第9卷 第3期 华侨大学学报自然科学版 Vol.9 No.3
JOURNAL OF HUAQIAO UNIVERSITY
1988年8月 (NATURAL SCIENCE) Ang. 1988

Gamma部件可靠性的Bayes估计

吴绍敏

（应用数学系）

摘 要

本文讨论部件寿命服从Gamma分布，当形状参数k已知，尺度参数λ未知时，对部件可靠性进行Bayes估计，为使验前分布的选择更加灵活，作了变换$r=e^{-\lambda t_0}$，其中t_0是参考时间，主要结果为定理1、2，且把Lwin和Singh[1]所做的结果看作本文的特例.

一、引 言

1974年Lwin和Singh[1]对部件寿命x服从$\Gamma(t,\ \lambda,\ k)$分布，当形状参数k已知，尺度参数λ未知时对部件可靠性进行Bayes估计. 为了使选择验前分布具有更大的灵活性，本文作了变换$r=e^{-\lambda t_0}$，其中t_0是参考时间，当把λ视为$r.\ v.$时，则r也是$r.\ v.$ 考虑到r的验前分布等价于考虑λ的验前分布. 讨论当r只有验前负对数Gamma分布$\pi(r)=[(\beta^\alpha/\Gamma(\alpha))](-\ln r)^{\alpha-1}r^{\beta-1}$（对应于$\lambda$的验前Gamma分布$\pi(\lambda)=[(\beta t_0)^\alpha/\Gamma(\alpha)]\lambda^{\alpha-1}e^{-\beta\lambda t_0}$），和$r$具有验前Beta分布$\pi(\lambda)=[1/B(a,b)]r^{a-1}(1-r)^{b-1}$（对应于$\lambda$的验前指数Beta分布$\pi(\lambda)=[t_0/B(a,b)]e^{-at_0\lambda}(1-e^{-\lambda t_0})^{b-1}$），对部件可靠性进行Bayes估计，其结果列为定理1,2. 把无信息验前分布$\pi(r)=(-\ln r)^{-1}r^{-1}$（对应于$\lambda$的不合理验前分布$\pi(\lambda)=1/\lambda$），验前幂函数分布$\pi(r)=\beta r^{\beta-1}$（对应于指数分布$\pi(\lambda)=\beta t_0e^{-\beta t_0\lambda}$），验前均匀分布$\pi(r)=1$，$0<r<1$（对应于$\pi(\lambda)=t_0e^{-\lambda t_0}$）的全部结果看作定理的特例，从而把文〔1〕的结果包括在内.

设部件的寿命x服从$\Gamma(t,\lambda,k)=[\lambda^k/\Gamma(k)]t^{k-1}e^{-\lambda t}$，$t>0$，$\lambda>0$，$k>0$为形状参数（已知），尺度参数$\lambda$未知. 那么部件的可靠度函数与平均寿命分别为

$$R(t)=\frac{\lambda^k}{\Gamma(k)}\int_t^{+\infty}x^{k-1}e^{-\lambda x}dx,\qquad T=\frac{\lambda^k}{\Gamma(k)}\int_0^{\infty}dt\int_t^{+\infty}x^{k-1}e^{-\lambda x}dx,\quad k>0 \tag{1}$$

特别当k为正整数时

本文1987年4月20日收到.

$$R(t)=\sum_{i=0}^{k-1}\frac{(\lambda t)^i}{i!}e^{-\lambda t},\quad T=\frac{k}{\lambda} \tag{2}$$

现在假设投入n个部件作完全寿命测试，记各个部件的失效时刻依次为t_1，t_2，…，t_n。则似然函数为

$$L(\lambda|k,T_0)\propto\lambda^{nk}e^{-\lambda T_0} \tag{3}$$

其中$T_0=\sum_{i=1}^{n}t_i$为测试总时间，是r.v.$T=\sum_{i=1}^{n}T_i$的一个观测值，若把尺度参数λ看作r.v.，其验前分布为$\pi(\lambda)$，则λ的验后分布为

$$g(\lambda|k,T_0)=\frac{\lambda^{nk}e^{-\lambda T_0}\pi(\lambda)}{\int_0^\infty\lambda^{nk}e^{-\lambda T_0}\pi(x)d\lambda} \tag{4}$$

若给定参考时间t_0，令$r=e^{-\lambda t_0}$，因λ是r.v.，故r也是r.v.，且$0<r<1$，如果工程师或技术人员掌握了关于λ的验前信息，那么关于r的验前信息也就知道了。r的验前分布$\pi(r)=\pi[(-1/t_0)\ln r](1/t_0)r^{-1}$，$0<r<1$。因此可得$r$的验后分布

$$g(r|k,T_0)=\frac{(-\ln r)^{nk}r^{\zeta}\pi(r)}{\int_0^1(-\ln r)^{nk}r^{\zeta}\pi(r)dr},\qquad \zeta=T_0/t_0 \tag{5}$$

部件的可靠度函数与平均寿命同样可表示为r的函数

$$R(t)=\frac{t_0^{-k}}{\Gamma(k)}\int_t^{+\infty}(-\ln r)^k x^{k-1}r^{x/t_0}dx,\qquad T=\frac{t_0^{-k}}{\Gamma(k)}\int_0^\infty dt\int_t^{+\infty}(-\ln r)^k x^{k-1}r^{x/t_0}dx \tag{6}$$

当k为正整数时

$$R(t)=\sum_{i=0}^{k-1}\frac{\eta^i}{i!}(-\ln r)^i r^{\eta},\qquad T=t_0k(-\ln r)^{-1},\quad \eta=t/t_0 \tag{7}$$

下面对r具有不同的验前分布进行讨论。

二、部件可靠性的Bayes估计

1. 验前负对数Gamma分布

定理 1 设r具有验前分布 $\pi(r)=\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}(-\ln r)^{\alpha-1}r^{\beta-1}$，$0<r<1$，$\alpha>0,\beta>0$,则

$$g(r|k,T_0)=\frac{(\zeta+\beta)^{nk+\alpha}}{\Gamma(nk+\alpha)}(-\ln r)^{nk+\alpha-1}r^{\zeta+\beta-1} \tag{8}$$

在二次损失下

$$\hat{r}=\left(\frac{T_0+t_0\beta}{T_0+(\beta+1)t_0}\right)^{nk+\alpha} \tag{9}$$

$$\hat{R}(t)=\frac{1}{B((nk+\alpha,k)}I(\frac{c_0}{t+c_0}|nk+\alpha,k),\qquad c_0=T_0+t_0\beta \tag{10}$$

其中$I(\frac{c_0}{t+c_0}|nk+\alpha,R)=\int_0^{\frac{c_0}{t+c_0}}x^{nk+\alpha-1}(1-x)^{k-1}dx$ 是不完全Beta函数

$$\hat{T}=\frac{k(T_0+t_0B)}{(nk+\alpha-1)} \quad (11)$$

当k为正整数时

$$\hat{R}(t)=\frac{1}{\Gamma(nk+\alpha)}\left(\frac{T_0+t_0\beta}{t+T_0+t_0\beta}\right)^{nk+\alpha}\sum_{i=0}^{k-1}\frac{1}{i!}\left(\frac{t}{t+T_0+t_0\beta}\right)^i\Gamma(nk+\alpha+i) \quad (12)$$

$$\hat{T}=\frac{k(T_0+t_0\beta)}{(nk+\alpha-1)} \quad (13)$$

证明 式（8）与（9）显然，只要证式（10）与（11），由式（6）和（8）得

$$\hat{R}(t)=\frac{t_0^{-k}(\zeta+\beta)^{nk+\alpha}}{\Gamma(k)\Gamma(nk+\alpha)}\int_t^{+\infty}x^{k-1}dx\int_0^1(-\ln\gamma)^{(n+1)k+\alpha-1}\gamma^{(x/t_0)+\zeta+\beta-1}d\gamma$$

$$=\frac{t_0^{nk+\alpha}(\zeta+\beta)^{nk+\alpha}}{B(nk+\alpha,k)}\int_t^{+\infty}x^{k-1}(x+T_0+t_0\beta)^{-[(n+1)k+\alpha]}dx$$

$$=\frac{(T_0+t_0\beta)^{nk+\alpha}}{B(nk+\alpha,k)}\int_t^{+\infty}x^{k-1}(x+c_0)^{-[(n+1)k+\alpha]}dx,\qquad c_0=T_0+t_0\beta$$

$$=\frac{c_0^{nk+\alpha}}{B(nk+\alpha,k)}\int_{t+c_0}^{\infty}(y-c_0)^{k-1}y^{-[(n+1)k+\alpha]}dy$$

$$=\frac{1}{B(nk+\alpha,k)}\int_0^{\frac{c_0}{t+c_0}}Z^{nk+\alpha-1}(1-z)^{k-1}dz$$

$$=\frac{1}{B(nk+\alpha,k)}I(\frac{c_0}{t+c_0}|nk+\alpha,k)$$

$$\hat{T}=\frac{t_0^{-k}(\zeta+\beta)^{nk+\alpha}}{\Gamma(k)\Gamma(nk+\alpha)}\int_0^{\infty}dt\int_t^{+\infty}(-\ln\gamma)^{(n+1)k+\alpha-1}\gamma^{(x/t_0)+\zeta+\beta-1}d\gamma$$

$$=\frac{1}{B(nk+\alpha,k)}\int_0^{\infty}dt\int_0^{\frac{c_0}{t+c_0}}z^{nk+\alpha-1}(1-z)^{k-1}dz$$

$$=\frac{1}{B(nk+\alpha,k)}\int_0^1 z^{nk+\alpha-1}(1-z)^{k-1}dz\int_0^{(c_0/z)-c_0}dt$$

$$=\frac{c_0}{B(nk+\alpha,k)}\left[B(nk+\alpha-1,\ k)-B(nk+\alpha,k)\right]$$

$$=kc_0/(nk+\alpha-1)=k(T_0+t_0\beta)/(nk+\alpha-1)$$

当k为正整数时由式(7)和(8)马上可得式（12）与（13）。

系 1 当$\alpha=0$，$\beta=0$ 时，$\pi(r)=(-\ln r)^{-1}r^{-1}$, $0<r<1$，是无信息验前分布，对应于λ的无信息验前分布 $\pi(\lambda)=1/\lambda$，$0<\lambda<+\infty$（是个不合理的验前分布），其对应的结论是定理 1 的特例。

当$\alpha=1$时，$\pi(r)=\beta r^{\beta-1}$，$0<r<1$，是幂函数验前分布，对应于$\pi(\lambda)=\beta t_0e^{-\beta t_0\lambda}$，$0<\lambda<+\infty$，是指数验前分布，其对应的结论同样是定理 1 的特例。

2. 验前 Beta 分布

定理 2　设r具有验前分布$\pi(r)=(1/B(a,b))r^{a-1}(1-r)^{b-1}$，$0<r<1$，$a>0$，$b$为正整数(对应于$\lambda$的验前分布$\pi(\lambda)=(t_0/B(a,b))e^{-at_0\lambda}(1-e^{-t_0\lambda})^{b-1}$，$\lambda>0$，姑且称为指数Beta分布，则

$$g(r|k,T_0)=W^{-1}\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(-\ln r)^{nk}r^{a+\zeta+j} \tag{14}$$

$$W=\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-(nk+1)}\Gamma(nk+1)$$

在二次损失下

$$\hat{r}=\frac{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+2)^{-(nk+1)}}{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-(nk+1)}} \tag{15}$$

$$\hat{R}(t)=\frac{1}{B(nk+1,k)}\frac{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-(nk+1)}I\left(\frac{c_j}{t+c_j}\Big|nk+1,k\right)}{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-(nk+1)}} \tag{16}$$

$$\hat{T}=\frac{kt_0}{nk+1}\frac{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-nk}}{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-(nk+1)}} \tag{17}$$

其中 $c_j=at_0+T_0+t_0(j+1)$，k为正整数时

$$\hat{R}(t)=W^{-1}\sum_{i=0}^{k-1}\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j\frac{\eta^i}{i!}(a+\eta+\zeta+j+1)^{-(nk+i+1)}\Gamma(nk+i+1) \tag{18}$$

$$\hat{T}=\frac{kt_0}{nk+1}\frac{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-nk}}{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-(nk+1)}} \tag{19}$$

证明　式(14)与式(15)显然，下面证明式(16)与(17)。由(6)和(14)式得

$$\hat{R}(t)=\frac{t_0^{-k}}{W\Gamma(k)}\int_t^{\infty}x^{k-1}dx\int_0^1(-\ln r)^{(n+1)k}\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j r^{(x/t_0)+a+\zeta+j}dr$$

$$=\frac{t_0^{-k}}{W\Gamma(k)}\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j\int_t^{+\infty}x^{k-1}dx\int_0^1(-\ln r)^{(n+1)k}r^{(x/t_0+a+\zeta+j}dr$$

$$=\frac{t_0^{-k}}{W\Gamma(k)}\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j\int_t^{+\infty}x^{k-1}\left(\frac{x}{t_0}+a+\zeta+j+1\right)^{-[(n+1)k+1]}\Gamma[(n+1)k+1]dx$$

$$= \frac{t_0^{nk+1}\Gamma[(n+1)k+1]}{W\Gamma(k)} \sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j \int_x^{+\infty} x^{k-1}(x+c_j)^{-[(n+1)k+1]}dx,$$

$$c_j = at_0 + T_0 + t_0(j+1)$$

$$= \frac{t_0^{nk+1}\Gamma[(n+1)k+1]}{W\Gamma(k)} \sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j \int_1^{\frac{c_j}{t+c_j}} c_j^{-(nk+1)} z^{nk}(1-z)^{k-1}dz$$

$$= \frac{1}{B(nk+1,k)} \cdot \frac{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-(nk+1)} I\left(\frac{c_j}{t+c_j}\Big|nk+1,k\right)}{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-(nk+1)}}$$

$$\hat{T} = \frac{t_0^{-k}}{W\Gamma(k)} \sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j \int_0^{\infty}dt \int_t^{\infty} x^{k-1}dx \int_0^1 (-\ln r)^{(n+1)k} r^{(x/t_0)+a+\zeta+j}dr$$

$$= \frac{t_0^{-k}}{W\Gamma(k)} \sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j \int_0^{\infty}dt \int_t^{+\infty} x^{k-1}\left(\frac{x}{t_0}+a+\zeta+j+1\right)^{-[(n+1)k+1]}\Gamma[(n+1)k+1]dx$$

$$= \frac{t_0^{nk+1}\Gamma[(n+1)k+1]}{W\Gamma(k)} \sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j \int_0^{\infty}dt \int_t^{+\infty} x^{k-1}(x+c_j)^{-[(n+1)k+1]}dx$$

$$= \frac{t_0^{nk+1}\Gamma[(n+1)k+1]}{W\Gamma(k)} \sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j c_j^{-(nk+1)} \int_0^{\infty}dt \int^{\frac{c_j}{t+c_j}} z^{nk}(1-z)^{k-1}dz$$

$$= \frac{t_0^{nk+1}\Gamma[(n+1)k+1]}{W\Gamma(k)} \sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j c_j^{-nk}[B(nk,k) - B(nk+1,k)]$$

$$= \frac{t_0^{nk+1}k}{nk+1} \cdot \frac{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j c_j^{-nk}}{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-(nk+1)}}$$

$$= \frac{kt_0}{nk+1} \cdot \frac{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-nk}}{\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j(a+\zeta+j+1)^{-(nk+1)}}$$

同样地容易证得式（18）与（19）。

系2　当$a=1$，$b=1$时$\pi(r)=1$，$0<r<1$，这是$U(0,1)$验前分布，（对应于$\pi(\lambda)=t_0e^{-\lambda t_0}$，$0<\lambda<+\infty$），其对应的结论是定理2的特例。

3. 置信下限

因$R(t)$和T均是r的递增函数，所以对r求出$(1-\alpha)$的置信下限r_{mL}，代入$R(t)$与T的表达式（6）与（7），可得到$R(t)$与T的$(1-\alpha)$置信下限$R_{mL}(t)$与T_{mL}。如果$g(r|kT_0)$由式(8)决定，则

$$\frac{(\zeta+\beta)^{nk+\alpha}}{\Gamma(nk+\alpha)} \int_{r_{mL}}^1 (-\ln r)^{nk+\alpha-1} r^{\zeta+\beta-1}dr = 1-\alpha$$

由此式解出r_{mL}。如果$g(r|k,T_0)$由式（14）决定，则

$$W^{-1}\sum_{j=0}^{b-1}\binom{b-1}{j}(-1)^j\int_{r_{mL}}^{1}(-\ln r)^{nk}r^{a+\xi+j}dr=1-\alpha$$

由此式解出r_{mL}。当然解此式是困难的，要利用计算机来完成。

三、验前分布中的参数估计

在式（10）、（11）中含有未知参数α与β，故仍然没法计算出$\hat{R}(t)$与$\hat{T}$。所以必须应用测试得来的样本（$t_1,t_2,\cdots,t_n$）信息将α及β估计出来。

一般地，设总体X的密度函数为$f_1(x|\theta)$，参数θ具有分布π（θ,α），其中α为未知参数，（$x_1,x_2,\cdots x_n$）为样本，那么如何估计α呢？可视具体问题的不同，应用矩法、最大似然法或其它方法（如经验Bayes方法）来解决。

因把θ视为$r.v.$，则（X,θ）的联合分布密度函数为$f(X,\theta)=f_1(x|\theta)\pi(\theta|\alpha)$，其$X$的边际密度函数为

$$g(x|\alpha)=\int_\Theta f(x,\theta)d\theta=\int_\Theta f(x|\theta)\pi(\theta|\alpha)d\theta$$

Θ为参数空间。把$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$看作$g(x|\alpha)$的一个样本，然后，应用矩法或最大似然法估计α。下面用矩法估计式（10）与（11）中的α与β。

因部件寿命X服从Gamma分布$\Gamma(t|\lambda,k)=(\lambda^k/\Gamma(t))t^{k-1}e^{-\lambda t}$，$t>0$或$\Gamma(t|r,k)=(t_0^{-1}/\Gamma(k))(t/t_0)^{k-1}(-\ln r)^k r^{t/t_0}$，$0<r<1$，$r=e^{-\lambda t_0}$。

1. r具有验前负对数Gamma分布

$$\pi(r|\alpha,\beta)=\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}(-\ln r)^{\alpha-1}r^{\beta-1},\qquad 0<r<1$$

则X的边际分布密度为

$$\begin{aligned}g_1(t|\alpha,\beta)&=\int_0^1\Gamma(t|r,k)\pi(r|\alpha,\beta)dr\\&=\frac{\beta^\alpha t_0^{-1}}{\Gamma(k)\Gamma(\alpha)}\left(\frac{t}{t_0}\right)^{k-1}\int_0^1(-\ln r)^{k+\alpha-1}r^{(t/t_0)+\beta-1}dr\\&=c\cdot\frac{t^{k-1}}{(t+Bt_0)^{k+\alpha}}\end{aligned}$$

$$c=t_0^\alpha\beta^\alpha\frac{\Gamma(k+\alpha)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(k)}$$

$$EX=c\int_0^\infty tg_1(t|\alpha,\beta)dt=c\int_0^\infty\frac{t^k}{(t+\beta t_0)^{k+\alpha}}\qquad(\alpha>1)$$

作变换 $\mathrm{tg}\theta=(\beta t_0)^{-1/2}t^{1/2}$，可得

$$\begin{aligned}EX&=c\cdot 2(\beta t_0)^{1-\alpha}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta^{2k+1}\cos\theta^{2\alpha-3}d\theta\\&=c(\beta t_0)^{1-\alpha}B(k+1,\alpha-1)=\frac{(\beta t_0)k}{\alpha-1}\end{aligned}$$

同样地可求得

$$EX^2 = \frac{(Bt_0)^2(k+1)k}{(\alpha-1)(\alpha-2)} \qquad (\alpha>2)$$

由此可见当$\alpha>2$时，用矩法估计得

$$\begin{cases} \bar{t} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{m} t_i = \dfrac{\beta}{\alpha-1} t_0 k \\ A_2 = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{m} t_i^2 = \dfrac{\beta^2}{(\alpha-1)(\alpha-2)} t_i^2 (k+1)k \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = \dfrac{1}{\{A^2/[(k+1)/k]t^{-2}\}^{-1}} + 2 \\ \hat{\beta} = \bar{t}(\hat{\alpha}-1)/t_0 k \end{cases}$$

由以上推导过程知，应用矩法时要限制在$\alpha>2$，当$0<\alpha<2$时不能应用。若采用最大似然估计法解似然方程非常困难。

2. r具有验前Beta分布

$$\pi(r|a,b) = \frac{1}{B(a,b)} r^{a-1}(1-r)^{b-1}, \quad 0<r<1, \quad a>0, \quad b\text{为正整数},$$

则X的边际密度函数为

$$g_2(t|a,b) = \int_0^1 \Gamma(t|r,k)\pi(r|a,b)dr$$

$$= \frac{t_0^{-1}(t/t_0)^{k-1}}{\Gamma(k)B(a,b)} \int_0^1 (-\ln r)^k r^{(t/t_0)+a-1}(1-r)^{b-1}dr$$

$$= \frac{t_0^{-1}(t/t_0)^{k-1}}{\Gamma(k)B(a,b)} \sum_{j=0}^{b-1} \binom{b-1}{j}(-1)^j \int_0^1 (-\ln r)^k r^{(t/t_0)+a+j-1}dr$$

$$= \frac{kt_0}{B(a,b)} \sum_{j=0}^{b-1} \binom{b-1}{j}(-1)^j \frac{t^{k-1}}{[t+(a+j)t_0]^{k+1}}$$

因$g_2(t|a,b)$不存在任何阶矩，所以无法应用矩法估计a和b，应用最大似然估计法，显然是极其困难的，如何解决为好有待研究。

参　考　文　献

〔1〕 Lwin, T.and Singh, N., Bayesian Analysis of the Gamma Distribution Model in Reliability Engineering IEEE Transaction on Reliability, R-23, (1974), 314—319.

〔2〕 Martz H.F., Waller, R.A., Bayesian Reliability Analysis, John Wileg & Sons, (1982).

Bayesian Estimate of Reliability for Gamma Units

Wu Shaomin

Abstract

On condition that shape parameter K is known and scale parameter λ is unknown, this paper gives Bayesian estimate of reliability for gamma units of which the lifetime accords with gamma distribution. For a more flexible selecting prior distribution, this paper also makes the transformation $r = e^{-\lambda t_0}$, where t_0 is reference time.

The principal results, with the results from Lwin and Singh in 1974[1] as a special case involved, are summarized here as theorem 1-2.