

大理石磨削研究(Ⅳ)

磨具磨削作用的力学分析*

陈培元 李享德

(精密机械工程系)

摘 要

首先应用岩石力学理论导出了锥压头切削力的计算公式,得出切削力与切削深度的平方成正比,即与切削沟槽横截面积成正比的结论.根据这个结论推导出磨削时工件材料切除率的计算公式.理论分析与实验结果是一致的.

一、前 言

石材磨削理论(包括其它脆硬材料)目前基本上还处在只对磨削现象进行描述,即建立磨削模型的水平上.若能进一步对诸如磨削力、材料切除率等磨削现象进行解析,才能对生产实践具有指导意义.本文试图在这方面进行探讨.

在文[1]中,笔者提出了两种材料切除模型.在此基础上,本文应用岩石力学理论,对锥压头切削过程进行了解析,得出切削力与切削深度的平方成正比,即与切削沟槽横截面积成正比的结论,并依此对磨削时工件材料切除率的计算公式进行了理论推导.理论分析与实验结果是一致的.

二、实验条件及方法

磨削实验装置、工件材料与文[1]相同.每磨完两个行程后用百分表测量磨具的磨损量和工件材料的切除厚度,并用下列三式进行计算:

$$Z'_w = \frac{V}{At} \quad (1)$$

$$Z'_0 = \frac{V_0}{At} \quad (2)$$

本文1987年7月24日收到.

*中国科学院自然科学基金资助的课题.

$$G = \frac{V}{V_0} = \frac{Z'_w}{Z'_0} \quad (3)$$

式中, Z'_w 为单位时间单位磨具面积切除的工件材料的体积, 简称工件材料切除率 (mm/s); Z'_0 为单位时间单位磨具面积上磨具磨损的体积, 简称磨具磨损率 (mm/s); V 为工件材料被切除体积 (mm³); V_0 为磨具磨损体积 (mm³); A 为磨具磨削面面积 (mm²); t 为磨削时间 (s)。

磨削工艺参数: 磨具压力 $P = 2 \times 10^4 - 10^5 \text{ Pa}$; 主轴转速 $n = 200 - 1400 \text{ r/min}$; 工作台进给速度 $V_f = 200 - 1100 \text{ mm/min}$; 磨料粒度是 TL150^{*}, 硬度是 HRH 4。磨削时加水冷却。

三、力学分析

1. 锥压头切削力公式的推导

锥压头的切削模型如文[1]图8所示。假设剪切面为等应力面, 即其上的正应力和切应力是常数, 分别取为 σ_0 和 τ_0 。进而设剪切面为椭圆锥面(图1)。其方程为

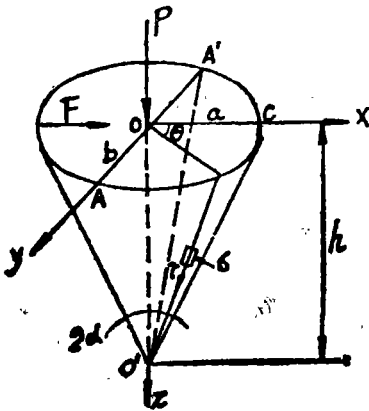


图1 开裂面及其上的应力

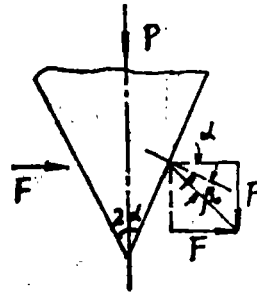


图2 P-F的关系

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{(z-h)^2}{h^2} = 0 \quad (4a)$$

或

$$z = h(1 - \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}}) \quad (4b)$$

它沿母线 OA' 、 $O'A'$ 与压头锥面相切, 其单位法向矢量 \vec{n} 是

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1}} \{ Z_x, Z_y, -1 \} \quad (5)$$

于是正应力矢量 $\vec{\sigma}$ 是

$$\vec{\sigma} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1}} \{ Z_x, Z_y, -1 \} \quad (6)$$

切屑沿剪切面排出可看作是刚体平动, 因而切应力方向与 $\vec{O'C}$ 平行, 即

$$\vec{\tau} = \tau_0 \{-\cos\phi, 0, \sin\phi\} \quad (7)$$

ϕ 是开裂角。

令 P_σ 、 F_σ 为正应力分量, P_τ 、 F_τ 为切应力分量, 则垂直力 P 和水平力 F 分别等于

$$\left. \begin{aligned} P &= -P_\sigma - P_\tau \\ F &= -F_\sigma - F_\tau \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} P_\sigma &= \iint_{\Sigma} \vec{\sigma} \cdot \vec{k} dA = -\sigma_0 \iint_{D_{xy}} \frac{1}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1}} \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1} dx dy \\ &= -\sigma_0 \iint_{D_{xy}} dx dy = -\sigma_0 \cdot \pi ab / 2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$P_\tau = \iint_{\Sigma} \vec{\tau} \cdot \vec{k} dA = \tau_0 \sin\phi \iint_{\Sigma} dA = \tau_0 \sin\phi \cdot A \quad (10)$$

A 是裂开面的表面积

$$F_\sigma = \iint_{\Sigma} \vec{\sigma} \cdot \vec{i} dA = \sigma_0 \iint_{D_{xy}} Z_x dx dy = \sigma_0 \iint_{D_{xy}} \frac{-\frac{x}{a^2}}{\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)^{1/2}} h dx dy = -hb\sigma_0 \quad (11)$$

$$F_\tau = \iint_{\Sigma} \vec{\tau} \cdot \vec{i} dA = -\tau_0 \cos\phi \iint_{D_{xy}} dA = -\tau_0 \cos\phi A \quad (12)$$

其中 \vec{i} 、 \vec{k} 表示 x 、 z 轴方向上的单位矢量。

将式(9)–(12)代入式(8), 得

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{\pi ab}{2} \sigma_0 - \tau_0 \sin\phi \cdot A \\ F &= hb\sigma_0 + \tau_0 \cos\phi \cdot A \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

又 σ_0 、 τ_0 满足库仑准则, 即

$$\tau_0 - \mu\sigma_0 = C \quad (14)$$

式中, μ 、 C 是材料常数。

P 、 F 有如下关系(图2)

$$P/F = \tan(\alpha + \beta_0) = k \quad (15)$$

式中, k 是比例系数; β_0 是切屑与压头锥面的摩擦角。

将式(14)、(15)代入式(13), 得

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{(k \cos\phi + \sin\phi)C \cdot A}{\frac{\pi ab}{2} - hb k - \mu A(\sin\phi + k \cos\phi)} \\ F &= [(hb + \mu A \cos\phi) \frac{k \cos\phi + \sin\phi}{\frac{\pi ab}{2} - hb k - \mu A(\sin\phi + k \cos\phi)} + \cos\phi] CA \end{aligned} \quad (16)$$

由图1所示的几何关系得

$$a = h \operatorname{ctg} \phi, \quad b = h \operatorname{tg} \alpha \quad (17)$$

$$\begin{aligned} A &= \iint_{\Sigma} dA = \int_0^{\pi/2} dp \int_{\pi/2}^{\pi} \sqrt{1 + \frac{h^2}{a^2} \cos^2 \theta + \frac{h^2}{b^2} \sin^2 \theta} ab \rho d\rho d\theta \\ &= h^2 \operatorname{ctg} \phi \operatorname{tg} \alpha \int_0^{\pi/2} \sqrt{\sec^2 \phi + (\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \phi) \sin^2 \theta} d\theta \end{aligned} \quad (18)$$

令

$$J = \int_0^{\pi/2} \sqrt{\sec^2 \phi + (\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \phi) \sin^2 \theta} d\theta \quad (19)$$

上式可用数值积分计算, 代入式(18), 得

$$A = h^2 \operatorname{ctg} \phi \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot J \quad (20)$$

将式(17)、(20)代入式(16), 得

$$\begin{aligned} F &= [(1 + \mu \operatorname{ctg} \phi \cos \phi) \cdot \frac{k \cos \phi + \sin \phi}{\frac{\pi}{2} \operatorname{ctg} \phi - k - \mu \operatorname{ctg} \phi (\sin \phi + k \cos \phi)} + \cos \phi] \cdot J \operatorname{ctg} \phi \operatorname{tg} \alpha \cdot h^2 C \\ &= \Phi(\phi) h^2 C \end{aligned} \quad (21)$$

可见, F 仅是开裂角 ϕ 的函数, 由最小能量原理, 令 $\frac{dF}{d\phi} = 0$, 得

$$\frac{d\Phi}{d\phi} = 0 \quad (22)$$

设 ϕ_0 是方程(22)的解, 那么

$$\left. \begin{aligned} F &= \Phi(\phi_0) h^2 C \\ P &= kF = \Phi(\phi_0) k h^2 C \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

综上所述, 可知开裂角 ϕ 是由材性因素 μ 、压头几何形状 α 、摩擦系数 β_0 决定的。对于某一具体的压头-工件组合, 它们都是已定的, 因而 ϕ 角也是确定的。由式(23)可知, 切削力与切削深度的平方成正比, 即

$$F \propto h^2, \quad P \propto h^2 \quad (24)$$

另一方面, 由图2的几何关系可知, 切削沟槽的横截面积 $q = bh/2 = h^2 \operatorname{tg} \alpha / 2$ 与 h^2 成正比, 因而切削力亦与沟槽的横截面积成正比, 即

$$F \propto q, \quad P \propto q \quad (25)$$

2. 工件材料切除率公式的推导

由前文可知, 当粗、细磨时, 磨具的磨削作用可看作是大量锥压头切削作用的合成。又由上一节可知, 单颗磨粒的平均法向切削力 \bar{P}_g 与沟槽的平均横截面积 \bar{q} 成正比, 即

$$\bar{P}_g \propto \bar{q} \quad (26)$$

设单位磨具面积上同时参与切削的磨粒数为 m , 则单位磨具面积上磨粒切入工件的总横截面积是

$$Q = m \bar{q} \quad (27)$$

单位面积上总的法向切削力(即磨削压力)是

$$P = m \bar{P}_g \quad (28)$$

又, 工件材料切除率 \bar{z}'_w 是

$$\bar{z}'_w = Q\bar{v} = 2\pi\bar{r}nQ \quad (29)$$

\bar{v} 是磨具的平均切削速度, \bar{r} 是磨具的平均半径, n 是主轴转速.

将式(26)—(28)代入式(29), 最后得到

$$\bar{z}'_w = Kn p \quad (30)$$

式中, k 是比例系数.

由式(30)可知, 材料切除率与主轴转速成正比, 与磨削压力成正比, 而与进给速度无关.

四、实验结果及讨论

实验结果见图3, 可见材料切除率与工作台进给速度无关(图3a), 与主轴转速成正比(图3b), 与磨削压力成正比(图3c), 与理论分析是符合的.

另外还可以看到, 随着进给速度增大, 磨具磨损率上升, 磨削比下降; 随着主轴转速加快, 磨具磨损也加快, 而磨削比不变; 随着压力增大, 磨具磨损上升, 磨削比下降.

据此, 可提出磨削工艺参数的选择原则: 尽可能选用低的进给速度和低的磨削压力. 由此引起生产率的下降, 可用提高机床转速的办法来补偿.

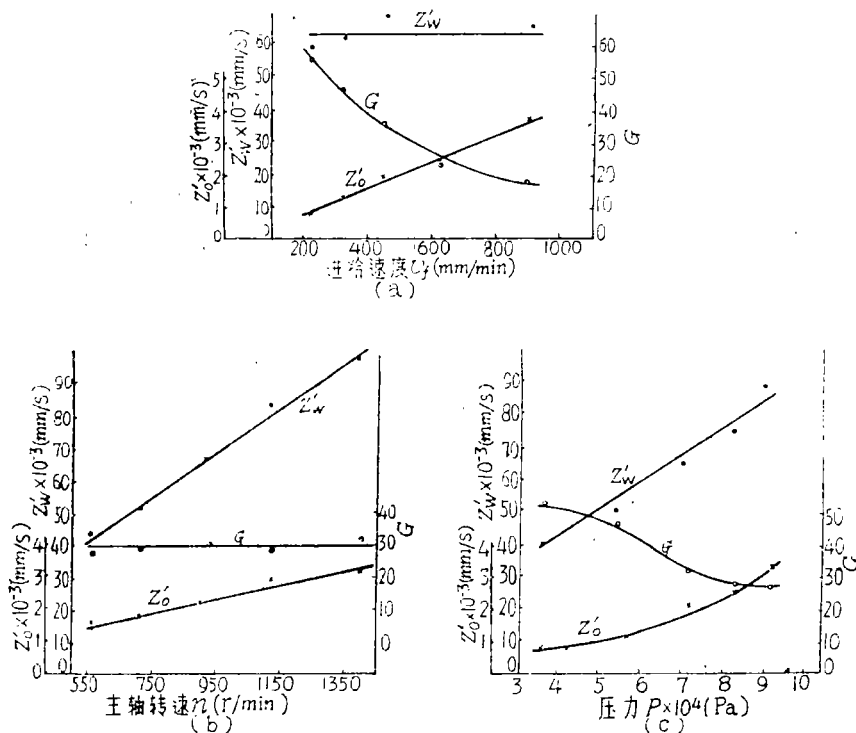


图3 工艺参数对磨削性能的影响

(a) v_f 对 Z'_w 、 Z'_o 、 G 的影响($n=710\text{r/min}$, $p=6.2 \times 10^4\text{Pa}$); (b) n 对 Z'_w 、 Z'_o 、 G 的影响($p=6.2 \times 10^4\text{Pa}$, $v_f=630\text{mm/min}$); (c) P 对 Z'_w 、 Z'_o 、 G 的影响($n=710\text{r/min}$, $v_f=630\text{mm/min}$)

五、结 论

理论和实验都表明,在粗、细磨削时,工件材料切除率与磨削压力及主轴转速成正比,与进给速度无关。

压力和进给速度对磨削比都有显著影响,而转速则没有影响。随着压力和进给速度减小,磨削比显著增大。这与正交试验的结果是一致的^[2]。

粗、细磨工艺参数的一般选择原则:较低的进给速度和压力,较高的磨削速度。

参 考 文 献

- 〔1〕陈培元、李享德,大理石磨削研究(Ⅲ)——磨具磨削模型的建立,华侨大学学报(自然科学版),9, 2(1988)。
- 〔2〕李享德、陈培元,对菱苦土磨具的研究,非金属矿,2(1987)。
- 〔3〕〔日〕铃木光,岩体力学与测定,煤炭工业出版社,7(1980)。

A Study on the Grinding of Marble (IV) Mechanical Analysis of Grinding Processes

Chen Pelyuan Li Xiangde

Abstract

The cutting force equations of taper indenter are derived from rock mechanics at the first. It is concluded that cutting force is proportional to the square of cutting depth. The equation for material removal rate is thus derived.

It shows a good agreement between theoretical analysis and experiment results.