

# K式结构大规模组合逻辑集成电路

劉 希

(科研处)

## 摘 要

本文提出一种面向计算机的组合逻辑电路结构K——式结构和一种G-K式变换法理论, 並以例子说明: (1) 它能对既定功能的逻辑电路进行分析並在此基础上开发出新的功能; (2) 采用K式结构的电路, 在设计其主功能时也能同时设计其他希望得到的附加功能; (3) 能使用微计算机实现K结构电路拉辑功能切换等等。

## 一、组合逻辑电路 G 功能的表达式

任意组合逻辑电路功能的一般表达式为 $F(X) = (X_A, \dots, X_I, X_J, X_K, \dots, X_p, X_q)$  当 $A(X), B(X), C(X)$ 不等于逻辑0或1时, 关于任意输入端 $X_I$ 的一般式可以表达为

$$F(X) = A(X) + X_I B(X) + \bar{X}_I C(X) \quad (1)$$

式中 $A(X), B(X), C(X)$ 均是与输入变量 $X_I$ 无关的子功能。(当 $a=0, X_I^0 = X_I^0 = \bar{X}_I$ ; 当 $a=1, X_I^1 = X_I^1 = X_I$ )

$$A(X) = A(X_A, \dots, ( ), X_J, X_K, \dots, X_p, X_q)$$

$$B(X) = B(X_A, \dots, ( ) X_J, X_K, \dots, X_p, X_q)$$

$$C(X) = C(X_A, \dots, ( ), X_J, X_K, \dots, X_p, X_q)$$

为了简化和表达方便令 $A(X) = G_I(X) = G_I$ ;  $B(X) = G^I(X) = G^I$ ;  $C(X) = G^{\bar{I}}(X) = G^{\bar{I}}$ , 于是表达式(1)改写为

$$F(X) = G_I + X_I G^I + \bar{X}_I G^{\bar{I}} = X_I G^I + G_I + \bar{X}_I G^{\bar{I}} \quad (2)$$

$F(X)$ 被分为三个部分: $X_I G^I$ (或 $\bar{X}_I G^{\bar{I}}$ )为 $F(X)$ 式中仅含有 $X_I$ (或 $\bar{X}_I$ )的蕴含项或子功能,  $G$ 的上标 $I$ (或 $\bar{I}$ )是表示它已被分解出 $X_I$ (或 $\bar{X}_I$ )的标记,  $G_I$ 有下标 $I$ 表示原来就不含有 $X_I$ 的蕴含项或子功能, 把 $G_I$ 称为 $X_I$ 的实质无关项。

本文所提出的分解法是以式(2)为其本原理, 对于一个有 $W$ 个原始输入的组合逻辑电路的“与-或”式, 一般可以对任意选定的输入 $X_I$ 进行分解为三个部分:  $X_I G^I, G_I, \bar{X}_I G^{\bar{I}}$ , 若 $G$ 不等

于逻辑 1 或 0 而是一个子功能式或蕴含项, 则可再任意选定  $X_J$ , 分解为九个部分, 若依次分解每一次得出的  $G$  均不等于 0 或 1 而是一个子功能, 那么  $F(X)$  可以分解到  $N_{LIM}$  次,  $N_{LIM}$  个输入变量为止.  $N_{LIM}$  为分解到初次出现  $G$  等于逻辑 0 或 1 的数叫极限分解数, 显然  $N_{LIM} \leq W$ . 当分解  $n < N_{LIM}$  时,  $F(X)$  被分解所得的  $G$  表达式共有项数

$$S_{G_n} = 3^n \quad (3)$$

为了分解方便可用下式表示之

$$F(X) = X_S G^S + \bar{G}^S + \bar{X}_S G^{\bar{S}}$$

$S \bar{S} \bar{S}$  布置为倒置的三角形, 表示分解后的  $G$  应放置的上标或下标的位置及它们与  $X_S$  的关系, 进一步简化为图 1.

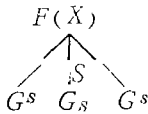


图 1  $F(X)$  的分解

$n$  次分解后的图形如图 2. 每一个  $G$  可由其上标直接看出是由若干输入变量相与“串”和它“对应相与”的, 如图 2 中  $G_{IJK}^{IJK}$  是代表  $F(X)$  表达式中的  $X_I \bar{X}_J X_K G_{IJK}^{IJK}$ , 把变量相与“串”  $X_I \bar{X}_J X_K$  和  $G_{IJK}^{IJK}$  的关系称为“对应变量相与”, 又如  $G_{IJK}^{IJK}$  是代表  $F(X)$  表达式中  $(\bar{X}_I X_J X_K G_{IJK}^{IJK})$ ; 同样  $\bar{X}_I X_J X_K$  和  $G_{IJK}^{IJK}$  有“对应变量相与”关系而且是  $X_J$  的一个无关项, 它表示  $(\bar{X}_I X_J X_K G_{IJK}^{IJK})$  在分解前就不含有  $X_J$ ; 而  $G_{IJK}^{IJK}$  是  $X_I, X_J, X_K$  的实质无关项。

当  $n = 3$  ( $n < N_{LIM}$ ) 分解出  $X_I$ ,  $X_J$ ,  $X_K$  后的  $F(X)$  为:

$$\begin{aligned} F(X) = & [X_I X_J X_K G_{IJK}^{IJK} + X_I X_J \bar{X}_K G_{IJK}^{IJK} + X_I \bar{X}_J X_K G_{IJK}^{IJK} \\ & + X_I \bar{X}_J \bar{X}_K G_{IJK}^{IJK} + \bar{X}_I X_J X_K G_{IJK}^{IJK} + \bar{X}_I X_J \bar{X}_K G_{IJK}^{IJK} \\ & + \bar{X}_I \bar{X}_J X_K G_{IJK}^{IJK} + \bar{X}_I \bar{X}_J \bar{X}_K G_{IJK}^{IJK}]_1 + [X_I X_J G_{IJK}^{IJK} \\ & + X_I \bar{X}_J G_{IJK}^{IJK} + \bar{X}_I X_J G_{IJK}^{IJK} + \bar{X}_I \bar{X}_J G_{IJK}^{IJK} + X_I X_K G_{IJK}^{IJK} \\ & + X_I \bar{X}_K G_{IJK}^{IJK} + \bar{X}_I X_K G_{IJK}^{IJK} + \bar{X}_I \bar{X}_K G_{IJK}^{IJK} + X_J X_K G_{IJK}^{IJK} \\ & + X_J \bar{X}_K G_{IJK}^{IJK} + \bar{X}_J X_K G_{IJK}^{IJK} + \bar{X}_J \bar{X}_K G_{IJK}^{IJK}]_2 + \end{aligned}$$

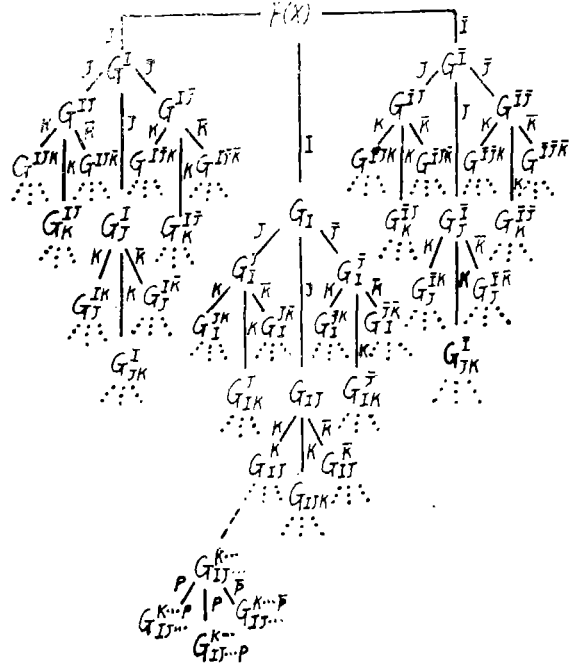


图 2  $n > N_{LIM}$  时  $F(X)$  的三叉分解

$$+ [X_I G'_{JK} + \bar{X}_I G'_{JK} + X_J G'_{IK} + \bar{X}_J G'_{IK} + X_K G'_{IJ} + \bar{X}_K G'_{IJ}]_3 + G_{IJK} \quad (3)$$

在式(3)的括号 $[ ]_1$ 内,相或的各项中是 $X_I, X_J, X_K$ 以不同状态出现的全组合相与和对应相与关系的 $G$ ,其项数为 $S_3^{-0} = 2^{3-0} \cdot C_3^{-0} = 8$ .

在式(3)的括号 $[ ]_2$ 内和 $[ ]_3$ 内,相或各项变量相串部分分别是三变集中取2以不同状态出现的全部组合,其 $G$ 和该变量串对相与,和三变量取1的全部不同状态的组合和对应相与的 $G$ 构成.其项数分别是 $S_3^{-1} = 2^{3-1} \cdot C_3^{-1} = 12$ 和 $S_3^{-2} = 2^{3-2} \cdot C_3^{-2} = 6$ .最后一项 $G_{IJK}$ 是 $X_I, X_J, X_K$ 的实质无关项.由图3可见三叉分解出 $n$ 个任意项量的方法是在 $n < N_{LIM}$ 条件下进行的,变量是可以任意指定的,按层分解每层分解出一个变量.

当 $n < N_{LIM}$ 时其项数为

$$S_{Gn} = 2^{n-0} \cdot C_n^{-0} + 2^{n-1} \cdot C_n^{-1} + \dots + 2^{n-m} \cdot C_n^{-m} + \dots + 2^{n-m} \cdot C_n^{-(n-1)} + 2^{n-n} \cdot C_n^{-n} \quad (4)$$

由数学同样可证 $S_{Gn} = 3^n$ .其 $G$ 表达式为式(5)

$$\begin{aligned} F(X) = & (X_I X_J \dots X_p X_q) G^{IJ \dots pq} \\ & + (X_I X_J \dots X_p \bar{X}_q) G^{IJ \dots p\bar{q}} \\ & \vdots \\ & + (\bar{X}_I \bar{X}_J \dots \bar{X}_p X_q) G^{\bar{I} \bar{J} \dots \bar{p}q} \\ & + (\bar{X}_I \bar{X}_J \dots \bar{X}_p \bar{X}_q) G^{\bar{I} \bar{J} \dots \bar{p}\bar{q}} \\ & + (X_I X_J \dots X_p ( )) G^{IJ \dots p( )} \\ & + (X_I X_J \dots \bar{X}_p ( )) G^{IJ \dots \bar{p}( )} \\ & \vdots \\ & + (( ) \bar{X}_J \bar{X}_K \dots \bar{X}_p \bar{X}_q) G^{( ) \bar{J} \bar{K} \dots \bar{p}\bar{q}} \\ & + (( ) \bar{X}_J \bar{X}_K \dots \bar{X}_p \bar{X}_q) G^{( ) \bar{J} \bar{K} \dots \bar{p}\bar{q}} \\ & + \dots \\ & + \dots \\ & + \dots \\ & + (X_I) G^{I( ) J \dots pq} \\ & + (\bar{X}_I) G^{\bar{I}( ) J \dots pq} \\ & + \dots \\ & + (X_q) G^{q I J \dots p( )} \\ & + (\bar{X}_q) G^{\bar{q} I J \dots p( )} \\ & + (1) G^{I J \dots pq} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{共为 } S_3^{-1} \text{ 之或项} \\ \text{共为 } S_3^{-1} \text{ 项之或} \\ \text{共为 } \sum_{m=2}^{n-2} S_3^{-m} = \sum_{m=2}^{n-2} 2^{n-m} C_n^{-m} \\ \text{项之或, } m = 2, \dots, (n-2) \\ \text{共为 } S_3^{-(n-1)} \text{ 项之或} \\ S_3^{-1} = 1 \text{ 项} \end{array} \right\} \quad (5)$$

## 二、G-K变换法与K式结构组合逻辑电路

组合逻辑电路功能表示式(2)也可以改写为

$$F(X) = X_I K^I + G_4 + \bar{X}_I K^{\bar{I}} \quad (6)$$

这是令 $K^I = G^I$ ,  $K^{\bar{I}} = G^{\bar{I}}$ ,  $G_I$ 是式(2)中已出现的无关项、上面是单变量 $X_I$ 的K结构式和G-K变换关系式和但对于分解出 $X_I$ 和 $X_J$ 的G-K变换关系式就必须推导了。查三叉分解图2可得

$$F(X) = X_I X_J G^{IJ} + X_I G_I^J + X_I \bar{X}_J G^{I\bar{J}} + X_J G_I^J + G_{IJ} \\ + \bar{X}_J G_I^{\bar{J}} + \bar{X}_I X_J G^{\bar{I}J} + \bar{X}_I G_I^{\bar{J}} + \bar{X}_I \bar{X}_J G^{\bar{I}\bar{J}} \quad (7)$$

对式(7)中除了 $X_I$ ,  $X_J$ 的实质无关项 $G_{IJ}$ 外, 其余的各项凡缺 $X_I$ 的配上 $(X_I + \bar{X}_I)$ 与该相与, 凡缺 $X_J$ 的配上 $(X_J + \bar{X}_J)$ 与该项相与, 使该项的变量相与串成为二变量最小项之一。

$$F(X) = X_I X_J G^{IJ} + X_I (X_J + \bar{X}_J) G_I^J + X_I \bar{X}_J G^{I\bar{J}} \\ + \bar{X}_J (X_I + \bar{X}_I) G_I^J + G_{IJ} + \bar{X}_J (X_I + \bar{X}_I) G_I^{\bar{J}} + \bar{X}_I X_J G^{\bar{I}J} \\ + \bar{X}_I (X_J + \bar{X}_J) G_I^{\bar{J}} + \bar{X}_I \bar{X}_J G^{\bar{I}\bar{J}} \\ = X_I X_J (G_I^J + G_I^{\bar{J}} + G^{IJ}) + X_I \bar{X}_J (G_I^J + G_I^{\bar{J}} + G^{I\bar{J}}) \\ + \bar{X}_I X_J (G_I^J + G_I^{\bar{J}} + G^{\bar{I}J}) + \bar{X}_I \bar{X}_J (G_I^{\bar{J}} + G_I^J + G^{\bar{I}\bar{J}}) + G_{IJ}$$

令

$$G_I^{\bar{J}} + G_I^J + G^{I\bar{J}} = K^{\bar{I}\bar{J}} \quad (8)$$

$$G_I^{\bar{J}} + G_I^J + G^{\bar{I}J} = K^{\bar{I}J} \quad (9)$$

$$G_I^J + G_I^{\bar{J}} + G^{I\bar{J}} = K^{I\bar{J}} \quad (10)$$

$$G^I + G^J + G^{IJ} = K^{IJ} \quad (11)$$

式(8), (9), (10), (11)是 $2 < N_{LIM}$ 时的G-K变换关系式, 其相应的K式结构为式(12)

$$F(X) = \bar{X}_I \bar{X}_J K^{\bar{I}\bar{J}} + \bar{X}_I X_J K^{\bar{I}J} + G_{IJ} + X_I \bar{X}_J K^{I\bar{J}} + X_I X_J K^{IJ} \quad (12)$$

同样查图2得出 $F(X)$ 中分解出任意三个变量的G表达式, 对式中除了 $X_I$ ,  $X_J$ ,  $X_K$ 的实质无关项 $G_{IJK}$ 外, 其余的各项凡缺 $X_I$ 的配上 $(X_I + \bar{X}_I)$ , 凡缺 $X_J$ 的配上 $(X_J + \bar{X}_J)$ , 凡缺 $X_K$ 的配上 $(X_K + \bar{X}_K)$ 与该项相“与”直到使该项的变量相与串是三变量 $X_I$ ,  $X_J$ ,  $X_K$ 的最小项, 整理后得到其K结构式如下:

$$F(X) = (\bar{X}_I \bar{X}_J \bar{X}_K) K^{\bar{I}\bar{J}\bar{K}} + (\bar{X}_I \bar{X}_J X_K) K^{\bar{I}\bar{J}K} + (\bar{X}_I X_J \bar{X}_K) K^{\bar{I}J\bar{K}} \\ + (\bar{X}_I X_J X_K) K^{\bar{I}JK} + G_{IJK} + (X_I \bar{X}_J \bar{X}_K) K^{I\bar{J}\bar{K}} \\ + (X_I \bar{X}_J X_K) K^{I\bar{J}K} + (X_I X_J \bar{X}_K) K^{IJ\bar{K}} \\ + (X_I X_J X_K) K^{IJK} \quad (13)$$

其G-K转换关系式如下

$$K^{\bar{I}\bar{J}\bar{K}} = G_{\bar{I}\bar{J}\bar{K}} = G_{\bar{I}\bar{K}}^{\bar{J}} + G_{\bar{I}J}^{\bar{K}} + G_{\bar{I}\bar{J}}^K + G_{\bar{I}\bar{K}}^J + G_{\bar{I}J}^{\bar{K}} + G_{\bar{I}\bar{J}}^K + G^{\bar{I}\bar{J}\bar{K}} \quad (14)$$

$$K^{\bar{I}\bar{J}K} = G_{\bar{I}\bar{J}K} = G_{\bar{I}K}^{\bar{J}} + G_{\bar{I}\bar{K}}^J + G_{\bar{I}J}^K + G_{\bar{I}\bar{K}}^J + G_{\bar{I}J}^K + G_{\bar{I}\bar{J}}^K + G^{\bar{I}\bar{J}K} \quad (15)$$

$$K^{\bar{I}J\bar{K}} = G_{\bar{I}J\bar{K}} = G_{\bar{I}\bar{K}}^J + G_{\bar{I}K}^{\bar{J}} + G_{\bar{I}\bar{J}}^K + G_{\bar{I}\bar{K}}^J + G_{\bar{I}J}^{\bar{K}} + G_{\bar{I}\bar{J}}^K + G^{\bar{I}J\bar{K}} \quad (16)$$

$$K^{\bar{I}JK} = G_{\bar{I}JK} = G_{\bar{I}K}^J + G_{\bar{I}\bar{K}}^J + G_{\bar{I}J}^K + G_{\bar{I}\bar{K}}^J + G_{\bar{I}J}^K + G_{\bar{I}\bar{J}}^K + G^{\bar{I}JK} \quad (17)$$

$$K^{I\bar{J}\bar{K}} = G_{I\bar{J}\bar{K}} = G_{IK}^{\bar{J}} + G_{I\bar{K}}^{\bar{J}} + G_{IJ}^{\bar{K}} + G_{I\bar{K}}^{\bar{J}} + G_{IJ}^{\bar{K}} + G_{I\bar{J}}^{\bar{K}} + G^{I\bar{J}\bar{K}} \quad (18)$$

$$K^{I\bar{J}K} = G_{I\bar{J}K} = G_{IK}^J + G_{I\bar{K}}^J + G_{IJ}^K + G_{I\bar{K}}^J + G_{IJ}^K + G_{I\bar{J}}^K + G^{I\bar{J}K} \quad (19)$$

$$K^{IJ\bar{K}} = G_{IJ\bar{K}} = G_{IK}^J + G_{I\bar{K}}^J + G_{IJ}^{\bar{K}} + G_{I\bar{K}}^J + G_{IJ}^{\bar{K}} + G_{I\bar{J}}^{\bar{K}} + G^{IJ\bar{K}} \quad (20)$$

$$K^{IJK} = G_{IJK} = G_{IK}^J + G_{I\bar{K}}^J + G_{IJ}^K + G_{I\bar{K}}^J + G_{IJ}^K + G_{I\bar{J}}^K + G^{IJK} \quad (21)$$

式(13)至(21)是 $3 < N_{LIM}$ 条件下得出。式(13)中每一项分为两部分: 括号内是变量相与串, 它是 $X_I$ ,  $X_J$ ,  $X_K$ 的所有最小项由 $m_0$ 到 $m_{(2^3-1)}$ ; 括号外的是分别与各个最小项有对应相与关系

的子功能 $K$ 表达式,两部分相与。请注意式(13)中 $X$ 变量下标及 $X$ 状态与 $K$ 的上标及上标的状态一一对应。此外还有一个实质无关项 $G_{IJ,K}$ 。

依同样的方法可以求出 $4 < N_{LIM}$ , 分离出四个变量;  $5 < N_{LIM}$ , 分离出五个变量; ...。当求出 $n < N_{LIM}$ , 分离出 $n$ 个任意变量的 $K$ 表达式如下:

$$F(X) = (\bar{X}_I \bar{X}_J \cdots \bar{X}_p \bar{X}_q) K^{\bar{I} \bar{J} \cdots \bar{p} \bar{q}} + (\bar{X}_I \bar{X}_J \cdots \bar{X}_p \bar{X}_q) K^{\bar{I} \bar{J} \cdots \bar{p} \bar{q}} + \cdots \\ + (X_I X_J \cdots X_p X_q) K^{I J \cdots p q} + G_{IJ \cdots pq} \quad (22)$$

很明显地, 括号部分是变量相与串由 $m_0$ 到 $m_{(2^n-1)}$ 最小项, 各个最小项各自有一个与它相与的子功能 $K$ 且是对应相与关系的, 最后是一项实质无关项 $G_{IJ \cdots pq}$ 。 $K$ 结构式相或的总项数为

$$S_{K_n} = (2^n + 1) \quad (23)$$

表1—3是分离一个到三个任选变量的G-K变换图。第一行为 $G$ 即 $F(x)$ 的三叉分离后的 $G$ 表达式分布, 左第一列为 $K$ 即 $K$ 结构式的 $K$ 子功能式分布。

表 1 分离 $X_I$ 的G-K变换图

K	G		
	$G^I$	$G_I$	$G^{\bar{I}}$
$m_0 K^{\bar{I}}$			1
$G_I$		"1"	
$m^1 K^I$	1		

表 2 分离出 $X_I, X_J$ 的G-K变换图

K	G								
	$G^{IJ}$	$G_J^I$	$G^{I\bar{J}}$	$G_{J^I}$	$G_{IJ}$	$G_I^{\bar{J}}$	$G^{\bar{I}J}$	$G_J^{\bar{I}}$	$G^{\bar{I}\bar{J}}$
$m_0 K^{IJ}$						1		1	1
$m_1 K^{I\bar{J}}$				1			1	1	
$G_{IJ}$					"1"				
$m_2 K^{I\bar{J}}$		1	1			1			
$m_3 K^{IJ}$	1	1		1					

分离出在 $4 < N_{LIM}$ 条件下4个变量及 $5 < N_{LIM}$ 条件下5个变量的G-K变换图已通过推导得出, 篇幅所限未录出。结合上三表综合列下。由此可见: (1)表中上首第一行按三叉分解的 $G$ 分布, 若为分解4个变量则有 $S_{G_4} = 3^4$ 项、若为分解 $n$ 个变量则有 $S_{G_n} = 3^n$ 项(列); (2)表左第一列按 $K$ 式结构, 若分解 $n = 4$ 个变量则有 $S_{K_4} = (2^4 + 1)$ 项(行), 若为 $n$ 则有 $S_{K_n} = (2^n + 1)$ 项(行), 即有 $2^n$ 个子功能 $K$ 和一个实质无关项 $G_{IJ \cdots pq}$ ; (3)G-K变换图以实质无关项的中心点

“1”为原点点对称分布表中的 1。若要求  $n=3$ 、 $m_6$  的子功能  $K^{1JK}$  可由表  $m_6$  行找出有 1 的列各个对应  $G$ ，然后把它们相或即可求出  $K$ 。例如

表 3 分离出  $X$ 、 $1X_J$ 、 $X_K$  的  $G-K$  变换图

K	G								
	$G^{1JK}$	$G_K^{1J}$	$G^{11K}$	$G_J^{1K}$	$G^{1JK}$	$G_J^{1K}$	$G^{1JK}$	$G_K^{1J}$	$G^{1JK}$
$m_0 K^{1JK}$									
$m_1 K^{1JK}$									
$m_2 K^{1JK}$									
$m_3 K^{1JK}$									
<b><math>G_{1JK}</math></b>									
$m_4 K^{1JK}$					1	1		1	1
$m_5 K^{1JK}$				1	1		1	1	
$m_6 K^{1JK}$		1	1		1	1			
$m_7 K^{1JK}$	1	1		1	1				

K	G								
	$G^{1JK}$	$G_J^{1J}$	$G^{1JK}$	$G_K^{1J}$	$G_{1JK}$	$G_K^{1J}$	$G^{1JK}$	$G_J^{1J}$	$G^{1JK}$
$m_0 K^{1JK}$						1		1	1
$m_1 K^{1JK}$				1			1	1	
$m_2 K^{1JK}$		1	1			1			
$m_3 K^{1JK}$	1	1		1					
<b><math>G_{1JK}</math></b>					“1”				
$m_4 K^{1JK}$						1		1	1
$m_5 K^{1JK}$				1			1	1	
$m_6 K^{1JK}$		1	1			1			
$m_7 K^{1JK}$	1	1		1					

K	G								
	$G^{1JK}$	$G_K^{1J}$	$G^{1JK}$	$G_J^{1K}$	$G^{1JK}$	$G_J^{1K}$	$G^{1JK}$	$G_K^{1J}$	$G^{1JK}$
$m_0 K^{1JK}$					1	1		1	1
$m_1 K^{1JK}$				1	1		1	1	
$m_2 K^{1JK}$		1	1		1	1			
$m_3 K^{1JK}$	1	1		1	1				
<b><math>G_{1JK}</math></b>									
$m_4 K^{1JK}$									
$m_5 K^{1JK}$									
$m_6 K^{1JK}$									
$m_7 K^{1JK}$									

$$K^{i j \bar{k}} = \underbrace{G_{j k}^i + G_{i k}^j + G_{i j}^{\bar{k}}}_{C_3^1 \text{个} G} + \underbrace{G_k^{i j} + G_j^{i \bar{k}} + G_i^{j \bar{k}}}_{C_3^1 \text{个} G} + \underbrace{G^{i j \bar{k}}}_{C_3^1 \text{个} G}$$

若要求  $4 < N_{LIM}$ ,  $n=4$ ,  $m_3$  的子功能  $K^{\bar{i} \bar{j} k l}$  的  $G$ - $K$  转换关系式如下:

$$K^{\bar{i} \bar{j} k l} = \underbrace{G_{j k l}^{\bar{i}} + G_{i k l}^{\bar{j}} + G_{i j l}^k + G_{i j k}^l + G_{k l}^{\bar{i} \bar{j}} + G_{j l}^{\bar{i} k} + G_{i l}^{\bar{j} k} + G_{j k}^{\bar{i} l} + G_{i k}^{\bar{j} l} + G_{i l}^{\bar{j} k}}_{C_4^1 \text{个} G} + \underbrace{G_{k l}^{\bar{i} \bar{j}} + G_{j l}^{\bar{i} k} + G_{i l}^{\bar{j} k} + G_{j k}^{\bar{i} l} + G_{i k}^{\bar{j} l} + G_{i l}^{\bar{j} k}}_{C_4^1 \text{个} G} + \underbrace{G_{k l}^{\bar{i} \bar{j}} + G_{j l}^{\bar{i} k} + G_{i l}^{\bar{j} k} + G_{j k}^{\bar{i} l} + G_{i k}^{\bar{j} l} + G_{i l}^{\bar{j} k}}_{C_4^1 \text{个} G}$$

应当注意, 分解  $n$  个变量的任一子功能  $K$  的  $G$ - $K$  变换关系式内各个子功能  $G$ , 其上标含状态的元素都属于和它对应  $K$  的上标含状态的元素, 共由  $C_n^1$  个  $n$  个元素中选 1 个元素为上标的  $G$ , 由  $C_n^2$  个  $n$  个元素中选 2 个元素的上标的  $G$ ……由  $C_n^{n-1}$  个  $n$  个元素中选  $(n-1)$  个元素为上标的  $G$  以及由  $C_n^0 (=1)$  个  $n$  个元素中选  $n$  个元素的  $G$  相或而成。相或的  $G$  的个数用  $Q_n$  表示

$$Q_n = C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^0 = 2^n - 1 \quad (24)$$

### 三、 $n$ 的决定及 $k$ 结构式的适用范围

设任一电路有  $w$  个输入变量, 一般  $N_{LIM} < w$  或  $N_{LIM} = w$ ,  $n$  数值的决定取决于下列条件之一: (1)  $n < N_{LIM}$ , 这是本文  $K$  结构式的基本条件。一般  $n$  取数小于  $N_{LIM}$ 。(2) 为了保留可切换的子功能不致太简单, 如应用例(一)为  $w=5$  取  $n=2$ 。 $n$  数值越大可切换的子功能多但子功能相应简单化。(3)  $n$  与分解时所选择的输入变量或分解过程选择那一变量的先后有关, 即和电路的“与-或”范式有关。例如  $F(X) = X_A X_B + X_B \bar{X}_C \bar{X}_D X_E + \bar{X}_B X_C X_E$  若分解出  $X_A$  则  $G^A = X_B$ ;  $G^{\bar{A}} = 0$ , 只能分解出一个变量, 若分解  $X_C$  则还可以分解  $X_B$ , 分解出两个输入变量。

任一组合逻辑电路一般的表示式即“与-或”式是由其真值得出的,  $G$  表达式实际上只不过把“与-或”式按三叉分解的排列规则加以整理, 例如应用例的例 1 的式(A)是“与-或”式, 改写为式(B)是  $G$  表示式。式(A)与(B), 完全等效,  $F(X)$  的  $G$  表示式实质是其“与-或”式的另一种表示而已, 因此也是组合电路的一般表示式。 $F(X)$  的  $K$  结构式是在  $n < N_{LIM}$  条件下, 由其等效的  $G$ - $K$  变换关系式中推导得出的, 因此是  $n < N_{LIM}$  条件下  $F(X)$  的一般表示式。

### 四、应 用

上述的  $K$  结构式和  $G$  表达式对搞教学的人仍是又长又繁, 但对于大规模 IC 组合电路决非如此。如第二代半微计算机 Z80-CPU(8位)指令输入部分电路有 8 个输入变量, 一级指令译码有 256 种“输入变量与串”, 若包括二级则达 700 多种, 而目前已发展到第四代了, 超大规模 IC 的输入变量数增加一个数量级。电路由以真值表为基础, 用卡诺图法、Quine-Mccluskey 法发展用 CAD 法对组合逻辑进行综合, 前两种是手工综合和 CAD 综合的基础也是本文  $K$  式结构的基础, 但它们不适合分析和开发既定功能组合电路的子功能, 尤其难于解决子功能的切

换。K式结构解决了这些问题同时为CAD提供了一系列的关系式——G-K转换式。

1. 对既定功能的组合电路，G-K转换提供了分析和开发的手段，把某些通常“隐蔽”于既定功能中未被发现的子功能“挖掘”出来，由“单功能变为兼有多子功能”。

例1：SENPROT组合逻辑电路功能的“与-或”式为

$$F(x) = \bar{X}_A \bar{X}_B \bar{X}_C X_D X_E + \bar{X}_A \bar{X}_B X_C + X_A X_C \bar{X}_D + X_A \bar{X}_B \bar{X}_C \\ + \bar{X}_A X_B X_D + X_B \bar{X}_C \bar{X}_D + X_A X_B \bar{X}_E \quad (A)$$

SENPROT电路虽只有5个变量，7个“与串”，但要分析开发其子功能用前述两种方法已不便利，写成K式分解出 $X_C$ 为式(B)

$$F(X) = X_C (\bar{X}_A \bar{X}_B + X_A \bar{X}_D) + \bar{X}_A X_B X_D + X_A X_D \bar{X}_E \\ + \bar{X}_C (\bar{X}_A \bar{X}_B X_D X_E + X_A \bar{X}_B + X_B \bar{X}_D) \quad (B)$$

$$G_C = \bar{X}_A X_B X_D + X_A X_B \bar{X}_E; \quad K^C = \bar{X}_A \bar{X}_B + X_A \bar{X}_D$$

$$K^{\bar{C}} = \bar{X}_A \bar{X}_B X_D X_E + X_A \bar{X}_B + X_B \bar{X}_D$$

当分解出 $X_C$ ， $X_D$ 直接由式(A)得出

$$G^{C\bar{D}} = 0, \quad G_D^C = \bar{X}_A \bar{X}_B, \quad G^{C\bar{D}} = X_A, \quad G_C^D = \bar{X}_A X_B, \quad G_{CD} = X_A X_B \bar{X}_E$$

$$G_C^{\bar{D}} = 0, \quad G^{\bar{D}} = \bar{X}_A \bar{X}_B X_E, \quad G_D^{\bar{C}} = X_A \bar{X}_B, \quad G^{\bar{C}\bar{D}} = X_B,$$

代入式(8)——(11)化简得

$$K^{CD} = \bar{X}_A, \quad K^{D\bar{D}} = X_A + \bar{X}_B, \quad K^{\bar{C}D} = (X_A \oplus X_B) + \bar{X}_A X_E, \quad K^{\bar{C}\bar{D}} = X_A + X_B$$

代入式(12)得SENPROT的K结构式(C)如下

$$F(X) = \bar{X}_C \bar{X}_D (X_A + X_B) + \bar{X}_C X_D (X_A \bar{X}_B + \bar{X}_A X_E + \bar{X}_A \bar{X}_B) \\ + X_A X_B \bar{X}_E + X_C \bar{X}_D (X_A + \bar{X}_B) + X_C X_D (\bar{X}_A) \quad (C)$$

表4 SENPROT在不同控制输入变量条件下的部分功能

控制输入条件	$F(X)$ 的子功能
$X_C = 1$	$F(X) = G_C + K^C = \bar{X}_A \bar{X}_B + X_A X_B \bar{X}_E + (X_A \oplus X_D)$
$X_C = 0$	$F(X) = G_C + K^{\bar{C}} = \bar{X}_A X_D X_E + X_A \bar{X}_B + X_B \bar{X}_D \bar{X}_E$
$X_C = 1, X_D = 1$	$F(X) = G_{CD} + K^{CD} = \bar{X}_A + X_B \bar{X}_E$
$X_C = 1, X_D = 0$	$F(X) = G_{CD} + K^{C\bar{D}} = \bar{X}_A \bar{X}_B$ ; 隐含门
$X_C = 0, X_D = 1$	$F(X) = G_{CD} + K^{\bar{C}D} = (X_A \oplus X_E) + (X_A \oplus X_B)$
$X_C = 0, X_D = 0$	$F(X) = G_{CD} + K^{\bar{C}\bar{D}} = X_A + X_B$ ; 或门

#### 衍生子功能

$X_C = 0, X_A = 1$  由 $F(X) = G_C + K^{\bar{C}}$ 得 $F(X) = \bar{X}_B \bar{X}_D \bar{X}_E$ , 与非门

$X_C = 0, X_D = 1, X_E = 0$  由 $F(X) = G_C + K^{\bar{C}D}$ 得 $F(X) = X_A + X_B$ ; 或门

$X_C = 0, X_D = 1, X_E = 1$  由上式 得 $F(X) = \bar{X}_A \bar{X}_B$ ; 与非门

$X_C = 0, X_D = 1, X_A = 1$  由上式 得 $F(X) = \bar{X}_E \bar{X}_B$ ; 同上门

$X_C = 0, X_D = 1, X_A = 0$  由上式 得 $F(X) = X_E + X_B$ ; 或门



由上表 4 可看出因K式结构的显示,明确了只要对 $X_c$ 或 $(X_c, X_d)$ 进行控制就可使电路功能切换,这是“与-或”式,卡诺图,真值表…所难显示的。

对任一既定功能的  $F(X)$  在下列条件之一将可得到不同的子功能: (1)分离出不同的 变量,例如分离出 $X_A$ 或 $X_B$ 等等或分离出 $(X_c, X_d)$ 和 $(X_A, X_B)$ 等等; (2)分离出不同数量的变量,一个或几个; (3)在得到子功能后再分离特定变量可得到衍生子功能,例如表上的  $F(X) = G_{cd} + K^{\bar{c}d}$  两分离出 $X_B, X_A$ 。

可能今后大规模IC组合逻辑电路将不只是提供一种主功能的真价表,而是还提供分离变量后的各种子功能表,供用户选择不同的输入变量一个或几个接 0 或接 1 来实现专用部件成为多功能部件或通用部件,将大大地降低成本。

2. 组合逻辑电路设计上的应用:

利用K式结构在设计主功能的同时设计入其他希望得到的子功能。例2是设计一个2:4译码器同时要求它在一定控制条件下能作为: (1)全加器的进位位输出逻辑电路; (2)隐含门; (3)与非门。其K式结构如下

这种设计方法将另文叙述。

例2: 2:4译码器(表5)的K式结构

$$F(X) = \bar{C}\bar{D} + X_I X_J (\bar{A} + \bar{D}) + X_I \bar{X}_J (C + A) + \bar{X}_I X_J (C + \bar{D}) + \bar{X}_I \bar{X}_J \bar{D}$$

Cin 为下级进位输入,此时把 $F(X)$ 作为进位位输出。

表 5 译码器真值表及全加器进位位输出

控制端			译码输入		译码器输出Y	
A	C	D	$X_I$	$X_J$		
1	0	0	0	0	$Y_0 = 1$	其余为 0
1	0	0	0	1	$Y_1 = 1$	其余为 0
1	0	0	1	0	$Y_2 = 1$	其余为 0
1	0	0	1	1	$Y_3 = 1$	其余为 0
0	Cin	1	$X_I$	$X_J$	$F(X) = X_I X_J + Cin(X_I \oplus X_J)$	

当 $X_I = 1, X_J = 0$ 时为隐含门 $F = A + C + \bar{D}$ 。当 $X_I = X_J = 1$ 时 $F(X) = \bar{A}\bar{D}$ , 此外尚可在不同的条件下成为或门及在  $A = C = D = 1$  时  $F(X) = (X_I \oplus X_J)$  半加器等等。这电路简称为 ML 即多路多逻辑功能。这种K式结构有时使用其主功能有时轮流选用其子功能,见表4。

3. 在过程控制中,利用微计算机实现K式结构ML电路功能切换。

以水电站水轮机自控系统为例,经典法全用各种电量与非电量继电器。以前用状态控制,现也是用状态 0, 1 控制。现设置PA口为位控方式监视 8 种主要状态如厂用电失电,压力油压过低,停车时破坏罗丝折断,轴承过热,贮气罐压力过低等等,此外尚有次要状态约 10 种必须在控制系统中加入逻辑运算。如图 4, 设置PA口为位控方式允许中断低电平有效,逻辑“或”引起中断(见中断服务程序),监视八种主状态,全部输入。次要的十种状态直接输入ML,一般归拼为 6 种事故处理方式 $M_0-M_5$ ,事故处理后外设由 $R_0-R_5$ 相应复位。把与 6 种事故处理有关的公共逻辑关系设计为 $G_{IJK}$ 单元。例如已处于停机状态会自动闭锁就属于公用逻辑。ML完成了原来需由CPU读入各种状态和对其进行逻辑运算,得出结果再由内存找出相应的处理事故对策,同时把上述的执行时间用一个极短的中断服务程序代替,处理实际是用扫描。实时性至少提高两个数量级。CPU对事故状态进行记录而并不参予处理。扫描所



## 参 考 文 献

- [1] 刘希, 含有 $X, X_j$ 的 $F(X)$ 的 $K$ 表示式与用分离函数法求双故障测试集. 华侨大学学报, 1. (1983).  
[2] 刘希, 分离函数法与求逻辑电路单故障全测试集, 华侨大学学报, 1, (1985).

## Large-scale Combinational Logic IC of K-type Architecture

Liu Xi

### Abstract

This paper presents a computer-oriented combinational logic integrated circuit of k-type and a G-K conversion. Some simple examples are given here to illustrate the following points; (1) It is capable of analysing original function and developing new function on this basis; (2) In designing principal new functions, some other desirable additional functions can also be achieved by adopting k-type architecture; (3) Microcomputer can be used to implement the switchover functions of k-type logic circuit.