = \sqrt{Y_{ac2}^2 + X_{ac2}^2}$.

三、试 例

例如某气液动连杆机构几何参数 $R_1 = 0.67\text{m}$, $R_4 = 0.83\text{m}$; 杆1的运动参数 $O_1 = 120^\circ$, $\dot{O}_1 = 18(1/\text{s})$. 其运动参数 R_2 , O_2 , \dot{R}_2 , \dot{O}_2 ; \ddot{R}_2 , \ddot{O}_2 ; \vec{V}_{c2} , \ddot{a}_{c2} 如下:

由于 $Y = R_1 \sin O_1 = +0.5775$, $X = R_1 \cos O_1 - R_4 = -1.165$. 所以, $O_2 = \tan^{-1}(Y/X) = 153.6^\circ$, $R_2 = \sqrt{Y^2 + X^2} = 1.3\text{m}$, $\dot{O}_2 = R_1 \dot{O}_1 \cos(O_1 - O_2)/R_2 = +7.72(1/\text{s})$, $\dot{R}_2 = R_1 \dot{O}_1 \sin(O_1 - O_2) = -6.65\text{m/s}$, $Y_{vc2} = \dot{R}_2 \sin O_2 = 2.96$, $X_{vc2} = \dot{R}_2 \cos O_2 = -5.97$; $O_{vc2} = \tan^{-1}(Y_{vc2}/X_{vc2}) = 153.7^\circ$, $V_{c2} = \sqrt{Y_{vc2}^2 + X_{vc2}^2} = 6.65\text{m/s}$, $\ddot{O}_2 = [-R_1 \dot{O}_1^2 \sin(O_1 - O_2) + R_1 \ddot{O}_1 \cos(O_1 - O_2) - 2\dot{R}_2 \dot{O}_2]/R_2 = 13.05(1/\text{s})$, $\ddot{R}_2 = -R_1 \dot{O}_1^2 \cos(O_1 - O_2) - R_1 \ddot{O}_1 \sin(O_1 - O_2) + R_2 \dot{O}_2^2 = 1033$, $Y_{ac2} = 2\dot{R}_2 \dot{O}_2 \cos O_2 + \ddot{R}_2 \sin O_2 = 46.59$, $X_{ac2} = -2\dot{R}_2 \dot{O}_2 \sin O_2 + \ddot{R}_2 \cos O_2 = -153.17$. 则 \ddot{a}_{c2} 的方向角 $O_{ac2} = \tan^{-1}(Y_{ac2}/X_{ac2}) = 71.18^\circ$, 其大小为 $a_{c2} = \sqrt{Y_{ac2}^2 + X_{ac2}^2} = 145.8\text{m/s}^2$.

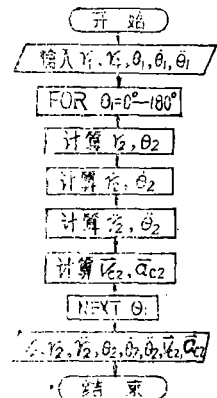


图 3

四、电算源程序、框图及其结果

1. 源程序框图 源程序框图如图 3 所示.

2. 电算结果

RUN

KINEMAIC ANALYSIS OF SLINGDING COUPLERS

T1=0 (DEG) KINEMATIC ANALYSIS

T2=0 (DEG)	r2=.16 (m)
W2=-75.3750 (1/s)	E2=0 (1/ss)
TV2=90 (DEG)	Vc2=9.536745E-07(m/s)
TA2=180(DEG)	Ac2=1126.103(m/ss)

?

T1=30 (DEG) KINEMATIC ANALYSIS

T2=-53.29323 (DEG)	r2=4178595(m)
W2=-3.370666 (1/s)	E2=709.1825(1/ss)
TV2=126.7068(DEG)	Vc2=11.97747(m/s)
TA2=57.15127(DEG)	Ac2=86.17201(m/ss)

:

T1=330(DEG)KINEMATIC ANALYSIS

T2=53.29323(DEG)	r2=.178596(m)
W2=-3.370656(1/s)	E2=-709.1818(1/ss)
TV2=53.29324(DEG)	Vc2=11.97747(m/s)
TA2=-57.15126(DEG)	Ac2=86.17181(m/ss)

?

T1=360(DEG)KINEMATIC ANALYSIS

T2=7.245568E-05(DEG)	r2=.16(m)
W2=-75.37501(1/s)	E2=-2.203664E-02(1/ss)
TV2=-2.900000(DEG)	Vc2=1.891703E-05(m/s)
TA2=180.0002(DEG)	Ac2=1126.103(m/ss)

3. 小结 本文采用复数法由位置方程对其直接求一、二次导数,求得气液动连杆机构运动分析数学模型,与英文版*Machine Design* (1983年, No.19)比较有三个优点:(1)本文数学模型简单,推导过程严谨,概念简明;(2)本文是求得一个运动循环的运动参数,而原文只求一个位置;(3)本文根据数学模型编写源程序在 IBM-PC 上通过,而原文只是预算求得一个位置的运动参数十分烦琐.

参 考 文 献

- [1] 陈元霖译, L.O.巴敦、急回机构简明分析, 福建机械, (1983).
[2] 李学荣编著, 四连杆机构综合概论, 机械工业出版社, (1983).
[3] C.H.苏、C.W.拉德克利夫著, 运动学和机构设计, 机械工业出版社, (1986).

Complex Number Method for Kinematic Analysis of Air-Hydro Linkage and Its CAD

Chen Yuanlin

Abstract

By using exponential form of complex number to stand a position equation of linkage. By applying first and second derivative of vector position equation with respect to time, it obtains kinematic parameters R_2 , \dot{R}_2 , \ddot{R}_2 , O_2 , \dot{O}_2 , \ddot{O}_2 , of a varying length bar.

Based on the principle of relative motion at the duplication point of two members, it establishes kinematic parameters V_{C_2} and a_{C_2} at point C_2 on a varying length bar.

To be done on an IBM-PC in a step $\triangle O_1$, and it obtains kinematic parameters in a motive circle.