

# 阻尼对加速度反应谱影响的进一步研究

谢闽生 麦淑良

(土木工程系)

## 摘 要

本文从随机过程的理论出发,导出了结构在平稳反应下不同阻尼的加速度反应谱和标准加速度反应谱的转换公式;发现Менкеев公式是在平稳白噪声作用下结构反应的阻尼变换公式.用不同文〔7〕的方法从等效平稳化的假定出发,导出了结构在非平稳反应下不同阻尼的加速度反应谱和标准加速度反应谱的转换公式.

## 一、前 言

与静力问题相比,在分析某些动力问题时,除了必须考虑质量的惯性力以外,还要考虑体系的阻尼力.弹性阶段结构的地震反应与阻尼有很大的关系.现行规范的加速度反应谱是在阻尼比为0.05的情况下得到的,直接用在阻尼比不等于0.05的结构将带来不同程度的误差.因此,有必要对这类与现行规范加速度反应谱阻尼比不同的结构,在如何合理地取用标准加速度反应谱的问题进行研究.

这个问题,早已引起了国内外学者如陈达生<sup>[2]</sup>、刘锡荟、刘经纬、陈永祁<sup>[1]</sup>、M. A. Sozen和A. Shibata<sup>[3]</sup>及Менкеев<sup>[5]</sup>等的兴趣,在日本规范草案<sup>[4]</sup>和八国规范草案<sup>[5]</sup>中也各自提出了不同的公式.其中,陈达生<sup>[2]</sup>于1965年在研究该问题中,计算了几个天然地震波的加速度反应谱,并首次考虑了结构周期的影响,提出了一个近似公式.刘锡荟等采用了拟合标准加速度反应谱的人工地震波,根据结构反应的极值分布作统计分析,讨论了结构的周期影响和各类场地上的影响.同时比较了各种方法后把它们分成两大类,指出刘锡荟公式,陈达生公式和八国规范草案建议的公式计算结果相近.而Менкеев公式、日本规范草案公式及M. A. Sozen公式在阻尼比大于0.05时结果非常相近.

以上工作的共同特点是从统计角度出发,拟合一条近似曲线.但他们采用的地震波(天然地震波、人工波、人为爆炸产生的波)不同选用结构周期和阻尼也不同,故各自得出了不同的近似公式.同时均未讨论地震波持续时间长短对不同阻尼情况下反应谱的影响.

本文采用与上述各家不同的方法,从随机理论的角度出发,首先导出了结构在平稳反应下,不同阻尼比的加速度反应谱与标准加速度反应谱的转换公式.而后采用与文献〔7〕不同

本文1987年1月14日收到.

的方法,用等效平稳化的假定导出了非平稳反应下不同阻尼的速度反应谱与标准反应谱的转换公式.

## 二、平稳反应下不同阻尼的加速度反应谱计算

在结构动力学中,单自由度弹性体系在地震作用下的位移反应可以表示为

$$y(t) = \int_0^t -\ddot{\delta}_g(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$h(t) = \frac{e^{-\zeta\omega t}}{\bar{\omega}} \sin \bar{\omega}t \quad \bar{\omega} = \omega\sqrt{1-\zeta^2}$$

在平稳地震波作用下,结构位移反应的自相关函数为

$$R_y(\tau) = E(y(t)y(t+\tau))$$

功率谱密度函数为

$$S_y(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau) e^{-i w \tau} d\tau = |H(iw)|^2 S_{\ddot{\delta}_g}(w)$$

$H(iw)$ 是 $h(t)$ 的傅里叶变换.

通常地基的阻尼较大,故 $\ddot{\delta}_g$ 的功率谱密度函数 $S_{\ddot{\delta}_g}(w)$ 是一个慢变的宽带功率谱密度,于是可以用平稳白噪声过程来近似

$$S_{\ddot{\delta}_g}(w) = S_0$$

$S_0$ 为平稳白噪声

$$\sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |H(iw')|^2 S_0 dw' = \frac{\pi S_0}{2\zeta w^3}$$

单自由度结构体系的剪力为

$$Q = ky$$

$$\sigma_Q^2 = k^2 \sigma_y^2 = \frac{k^2 \pi S_0}{2\zeta w^3} = \frac{m^2 w S_0 \pi}{2\zeta}$$

剪力均方差为

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{w S_0 \pi m^2}{2\zeta}}$$

如果以均值为零的平稳高斯过程 $\delta_g(t)$ 来表示地面加速度,仅考虑单自由度弹性反应过程 $y(t)$ 的平稳阶段,视它超过一定界限 $R$ 的次数为泊松过程,可以得到结构安全的概率分布函数为

$$F_R(-R, R) = \exp[-2\nu_0 t \exp(-\bar{r}^2/2)]$$

峰值因子为

$$P \doteq (2\ln(V_0 t))^{\frac{1}{2}} + \frac{0.5772}{(2\ln(V_0 t))^{\frac{1}{2}}}, \quad \sigma_y^2 = \frac{\pi S_0}{2\zeta w}$$

$$\bar{r} = R/\sigma_y, \quad V_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_y} = \frac{w}{2\pi}$$

$$p \doteq \left(2\ln\left(\frac{wt}{2\pi}\right)\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{0.5772}{\left(2\ln\left(\frac{wt}{2\pi}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}$$

由此可见 $p$ 和阻尼无关,均方差 $\sigma_Q$ 和平均剪力反应谱 $R_Q$ 的关系可以由峰值因子 $p$ 来联系.

$$R_Q = P\sigma_Q$$

设 $\sigma_{Q_0}$ 和 $R_{Q_0}$ 为阻尼比等于0.05的均方差和平均剪力反应谱.设 $\sigma_Q$ 和 $R_Q$ 为阻尼比不同于0.05时的均方差和平均剪力反应谱.

$$\frac{R_Q}{R_{Q_0}} = \frac{P\sigma_Q}{P\sigma_{Q_0}} = \frac{\sigma_Q}{\sigma_{Q_0}} \quad (1)$$

单质点弹性体系水平地震剪力为

$$R_Q = \alpha W$$

$\alpha$ 为地震影响系数, $\alpha_0$ 为标准加速度反应谱的地震影响系数, $W$ 为用构重量.由公式(1)可得

$$\alpha = \alpha_0 \frac{\sigma_Q}{\sigma_{Q_0}} = \alpha_0 \sqrt{\frac{0.05}{\xi}} = \alpha_0 \sqrt{\frac{1}{20\xi}} \quad (2)$$

式(2)与Меццевцев的试验统计结果给出的公式正好一致.

为了对公式(2)进行检验,本文以我国抗震设计现行规范8度,Ⅱ类场地上的标准加速度反应谱为直标谱,用ASWE程序发生各30条持续时间为30s和5s的人工地震波,对结构输入取计算结果的平均值,并且与八国地震规范草案公式(3)作了比较.

$$\alpha = \alpha_0 \frac{1}{\sqrt[8]{20\xi}} \quad (3)$$

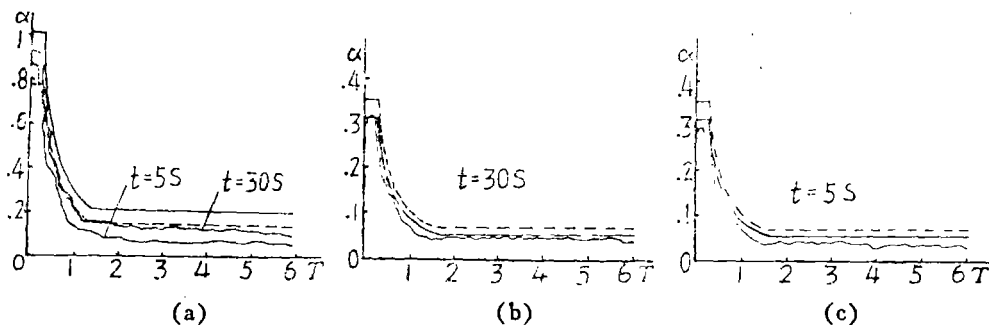


图 1

图 1  $\xi$ 为0.01(a)和0.1 [(b), (c)]的加速度反应谱  
——为式(2), ----为式(3), ~~~~为人工波计算结果

由图1(b)、(c)可见当阻尼比为0.1时,公式(2)和多条步步积分的结果很接近.但当阻尼比为0.01(图1a), $t=5s$ 时,则存在着较大的误差,这种误差随着周期的增大而加大.当 $t=30s$ 时,这种误差有一定的改善,但在结构周期很长的范围内,其误差也是较大的,这种误差是高估了地震荷载.

八国地震规范草案公式,在阻尼比为0.1时,与多条人工波的平均值相差较大.在阻尼比为0.01时,其误差有一定程度的改善,但在 $T=5s$ 的情况下,误差仍是较大,同时,在高频的某一范围内低估了加速度反应谱.

这里要说明一点的是, Меццев得到这个公式是根据Ⅴ度到Ⅶ度11个地震算出来的位移反应谱值的和用自己设计的Cи-1式多摆仪在三次爆炸中获得的记录和对12个人为的位移时程曲线的试验结果。Cи-1式多摆仪的周期,  $T=0.25\text{ s}$ , 频率很高。由随机过程的理论知道, 对这个高频率的多摆仪, 只要阻尼不是太小, 在很短的时间内, 它的反应就可以达到平稳, 故Меццев试验统计的公式和本文公式的巧合是不难理解的。

### 三、非平稳反应下的不同阻尼反应谱计算

结构在平稳过程地震波的作用下, 其反应可分为两个阶段, 前一阶段是非平稳的过渡阶段, 后者则是平稳阶段。如果地震波的作用时间较短, 则结构只存在非平稳反应。在平稳白噪声过程的作用下, 结构的过渡阶段剪力均方差近似为

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{\pi \omega S_0 m^2}{2\xi} (-\exp(1-2\xi\omega t))}$$

$\sigma_Q$ 在有限持续时间  $t$  的等效平稳化, 为  $\sigma_Q$  在时间  $t$  上取平均值。

$$\begin{aligned}\sigma^2_Q &= \frac{\int_0^t \sigma^2_Q d\tau}{t} = \frac{\pi \omega S_0 m^2}{4\xi^2 \omega t} \int_0^t (1 - e^{-2\xi\omega\tau}) d(2\xi\omega\tau) \\ &= \frac{\pi \omega S_0 m^2}{4\xi^2 \omega t} (e^{-2\xi\omega t} + 2\xi\omega t - 1)\end{aligned}$$

当  $\xi = 0.05$  时

$$\sigma^2_{Q_0} = \frac{\pi \omega S_0 m^2}{4(0.05)^2 \omega t} (e^{-0.1\omega t} + 0.1\omega t - 1)$$

$$\frac{\sigma_Q}{\sigma_{Q_0}} = \frac{1}{20\xi} \sqrt{\frac{e^{-2\xi\omega t} + 2\xi\omega t - 1}{e^{-0.1\omega t} + 0.1\omega t - 1}}$$

由关系式(1)可得

$$R_Q = R_{Q_0} \frac{1}{20\xi} \sqrt{\frac{e^{-2\xi\omega t} + 2\xi\omega t - 1}{e^{-0.1\omega t} + 0.1\omega t - 1}}$$

$$\bar{a} = a_0 \cdot \frac{1}{20\xi} \cdot \sqrt{\frac{e^{-2\xi\omega t} + 2\xi\omega t - 1}{e^{-0.1\omega t} + 0.1\omega t - 1}} \quad (4)$$

式中,  $a_0$  为阻尼比等于0.05时的地震影响系数, 当  $t \rightarrow \infty$  时公式(4)趋近于公式(2)。

文献[7]给出的公式为

$$\bar{a} = a_0 \sqrt{\frac{1}{20\xi}} \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{-2\xi\omega t}}{1 - e^{-0.1\omega t}}} \quad (5)$$

我们用上述多条地震波计算结果的平均值和用公式(4)、(5)计算的结果进行比较如图2所示。

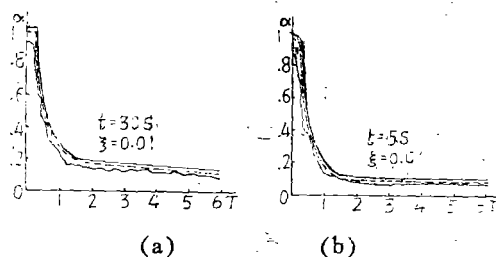


图2 考虑结构非平稳的速度反应谱

——为式(5), - - - - - 为式(4),  
 ~~~~ 为人工波计算结果

由图2可见,公式(4)的计算结果比公式(5)的计算结果接近于多条波计算的平均值.在长周期部分的较大误差在这里得到了很大的改善.

上述的计算结果表明,当结构的阻尼较小、周期较长时,只有在较长时间的地震波作用下才能达到其平稳阶段.

由图1可见,八国规范草案公式并不能较准确地计算出各种阻尼情况下的反应谱,而本文所推荐的公式(2)和(4),由于考虑

了结构的平稳和非平稳反应,所以能较准确地计算出各种阻尼情况下的反应谱.

#### 四、结 语

1. 在进行不同阻尼情况下的加速度反应谱计算时,如能确定地震的持续时间,建议用公式(4)确定不同阻尼情况下的加速度反应谱.如不能确定地震的持续时间,建议用公式(2)确定不同阻尼情况下的加速度反应谱,即认为在各种阻尼的情况下,结构的反应均达到平稳阶段.

2. 结构周期的长短对不同阻尼情况下的加速度反应谱计算的影响,实际上与结构的阻尼有关.如果阻尼较大,结构将很快进入平稳阶段,反之则需较长的时间才能进入平稳阶段.

#### 参 考 文 献

- [1] 刘锡荃、刘经纬、陈永祁, 阻尼对反应谱影响的研究, 地震研究, 1(1982).
- [2] 陈达生, 关于地面运动最大加速度与加速度反应谱的若干资料, 地震工程研究报告集, 科学出版社, (1985).
- [3] Shibata, A. and Sozen, M. A., Substitute Structure Method to Determine Design Force in Earthquake Resistant Reinforced Concrete Frames, Proc of 6th WCEE (1977).
- [4] Nakano, K., A Proposed of a New Aseismic Design Method for Building in Japan, Proc of 7th WCEE, (1981).
- [5] 北京市建筑设计院编, 地震区建筑设计规范汇编, 科学出版社, (1982).
- [6] 陈永祁, 人工地震波在结构抗震设计中的使用, 建筑结构学报, 6(1982).
- [7] 谢国生、麦淑良, 不同阻尼情况下的反应谱分析, 地震学刊, 4(1986).

## A Further Study of the Influence of Damping on Response Spectrum

Xie Minsheng    Mei Suliang

### Abstract

In stationary random white noise process, the relationship between accelerating response spectrum of standard damping and that of different damping was derived. Мещеряков formula still remains the adequate transformation formula of structural response.

In nonstationary random process, the transformation formula between accelerating response spectrum of standard damping and that of different damping was derived by using equivalent stationary method, a method differs from that of paper [7].